

Compiti di Elementi di Analisi Funzionale e Trasformate

a.a. 2020/2021. Politecnico di Milano

Settimana 11

Prof. M. Bramanti

Riferimenti di studio per l'undicesima settimana:

Libro di testo: Cap.9, § 9.1, 9.2 (per ora solo in parte).

Svolgere i seguenti esercizi dal libro di testo:

Esercizi di comprensione teorica: Esercizi 9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.6, 9.7, 9.10 [suggerimento per l'esercizio 9.10: per una funzione radiale di n variabili, se si passa in coordinate "sferiche" si ottiene $d\mathbf{x} = c\rho^{n-1}d\rho$], 9.11, 9.18, 9.19.

Esercizio. Dimostrare ogni $T \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$ può essere scritta come somma di una distribuzione pari e una distribuzione dispari. [Imitare il metodo che si segue per dimostrare questa proprietà per le funzioni]

Esercizi sul calcolo di derivate distribuzionali:

Esercizio 9.8 ($f - g$);

Svolgere i seguenti esercizi da temi d'esame degli anni passati (scaricabili dalla pagina web del corso, con svolgimento).

A.A. 2018/2019. Seconda prova in itinere, Es. 2b

A.A. 2017/2018. Seconda prova in itinere, Es. 2

A.A. 2016/2017. Seconda prova in itinere, Es. 3b

Approfondimento sul metodo della trasformata di Laplace per i circuiti elettrici a più maglie. Scaricare dalla pagina web del corso il pdf con questi approfondimenti (non in programma). Parte di queste cose sono state dette a lezione.

Approfondimento fuori programma, sulla soluzione fondamentale del laplaciano. A lezione è stato affermato che in \mathbb{R}^3 la funzione (localmente integrabile)

$$\Gamma(x, y, z) = -\frac{1}{4\pi\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

soddisfa nel senso delle distribuzioni l'equazione

$$\Delta\Gamma = \delta_0$$

(significato fisico: perciò Γ si può vedere come il potenziale elettrostatico del campo generato da una carica puntiforme posta nell'origine). La dimostrazione di quest'affermazione è un'applicazione non scontata del teorema della divergenza. Chi è interessato studi l'Esempio 9.27 pp.476-7. Lo studente verifichi anche che la funzione Γ è localmente integrabile (suggerimento: scrivere l'integrale

triplo su una sferetta centrata nell'origine; in coordinate sferiche come si riscrive l'integrale? Controllare se converge o no).

Approfondimento fuori programma, per chi è interessato agli aspetti storici: seminario di cultura matematica "La delta di Dirac: storia di un mostro". Dalla pagina web del corso si può seguire il link al video della conferenza.