Prof. M. Chiani, Prof. A. Giorgetti
Tutor. A. Mariani

Cesena, 13 Luglio 2015
Soluzione del compito

Elaborazione dei Segnali

1. (a) Il segnale $p(t)$ è rappresentato in Fig. 1.

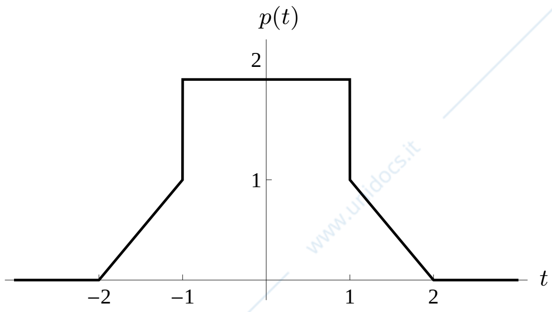

Figura 1: $p(t)$

(b) Il segnale $p(t)$ è ad energia finita.

(c)

$$E_p = \int_{-\infty}^{\infty} |p(t)|^2\, dt = 2 \int_0^{\infty} |p(t)|^2\, dt$$
$$= 2\left(\int_0^1 4\, dt + \int_1^2 (2-t)^2\, dt\right) = \frac{26}{3} < +\infty$$

(d) La ripetizione periodica di $p(t)$ con periodo $T = 3\,[s]$ è illustrata in Fig. 2. Tale segnale è interpretabile come una componente continua sommata ad un'onda rettangolare con duty-cycle $d = 2/3$.

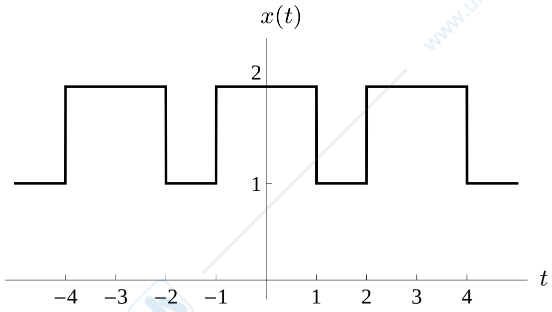

Figura 2: $x(t)$

I coefficienti c_n di $x(t)$ possono quindi essere calcolati come

$$c_0 = 1 + d = \frac{5}{3}$$
$$c_n = \frac{1}{T} P'\left(\frac{n}{T}\right) = \frac{2}{3}\,\mathrm{sinc}\left(\frac{2\,n}{3}\right) \qquad n \neq 0$$

dove $P'(t)$ è la trasformata di Fourier dell'impulso $p'(t) = \mathrm{rect}(t/2)$.

(e) Il segnale all'uscita del filtro è dato dalla componente in continua e la componente alla frequenza fondamentale $f_0 = 1/T = 1/3$. Si ha quindi, considerando che il guadagno in banda passante è unitario e che il ritardo è τ,

$$\begin{aligned} y(t) &= c_0 \cdot 1 + 2\,c_1 \cdot 1 \cos\left(\frac{2}{3}\pi\,(t-\tau)\right) \\ &= \frac{5}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2\pi}\cos\left(\frac{2}{3}\pi\,(t-\tau)\right) \end{aligned}$$

2. (a) Trasformando l'equazione che descrive la relazione ingresso-uscita del filtro si ottiene

$$Y_s(f) = X_s(f)\,\left(1 + j\,e^{-j2\pi fT} - je^{-j4\pi fT}\right)$$

da cui

$$\begin{aligned} H_s(f) = \frac{Y_s(f)}{X_s(f)} &= 1 + j\,e^{-j2\pi fT} - je^{-j4\pi fT} \\ &= 1 + j\,e^{-j3\pi fT}\,\left(e^{j\pi fT} - e^{-j\pi fT}\right) = 1 - 2\,e^{-j3\pi fT}\,\sin(\pi fT) \end{aligned}$$

(b)

$$h_n = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ j, & n = 1 \\ -j, & n = 2 \\ 0, & \text{altrove} \end{cases}$$

$$h_n = \delta_n + j\,\delta_{n-1} - j\,\delta_{n-2}$$

(c) Il segnale in uscita y_n può essere calcolato utilizzando $y_n = \sum_k x_k h_{n-k} = \sum_{k=0}^{3} h_{n-k}$, da cui si ottiene

$$y_n = \begin{cases} 0, & n < 0 \\ 1, & n = 0 \\ 1+j, & n = 1 \\ 1, & n = 2 \\ 1, & n = 3 \\ 0, & n = 4 \\ -j, & n = 5 \\ 0, & n > 5. \end{cases}$$