Regime sinusoidale

Una grandezza sinusoidale ha la forma:

$$a(t) = \underbrace{A_M}_{ampiezza\ media} \cos(\overbrace{\omega}^{pulsazione} t + \underbrace{\alpha}_{fase})$$

La forma complessa di una grandezza sinusoidale ha la forma:

$$a(t) = A_M e^{j(\omega t + \alpha)}$$

Il fasore di una grandezza sinusoidale a(t) è un numero complesso:

(1) di modulo pari al valore efficace dell'ampiezza di a(t): $modulo = A = \frac{A_M}{\sqrt{2}}$

(2) di argomento pari alla fase di a(t): $argomento = \alpha$

La trasformata di Steinmetz:

(1) trasforma una grandezza sinusoidale nel suo corrispondente fasore

(2) è un operatore lineare (operatore S)

(3) è definita come: $\underline{A} = \underbrace{S[a(t)]}_{operatore\ S\ agente\ su\ a(t)} = \frac{\sqrt{2}}{T}\int_{-T/2}^{T/2} a(t)e^{-j\omega t}dt = \underbrace{Ae^{j\alpha}}_{fasore\ di\ a(t)}$

La linearità dell'operatore S implica che:

(1) $\begin{cases} c(t) = m\,a(t) + n\,b(t) \\ \underline{C} = m\underline{A} + n\underline{B} \end{cases}$

(2) $\begin{cases} c(t) = m\,a(t) \\ \underline{C} = m\underline{A} \end{cases}$

Risulta inoltre che la derivata di un fasore vale:

$$\begin{cases} c(t) = \frac{da(t)}{dt} \\ \underline{C} = j\omega\underline{A} \end{cases}$$

L'antitrasformata di Steinmetz trasforma un fasore nella sua corrispondente grandezza sinusoidale:

$$S^{-1}[\underline{A}] = \sqrt{2}\Re[\underline{A}e^{j\omega t}] = \sqrt{2}\Re[Ae^{j(\omega t+\alpha)}]$$

Le leggi costitutive dei componenti elettrici attivi trasformati in fasori sono:

Resistore:

$$v(t) = R\,i(t) \Rightarrow \underline{V} = R\,\underline{I}$$

Induttore:

$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt} \Rightarrow \underline{V} = j\omega L\,\underline{I}; \quad \underline{I} = -\frac{j}{\omega L}\underline{V}$$

Condensatore:

$$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt} \Rightarrow \underline{I} = j\omega C\,\underline{V}; \quad \underline{V} = -\frac{j}{\omega C}\underline{I}$$

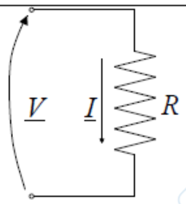
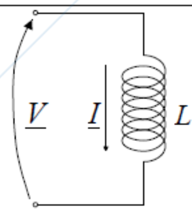
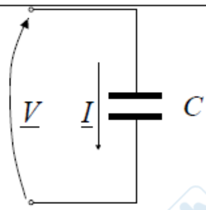
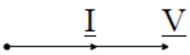
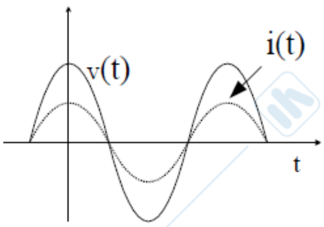
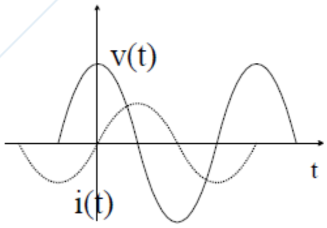
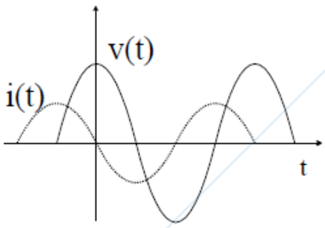
Generatore di tensione (indipendente):

$$v(t) = e(t), \quad e(t) = \sqrt{2}E\cos(\omega t + \alpha_v) \Rightarrow \underline{V} = \underline{E}, \quad \underline{E} = Ee^{j\alpha_v}$$

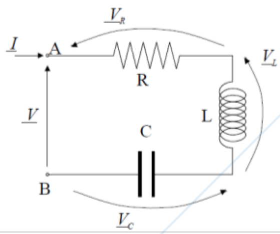
Generatore di corrente (indipendente):

$$i(t) = I_g(t), \quad I_g(t) = \sqrt{2}I\cos(\omega t + \alpha_I) \Rightarrow \underline{I} = \underline{I}_g, \quad \underline{I}_g = Ie^{j\alpha_I}$$

Le leggi costitutive dei componenti elettrici passivi trasformati in fasori (impedenze) sono:

 Figura 1.a	 Figura 1.b	 Figura 1.c
$\underline{Z}=R$	$\underline{Z}=j\omega L$	$\underline{Z}=-j/\omega C$
$\underline{I}=\frac{\underline{V}}{R}=\frac{V}{R}$	$\underline{I}=-j\frac{1}{\omega L}\underline{V}=\frac{V}{\omega L}e^{-j\omega\frac{\pi}{2}}$	$\underline{I}=j\omega C\underline{V}=V\omega Ce^{j\omega\frac{\pi}{2}}$
La corrente simbolica $\underline{I}$ è un numero reale in fase con $\underline{V}$: $I=\frac{V}{R}$, φ =0	La corrente simbolica $\underline{I}$ è un numero immaginario in quadratura in ritardo rispetto a $\underline{V}$: $I=\frac{V}{\omega L}$, φ =π/2	La corrente simbolica $\underline{I}$ è un numero immaginario in quadratura in anticipo rispetto a $\underline{V}$: $I=V\omega C$, φ =–π/2
 Figura 2.a	 Figura 2.b	 Figura 2.c
 Figura 3.a	 Figura 3.b	 Figura 3.c

L'impedenza complessiva di impedenze in serie:



(1) è formata da una parte reale (resistenza, cui contribuisce il resistore) e da una parte immaginaria (reattanza, cui contribuiscono l'induttore e il condensatore): $\underline{Z} = R + jX$

(2) ha modulo: $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$

(3) ha argomento: $\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{X}{R}\right)$

(4) è associata a una pulsazione di risonanza che corrisponde a corrente massima, sfasamento nullo, ecomportamento resistivo del circuito: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

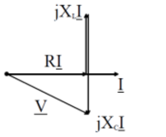


Figura 11.a - Per $\omega < \omega_0$ la reattanza capacitiva prevale su quella induttiva.

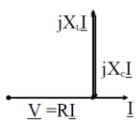


Figura 11.b. - Per $\omega = \omega_0$, la reattanza capacitiva e quella induttiva si compensano.

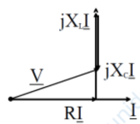
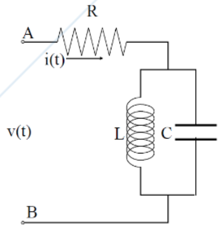


Figura 11.c. - Per $\omega > \omega_0$, la reattanza induttiva prevale su quella capacitiva.

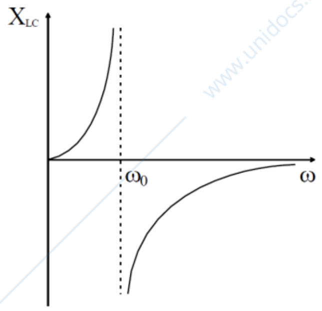
L'impedenza complessiva di un condensatore e un induttore in parallelo:



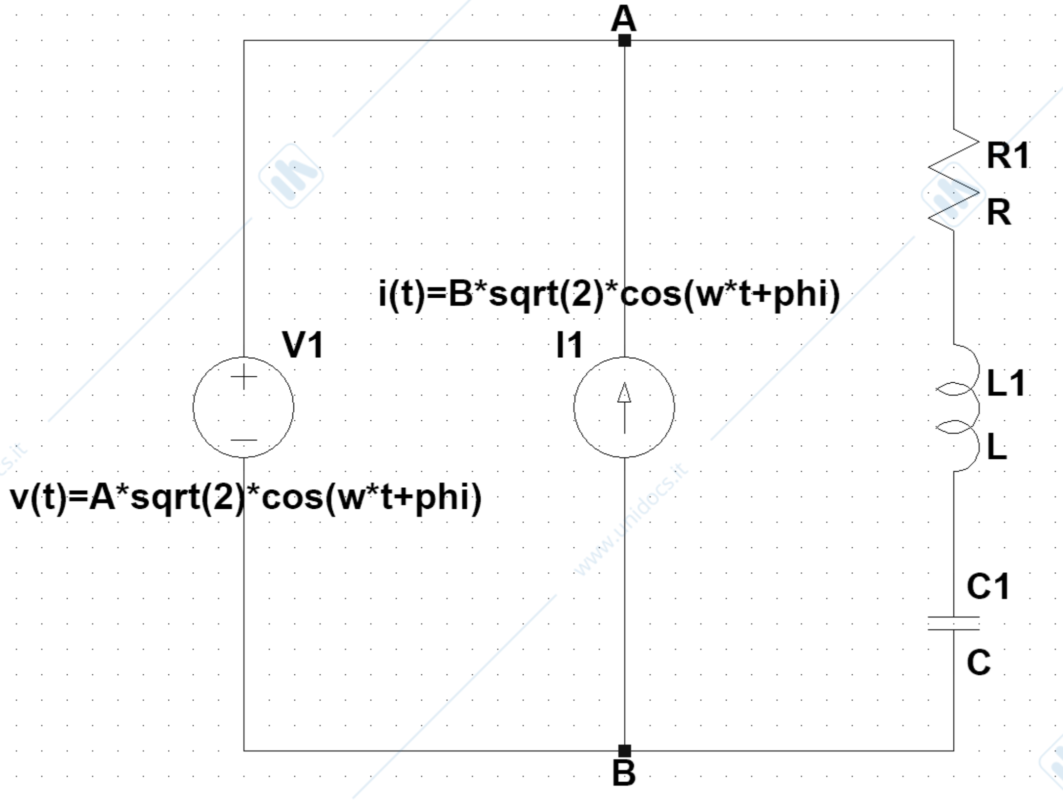
(1) è puramente reattiva: $\underline{Z} = jX_{LC}$

(2) è associata a un valore di pulsazione di risonanza che corrisponde a un non passaggio di corrente, poiché rende infinita l'impedenza: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Notare che, nonostante l'impedenza descritta corrisponda a un circuito aperto, le correnti "interne" che attraversano il condensatore e l'induttore sono diverse da zero e opposte (si instaura un regime periodico di scambio energetico tra il condensatore e l'induttore): $\underline{I_L} = -\underline{I_C}$



Circuiti in corrente alternata



Conversione dal regime sinusoidale a quello fasoriale con la trasformata di Stein-Metz:

$$\begin{array}{c} v(t) = A\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)\ V \\ i(t) = B\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)\ A \\ R = r\ \Omega \\ L = l\ H \\ C = c\ F \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \underline{V} = Ae^{j\varphi} = A(\cos\varphi + j\sin\varphi) \\ \underline{I} = Be^{j\varphi} = B(\cos\varphi + j\sin\varphi) \\ \underline{Z_R} = r \\ \underline{Z_L} = j\omega l \\ \underline{Z_C} = -\dfrac{j}{\omega c} \end{array}$$

Calcolo delle potenze:

Potenza attiva[1]: $\underline{P}$[2] $= P;\quad P = \sqrt{2}V_R\sqrt{2}I_R = 2V_RI_R = 2Z_RI_R^2 \quad W$

Potenza reattiva[3]: $\underline{Q} = jQ;\quad Q = \sqrt{2}V_X\sqrt{2}I_X = 2V_XI_X = 2Z_XI_X^2 \quad VAR$

Potenza complessa: $\underline{N} = \underline{P} + \underline{Q} = P + jQ$

Potenza apparente: $N = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad VA$

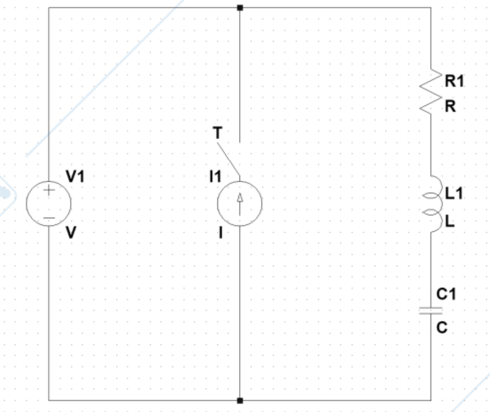
Power factor: $\phi = \dfrac{P}{N} \rightarrow \begin{cases} leading, se\ Q > 0 \\ lagging, se\ Q < 0 \end{cases}$

[1] *La potenza attiva si calcola solo per le impedenze associate a resistori.*

[2] *Il trattino al di sotto di una grandezza indica un fasore, la lettera senza il trattino indica il modulo di un fasore e si calcola come:* $M = \sqrt{Re(\underline{M})^2 + Im(\underline{M})^2}$.

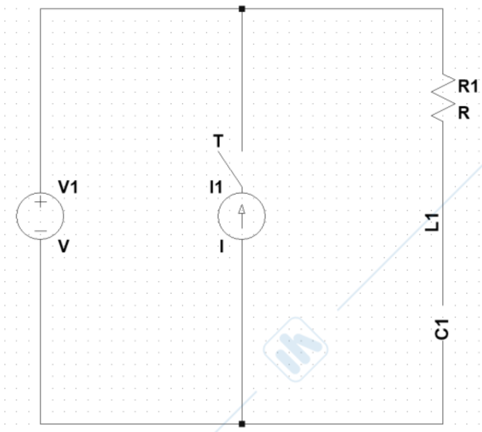
[3] *La potenza reattiva si calcola solo per le impedenze associate a induttori o condensatori.*

Circuiti con transitorio



Studio per ispezione:

(1) $t = 0^-$:

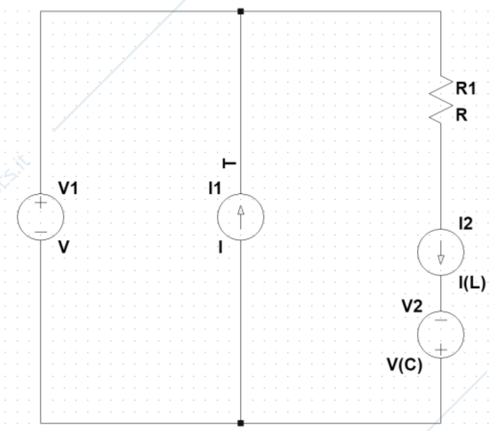


(1.a) si determinano le variabili di stato del sistema, cioè le correnti degli induttori e le tensioni dei condensatori;

(1.b) si considerano gli induttori come dei cortocircuiti e i condensatori come dei circuiti aperti;

(1.c) non viene cambiata la posizione dell'interruttore (o deviatore o altro).

(2) $t = 0^+$:

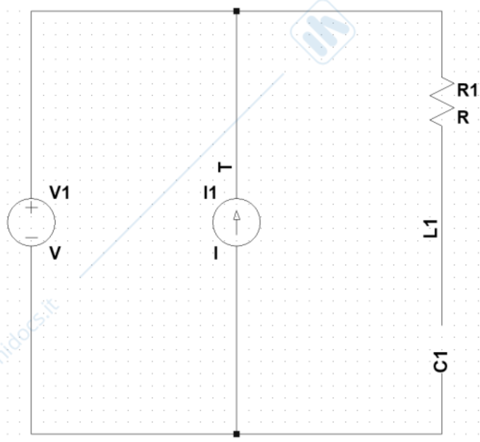


(2.a) viene cambiata la posizione dell'interruttore (o deviatore o altro);

(2.b) si considerano gli induttori come generatori di corrente indipendenti e i condensatori come generatori di tensione indipendenti. Il loro verso è concorde con quello delle correnti scelte arbitrariamente all'inizio dello studio, i valori numerici associati sono quelli ricavati nel punto (1);

(2.c) nella valutazione delle tensioni si usa la convenzione da utilizzatore per i generatori che sostituiscono gli induttori e i condensatori.

(3) $t = \infty$:



(3.a) la posizione dell'interruttore (o deviatore o altro) rimane invariata rispetto al punto (2);

(3.b) si considerano gli induttori e i condensatori come nel punto (1);

Circuiti con transitorio

I circuiti con memoria con transitorio possono essere di 3 tipi, a seconda del tipo di impedenze che vengono utilizzate:

(1) circuiti RC

(2) circuiti RL

(3) circuiti RLC

Caso 1: circuito RC

Il problema di Cauchy associato a un circuito RC è:

$$\begin{cases} \frac{dv_c}{dt} + \frac{1}{RC} v_c = \frac{E}{RC} \\ v_c(0) = v_{c0} \end{cases}$$ [1]

I valori di tensione ai capi del condensatore e di corrente nel circuito sono:

$$\begin{cases} v_c(t) = \overbrace{(v_{c0} - E)e^{-\frac{t}{RC}}}^{risposta\ transitoria} + \overbrace{E}^{risposta\ a\ regime} = \overbrace{v_{c0}e^{-\frac{t}{RC}}}^{risposta\ libera} + \overbrace{E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})}^{risposta\ forzata} \\ i(t) = \frac{E - v_{c0}}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \end{cases}$$

Caso 2: circuito RL

Il problema di Cauchy associato a un circuito RL è:

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{E}{L} \\ i(0) = i_0 \end{cases}$$

I valori di corrente nel circuito e di tensione ai capi dell'induttore sono:

$$\begin{cases} i(t) = \overbrace{(i - \frac{E}{R})e^{-\frac{R}{L}t}}^{risposta\ transitoria} + \overbrace{\frac{E}{R}}^{risposta\ a\ regime} = \overbrace{i_0 e^{-\frac{R}{L}t}}^{risposta\ libera} + \overbrace{\frac{E}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t})}^{risposta\ forzata} \\ v_L(t) = (E - Ri_0)e^{-\frac{R}{L}t} \end{cases}$$

Caso 3: circuiti RLC

Il problema di Cauchy associato a un circuito RLC è:

$$\begin{cases} \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = 0 \\ i(0) = 0 \\ v_c(0) = v_{c0} \end{cases}$$

La soluzione dipende dal segno del discriminante che si ottiene risolvendo l'equazione associata:

$$\lambda^2 + \frac{R}{L}\lambda + \frac{1}{LC} = 0 \mapsto \begin{cases} \lambda_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \\ \Delta = \underbrace{\sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}}_{fattore\ di\ smorzamento\ e\ pulsazione\ naturale} \end{cases}$$

[1] La soluzione di questi problemi del primo ordine è data dalla somma della soluzione generale e di quella particolare.

Si individuano 3 casi:

(a) risposta sovrasmorzata per $\alpha > \omega_0$ (discriminante positivo)

(b) risposta con smorzamento critico per $\alpha = \omega_0$ (discriminante nullo)

(c) risposta sottosmorzata per $\alpha < \omega_0$ (discriminante negativo)

Caso A: risposta sovrasmorzata

La soluzione è del tipo: $i(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t}$

I valori incogniti che si ottengono svolgendo i calcoli sono:

$$\begin{cases} \lambda_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \\ \lambda_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \\ A = \frac{E - v_{c0}}{L} \\ B = -\frac{E - v_{c0}}{L} \end{cases}$$

Caso B: risposta con smorzamento critico

La soluzione è del tipo: $i(t) = Ae^{\lambda t} + Bte^{\lambda t}$

I valori incogniti che si ottengono svolgendo i calcoli sono:

$$\begin{cases} \lambda = -\alpha \\ A = 0 \\ B = \frac{E - v_{c0}}{L} \end{cases}$$

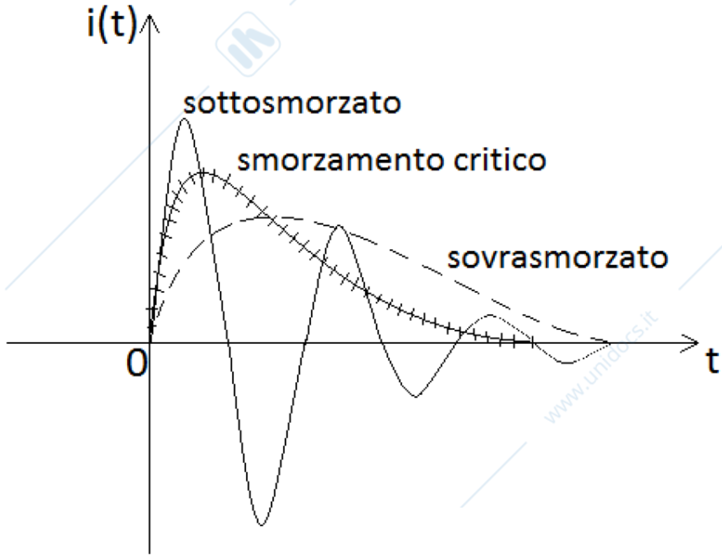
Caso C: risposta sottosmorzata

La soluzione è del tipo: $i(t) = Ae^{Re(\lambda_{1,2})t} \cos(Im(\lambda_{1,2})t) + Be^{Re(\lambda_{1,2})t} \sin(Im(\lambda_{1,2})t)$

I valori incogniti che si ottengono svolgendo i calcoli sono:

$$\begin{cases} \lambda_1 = -\alpha + j\sqrt{-(\alpha^2 - \omega_0^2)} = \overbrace{-\alpha + j\omega_d}^{fattore\ di\ smorzamento\ e\ pulsazione\ naturale\ smorzata} \\ \lambda_2 = -\alpha - j\sqrt{-(\alpha^2 - \omega_0^2)} = \underbrace{-\alpha}_{Re(\lambda_{1,2})} - j \underbrace{\omega_d}_{Im(\lambda_{1,2})} \\ A = 0 \\ B = \frac{E - v_{c0}}{L\omega_d} \end{cases}$$

L'andamento della corrente in funzione del tempo nei 3 casi possibili per i circuiti RLC è:



Motori elettrici

Un motore elettrico è definito come un sistema di due o più circuiti elettrici accoppiati magneticamente.

Consideriamo il caso semplice di un motore formato da due circuiti elettrici a forma di anello (2 avvolgimenti o spire). Il primo avvolgimento, fisso nello spazio, è dotato di una f.e.m. in grado di generare una corrente. Nel caso più generale, supponiamo che il secondo avvolgimento sia anche in grado di variare la propria posizione rispetto al primo. Allora, con queste ipotesi, la catena di eventi che si genera è la seguente:

(a) la f.e.m. del primo avvolgimento genera una corrente i_1 che scorre in tale avvolgimento;

(b) la corrente i_1 genera un campo di induzione magnetica B_1;

(c) il campo B_1 si concatena alla seconda spira, generando, se variabile, una f.e.m. indotta;

(d) la f.e.m. indotta genera una corrente i_2 nella seconda spira;

(e) la corrente i_2 genera un campo di induzione magnetica B_2;

(f) il campo B_2 si somma al campo B_1 per dare origine al campo totale B_{tot}.

La condizione fondamentale affinché possa generarsi una forza elettromotrice indotta nella seconda spira è che il campo concatenato B_1 sia variabile. Nell'ipotesi più generale, tale campo può variare:

(1) a causa di una variazione della corrente i_1, e in tal caso la f.e.m. indotta è di tipo trasformatorico;

(2) a causa di una variazione della posizione del circuito indotto rispetto a quello induttore, e in tal caso la f.e.m. indotta è di tipo mozionale.

Le espressioni base che esprimono la differenza di potenziale ai capi delle due spire mutuamente accoppiate sono:

$$\begin{cases} v_1(t) = \overbrace{R_1 i_1}^{resistenza\ e\ corrente\ della\ prima\ spira} + \overbrace{\dfrac{\partial \phi_{c1}}{\partial t}}^{variazione\ del\ flusso\ concatenato\ alla\ prima\ spira} \\ v_2(t) = \underbrace{R_2 i_2}_{resistenza\ e\ corrente\ della\ seconda\ spira} + \underbrace{\dfrac{\partial \phi_{c2}}{\partial t}}_{variazione\ del\ flusso\ concatenato\ alla\ seconda\ spira} \end{cases}$$

Il flusso concatenato è funzione delle correnti dei vari avvolgimenti e della posizione angolare degli avvolgimenti. Considerando solamente l'espressione relativa al circuito indotto, si ha:

$$\begin{cases} \phi_{c2}(t) = f(i_1(t), i_2(t), \vartheta_m) \\ d\phi_{c2} = \dfrac{\partial \phi_{c2}}{\partial i_1} di_1 + \dfrac{\partial \phi_{c2}}{\partial i_2} di_2 + \dfrac{\partial \phi_{c2}}{\partial \vartheta_m} d\vartheta_m \underbrace{=}_{hp.\ di\ linearità} M_{12} di_1 + L_2 di_2 + \dfrac{\partial \phi_{c2}}{\partial \vartheta_m} d\vartheta_m \end{cases}$$

Con l'ipotesi di linearità sono stati introdotti i coefficienti di auto (L) e mutua (M) induzione nell'espressione del differenziale del flusso concatenato alla seconda spira.

Inserendo l'ultima espressione in quella di base della tensione della seconda spira si ottiene:

$$v_2(t) = \underbrace{(R_2 i_2)}_{caduta\ di\ tensione\ ohmica} + \underbrace{\left(M_{12}\frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}\right)}_{f.e.m.\ trasformatorica} + \underbrace{\left(\frac{\partial \phi_{c2}}{\partial \vartheta_m}\overbrace{\frac{d\vartheta_m}{dt}}^{\omega_m}\right)}_{f.e.m.\ mozionale}$$

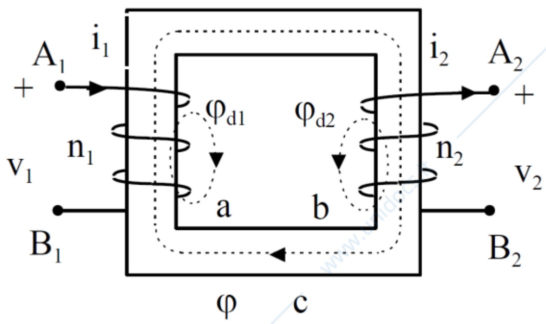
Generalizzando l'espressione per un motore elettrico dotato di *n* avvolgimenti, di cui 1 mobile, si ha:

$$\boxed{v_j(t) = (R_j i_j) + \left(\sum_{k=1}^{n} \overbrace{M_{jk}}^{M_{jj}=L_j} \frac{di_k}{dt}\right) + \left(\frac{\partial \phi_{cj}}{\partial \vartheta_m}\omega_m\right)}$$

Trasformatori

I trasformatori sono macchine elettriche statiche formate da un nucleo ferromagnetico attorno al quale sono avvolte due avvolgimenti, uno primario e uno secondario.

Il principio di funzionamento di un trasformatore è quello già descritto più in generale per le macchine elettriche, con la specifica che in questo caso la tensione secondaria ai capi dell'avvolgimento secondario (quello indotto) è solo ottenuta tramite variazione della corrente dell'avvolgimento primario. Tale corrente varia nel tempo poiché la tensione primaria che la genera è alternata. Con un trasformatore è possibile trasferire potenza elettrica fra circuiti tramite un campo di induzione magnetica, senza cioè che i due circuiti siano "elettricamente" collegati.



Per i due avvolgimenti, come nel caso delle macchine elettriche, le tensioni ai loro capi sono:

$$\begin{cases} v_1(t) = \overbrace{R_1 i_1}^{resistenza\ e\ corrente\ della\ prima\ spira} + \overbrace{\frac{\partial \phi_{c1}}{\partial t}}^{variazione\ del\ flusso\ concatenato\ alla\ prima\ spira} \\ v_2(t) = -\underbrace{R_2 i_2}_{resistenza\ e\ corrente\ della\ seconda\ spira} - \underbrace{\frac{\partial \phi_{c2}}{\partial t}}_{variazione\ del\ flusso\ concatenato\ alla\ seconda\ spira} \end{cases}$$

I flussi del campo induzione magnetica concatenati alle due spire sono la somma di due contributi, il flusso concatenato a entrambi gli avvolgimenti interno al ferromagnete e il flusso disperso concatenato a solo uno dei due avvolgimenti, approssimabile utilizzando dei coefficienti di autoinduzione di dispersione (in particolare a chi l'ha generato):

$$\begin{cases} \phi_{c1} = +n_1\varphi + \varphi_{d1} = +n_1\varphi + L_{d1} i_1 \\ \phi_{c2} = -n_2\varphi + \varphi_{d2} = -n_2\varphi + L_{d2} i_2 \end{cases}$$

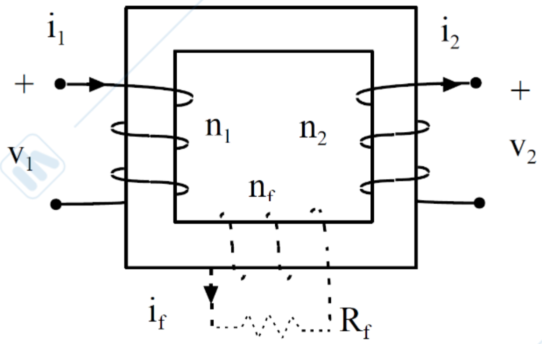
Il segno "meno" nella seconda espressione è dovuto al fatto che nella figura il verso del flusso concatenato e quello del flusso che si otterrebbe applicando la regola della mano destra alla corrente secondaria sono discordi. Sostituendo le espressioni dei flussi concatenati in quelle delle tensioni si ottiene:

$$\begin{cases} \boxed{v_1 = +R_1 i_1 + \overbrace{n_1 \frac{d\varphi}{dt} + L_{d1} \frac{di_1}{dt}}^{+\frac{\partial \phi_{c1}}{\partial t}}} \\ \boxed{v_2 = -R_2 i_2 + \underbrace{n_2 \frac{d\varphi}{dt} - L_{d2} \frac{di_2}{dt}}_{-\frac{\partial \phi_{c2}}{\partial t}}} \end{cases}$$

Applicando la legge di Hopkins ($Ni = R\phi$) per il flusso concatenato attraverso il ferromagnete si ottiene una equazione di accoppiamento magnetico fra i due avvolgimenti. In tale equazione compare la riluttanza del circuito magnetico principale (il ferromagnete):

$$n_1 i_1 - n_2 i_2 = \mathcal{R}\varphi$$

Ancora una volta, il segno "meno" è dovuto al fatto che, rispetto al senso di percorrenza antiorario attribuito al flusso concatenato (concordemente al quale si applica la legge di Hopkins), la corrente secondaria, per come è stata rappresentata, tende a generare un campo di induzione nel verso opposto. La corrente primaria è invece concorde, in termini di direzione del campo di induzione (usare la regola della mano destra).



Introducendo un avvolgimento fittizio collegato a una resistenza, è possibile simulare l'effetto delle correnti parassite di Foucault che si generano nel ferromagnete quando il flusso del campo induzione varia nel tempo al suo interno. L'ultima espressione, ottenuta con la legge di Hopkins, può allora essere modificata come segue (si tenga presente che la corrente è concorde al verso antiorario scelto per applicare la legge):

$$\boxed{n_1 i_1 - n_2 i_2 + n_f i_f = \mathcal{R}\varphi}$$

La tensione ai capi dell'avvolgimento fittizio, nell'ipotesi di trascurare il coefficiente di autoinduzione, vale:

$$0 = R_f i_f + \frac{\partial \phi_{cf}}{\partial t} = R_f i_f + n_f \frac{d\varphi}{dt} + \overbrace{L_{df}\frac{di_f}{dt}}^{\approx 0} \xrightarrow{semplificando} \boxed{0 = R_f i_f + n_f \frac{d\varphi}{dt}}$$

Riassumendo, le 4 equazioni di interesse sono:

$$\begin{cases} v_1 = +R_1 i_1 + n_1 \frac{d\varphi}{dt} + L_{d1}\frac{di_1}{dt} \\ v_2 = -R_2 i_2 + n_2 \frac{d\varphi}{dt} - L_{d2}\frac{di_2}{dt} \\ 0 = +R_f i_f + n_f \frac{d\varphi}{dt} \\ \mathcal{R}\varphi = n_1 i_1 - n_2 i_2 + n_f i_f \end{cases}$$

Nell'ipotesi di correnti e tensioni alternate isofrequenziali, si applica la trasformata di Steinmetz e si ottiene:

$$\begin{cases} v_1 = +R_1 i_1 + n_1 \frac{d\varphi}{dt} + L_{d1}\frac{di_1}{dt} \\ v_2 = -R_2 i_2 + n_2 \frac{d\varphi}{dt} - L_{d2}\frac{di_2}{dt} \\ 0 = +R_f i_f + n_f \frac{d\varphi}{dt} \\ \mathcal{R}\varphi = n_1 i_1 - n_2 i_2 + n_f i_f \end{cases} \underbrace{\xrightarrow{Steinmetz}}_{\boxed{\substack{c(t)=\frac{da(t)}{dt} \\ \underline{C}=j\omega\underline{A}}}} \begin{cases} \underline{V_1} = +R_1 \underline{I_1} + j\omega n_1 \underline{\Phi} + j\omega L_{d1}\underline{I_1} \\ \underline{V_2} = -R_2 \underline{I_2} + j\omega n_2 \underline{\Phi} - j\omega L_{d2}\underline{I_2} \\ 0 = +R_f \underline{I_f} + j\omega n_f \underline{\Phi} \\ \mathcal{R}\underline{\Phi} = n_1 \underline{I_1} - n_2 \underline{I_2} + n_f \underline{I_f} \end{cases}$$

Se il nucleo ferromagnetico è lineare si introducono i coefficienti di auto e mutua induzione:

$$\begin{cases} \underline{V_1} = +R_1 \underline{I_1} + j\omega \overbrace{L_1\underline{I_1} + M_{12}\underline{I_2}}^{n_1\underline{\Phi}} + j\omega L_{d1}\underline{I_1} \\ \underline{V_2} = -R_2 \underline{I_2} + j\omega \overbrace{L_2\underline{I_2} + M_{12}\underline{I_1}}^{n_2\underline{\Phi}} - j\omega L_{d2}\underline{I_2} \\ 0 = +R_f \underline{I_f} + j\omega n_f \underline{\Phi} \\ \mathcal{R}\underline{\Phi} = n_1 \underline{I_1} - n_2 \underline{I_2} + n_f \underline{I_f} \end{cases}$$

Per ottenere tutte le incognite, occorre introdurre altre due equazioni. Queste descrivono l'accoppiamento elettrico del trasformatore con il mondo esterno attraverso i morsetti degli avvolgimenti. Ipotizziamo che il primo avvolgimento sia alimentato da una rete di tensione nota e assegnata, e che il secondo sia chiuso su una impedenza di carico noto. Allora si ha:

$$\begin{cases} \underline{V}_1 = \underline{E} \\ \underline{V}_2 = \underline{Z}_L \underline{I}_2 \end{cases}$$

Se non si considerano perdite e flussi dispersi, cioè se si considera un trasformatore ideale (resistenze nulle, correnti di Foucault assenti, flussi dispersi assenti, riluttanza nulla), si ha:

$$\left| \begin{aligned} v_1 &= +R_1 i_1 + n_1 \frac{d\varphi}{dt} + L_{d1}\frac{di_1}{dt} \\ v_2 &= -R_2 i_2 + n_2 \frac{d\varphi}{dt} - L_{d2}\frac{di_2}{dt} \\ 0 &= +R_f i_f + n_f \frac{d\varphi}{dt} \\ \mathcal{R}\varphi &= n_1 i_1 - n_2 i_2 + n_f i_f \end{aligned} \right. \xrightarrow{ideale} \left| \begin{aligned} v_1 &= n_1 \frac{d\varphi}{dt} \\ v_2 &= n_2 \frac{d\varphi}{dt} \\ 0 &= n_1 i_1 - n_2 i_2 \end{aligned} \right.$$

Usando le ultime 3 equazioni ottenute, si definisce il rapporto di trasformazione di un trasformatore come:

$$\boxed{k = \frac{n_1}{n_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{i_2}{i_1}}$$

In sintesi, il sistema di equazioni risolutive di un trasformatore NON ideale è:

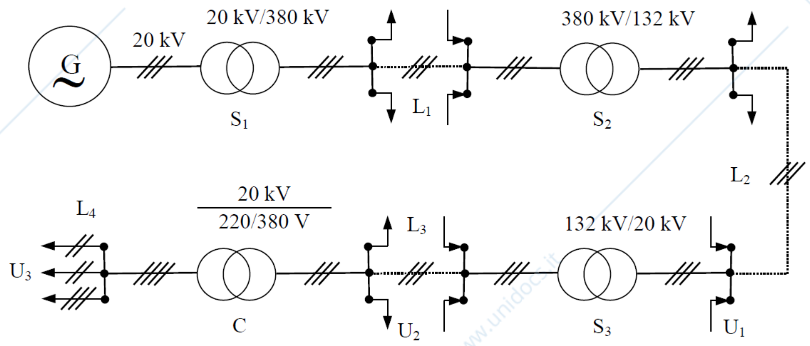
$$\boxed{\begin{cases} \boldsymbol{v_1 = +R_1 i_1 + n_1 \frac{d\varphi}{dt} + L_{d1}\frac{di_1}{dt}} \\ \boldsymbol{v_2 = -R_2 i_2 + n_2 \frac{d\varphi}{dt} - L_{d2}\frac{di_2}{dt}} \\ \boldsymbol{0 = +R_f i_f + n_f \frac{d\varphi}{dt}} \\ \boldsymbol{\mathcal{R}\varphi = n_1 i_1 - n_2 i_2 + n_f i_f} \\ \boldsymbol{v_1 = e} \\ \boldsymbol{v_2 = R_L i_2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{\underline{V}_1 = +R_1 \underline{I}_1 + j\omega \overbrace{L_1 \underline{I}_1 + M_{12}\underline{I}_2}^{n_1\Phi} + j\omega L_{d1}\underline{I}_1} \\ \boldsymbol{\underline{V}_2 = -R_2 \underline{I}_2 + j\omega \overbrace{L_2 \underline{I}_2 + M_{12}\underline{I}_1}^{n_2\Phi} - j\omega L_{d2}\underline{I}_2} \\ \boldsymbol{0 = +R_f \underline{I}_f + j\omega n_f \underline{\Phi}} \\ \boldsymbol{\mathcal{R}\underline{\Phi} = n_1 \underline{I}_1 - n_2 \underline{I}_2 + n_f \underline{I}_f} \\ \boldsymbol{\underline{V}_1 = \underline{E}} \\ \boldsymbol{\underline{V}_2 = \underline{Z}_L \underline{I}_2} \end{cases}}$$

La catena di uguaglianze risolutive di un trasformatore ideale è:

$$\boxed{\boldsymbol{k = \frac{n_1}{n_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{i_2}{i_1}}}$$

Elementi di impianti elettrici

Un sistema elettrico è formato da tutte quelle macchine, apparecchiature e linee necessarie a garantire, come fine ultimo, l'utilizzo di corrente elettrica. Nel sistema elettrico di potenza di tipo trifase, la tensione generata dagli alternatori in fase iniziale ha valori di 20kV, i quali però vengono subito aumentati fino a 380kV per ridurre la dispersione tramite effetto Joule. Man mano che la linea prosegue, la tensione viene gradualmente abbassata: da 380kV si passa a 132kV e poi a 20kV. Nelle centrali infine la tensione viene abbassata fino a 220/380V e la corrente elettrica viene così resa disponibile alle utenze.



Gli isolamenti delle linee che trasportano corrente devono essere dimensionati e avere una tenuta tali per cui possano essere sicuri anche quando si verificano fenomeni di sovratensione o sovracorrente, cioè quando si verificano delle anomalie nei valori di tensione o corrente all'interno delle linee.

Le sovratensioni possono essere generate da cause interne (risonanza, riduzione improvvisa del carico, apertura o chiusura di interruttori, contatto accidentale con impianto a tensione di esercizio maggiore) o da cause esterne (fenomeni atmosferici come la fulminazione diretta). In generale è possibile studiare le sovratensioni per via teorica e verifica sperimentale.

Le sovracorrenti possono essere dei sovraccarichi (la corrente che circola è, per periodi generalmente limitati, superiore a quella per cui la linea è stata proporzionata), i quali hanno un effetto termico, oppure dei cortocircuiti (si viene a creare un cortocircuito, causato da cedimento dell'isolamento, fra due punti equipotenziali, il quale determina un picco di corrente).

Le condizioni per proteggere dal sovraccarico sono:

(1) il dispositivo di protezione deve avere una corrente nominale più bassa della corrente nominale e di quella massima supportabile dal conduttore da proteggere;

(2) il tempo di intervento deve essere tanto più breve quanto maggiore è l'entità del sovraccarico.

Le condizioni per proteggere dal cortocircuito sono:

(1) il dispositivo di protezione deve avere un potere di interruzione (corrente massima che può interrompere) pari o più alto del valore della corrente presumibile di cortocircuito nel punto in cui viene installato;

(2) il dispositivo di protezione deve avere una corrente nominale pari o più alta di quella di esercizio normale della linea da proteggere;

(3) il dispositivo di protezione si deve installare all'inizio del tratto da proteggere;

(4) il tempo di intervento deve essere il più breve possibile per evitare che si isolanti e conduttori vengano danneggiati irreversibilmente.

In via prudenziale, la corrente di cortocircuito da presumere è quella corrispondente al caso peggiore, cioè al caso in cui il cortocircuito non ha impedenze (normalmente ci sono ma sono trascurabili) e il tempo di intervento è tanto lungo da consentire alla corrente di raggiungere il valore di regime a transitorio terminato.

Interruttori

Esistono apparecchiature in grado di gestire la rete in condizioni normali e di intervenire in caso di anomalie di funzionamento.

Gli interruttori:

(1) hanno due posizioni stabili (aperto e chiuso) e possono essere manuali o automatici;

(2) consentono di interrompere e stabilire una linea (anche in cortocircuito);

(3) non impediscono la formazione di archi elettrici, che se da un lato garantiscono la continuità della corrente (interruzione non istantanea), dall'altro possono portare a sovratensioni e a un riadescamento (l'arco elettrico si riforma e la corrente torna a circolare).

La progettazione degli interruttori, in particolare per evitare i problemi del punto (3), deve:

(1) *far sì che l'ambiente venga deionizzato* (era stato ionizzato a seguito della formazione dell'arco elettrico): per fare ciò si deve sostituire il dielettrico ionizzato con uno non ionizzato;

(2) *far sì che l'arco venga allungato*, in modo che la tensione necessaria a mantenerlo sia più alta e quindi più difficile da raggiungere: se la tensione necessaria a mantenerlo non viene raggiunta, l'arco si estingue;

(3) *far sì che i contatti vengano raffreddati*, al fine di evitare l'emissione termoionica e limitare la sollecitazione termica.

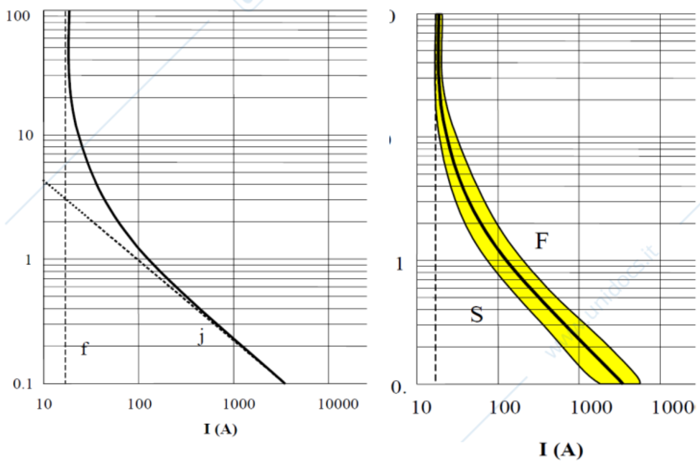
Si noti che anche in fase di chiusura si ha la formazione di un arco elettrico, ma il tutto è meno gravoso.

Fusibili

I fusibili sono i più semplici dispositivi di protezione contro le sovracorrenti. Sono fatti da un conduttore corto con basso punto di fusione. Quando la temperatura nella zona del fusibile si alza oltre un certo limite (la temperatura di fusione del fusibile), a seguito di una sovracorrente (solitamente un sovraccarico), il fusibile fonde e interrompe il circuito. In termini di potenze, il fusibile interrompe il circuito quando il calore disperso per effetto Joule è maggiore del calore di fusione:

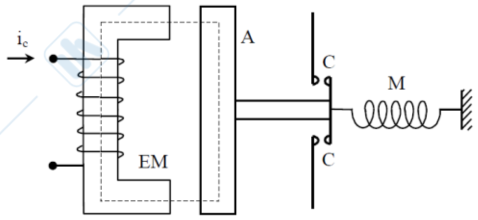
$$W_{Joule} = R_{fusibile} \int_0^{t_{intervento}} i^2 dt > W_{fusione}$$

Nel diagramma tempo-corrente di un fusibile sono particolarmente rilevanti due linee: una, verticale, corrisponde al valore della minima corrente necessaria per fondere il fusibile, l'altra, curva, rappresenta il calore disperso per effetto Joule nel tempo. Queste due linee contribuiscono alla realizzazione della curva caratteristiche del tempo di fusione o di intervento. Prendendo un punto sulla curva è possibile determinare il tempo di intervento corrispondente a una determinata corrente. Nella realtà, la curva viene "allargata" da due fasce di incertezza. La curva caratteristica di intervento mostra come il fusibile intervenga a tempo inverso (rispetto all'intensità della corrente): in presenza di un sovraccarico (guasto poco pericoloso) agisce lentamente, in presenza di un cortocircuito interviene velocemente (corrente molto più elevata, guasto molto pericoloso).



Relè

Il relè classico (*relè elettromagnetico*), indipendente dal tempo (a soglia) e con funzioni di protezione o manovra, è un elettromagnete che, opportunamente eccitato da una corrente di comando (la corrente genera un campo di induzione), è capace di esercitare una forza in grado di vincere la resistenza di una molla antagonista, così da poter operare un azionamento meccanico.



Con il termine relè oggi si fa riferimento a una vasta gamma di apparecchi che hanno un nome diverso a seconda della grandezza fisica (elettrica o non elettrica, grazie ai traduttori) alla quale sono sensibili. I relè possono essere classificati anche a seconda del valore che deve assumere la grandezza affinché intervenga il relè stesso:

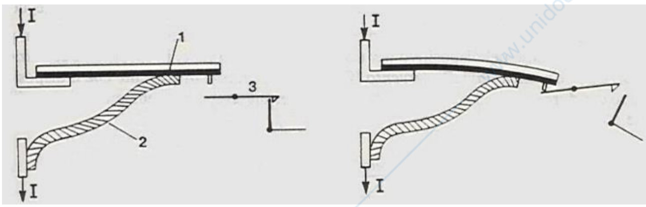
(1) i relè di massima intervengono quando la grandezza supera un certo valore;

(2) i relè di minima intervengono quando la grandezza scende oltre un certo valore;

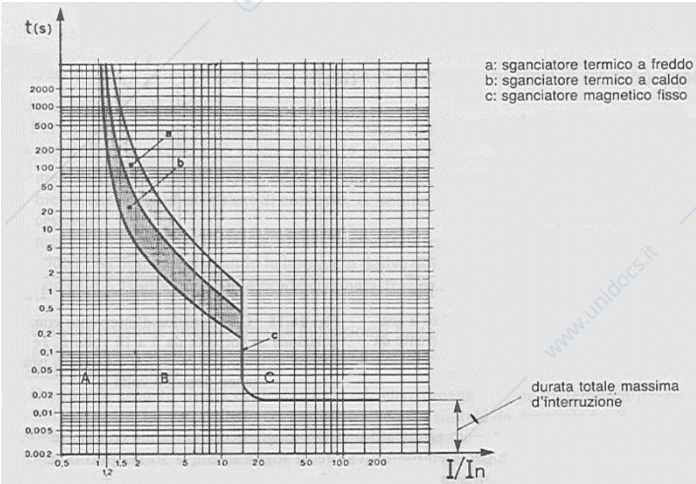
(3) i relè differenziali sono sensibili alla differenza nel valore di due grandezze (ad esempio quelle di ingresso e uscita da un dispositivo).

I *relè statici* non presentano parti mobili e sono costituiti da circuiti elettronici, i quali sono comunque in grado di svolgere funzioni come l'aperura e la chiusura di circuiti (ad esempio tramite dei transistori).

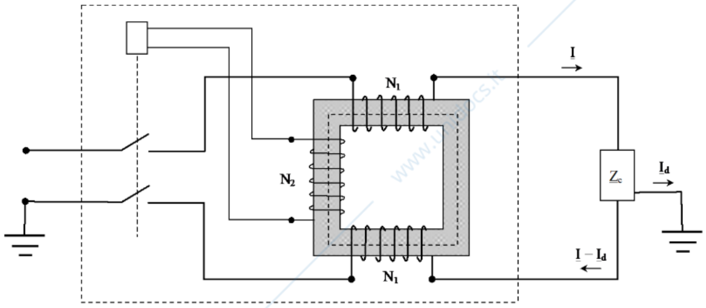
I *relè termici* sono sensibili alla temperatura e sono a sgancio a tempo inverso. Una corrente attraversa due metalli di differenze coefficiente di dilatazione termica e, tramite un cavo flessibile, prosegue nel suo percorso. Il diverso coefficiente permette alla lamina bimetallica, raggiunte certe temperature, di deformarsi. Deformandosi, essa aziona il dispositivo di sgancio. Il relè viene ripristinato al raggiungimento di temperature sufficientemente basse. Essi si prestano bene a essere usati in presenza di sovracorrenti di cui ci si aspetta la presenza e di breve durata (come nei casi di avviamento dei motori asincroni, per i quali è richiesta una coppia di spunto dal valore di corrente molto più elevata di quella in condizioni di funzionamento).



I *relè magnetotermici* (efficaci sostituti dei fusibili) sono ottenuti combinando un relè termico e uno elettromagnetico con l'obiettivo di ottenere un dispositivo più efficacemente proteggente. Per correnti entro un certo valore (sovraccarichi, zona B del grafico) interviene il relè termico, per correnti oltre tale valore (cortocircuito, zona C del grafico) interviene quello elettromagnetico. Nel grafico, la zona A è associata a un non intervento del relè.

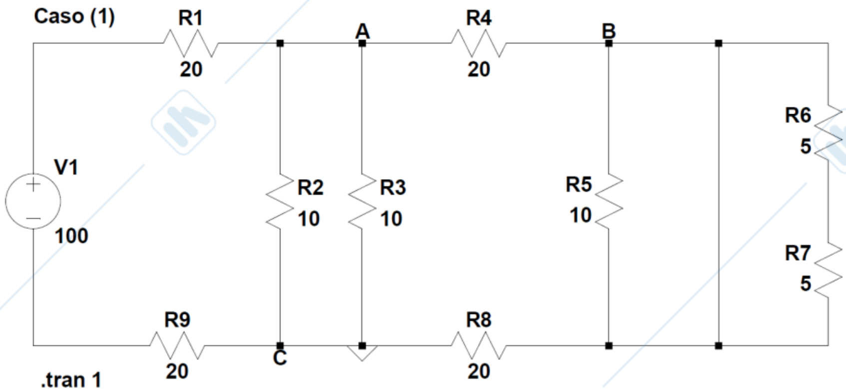


I *relè differenziali* monofase sono collegati alla linea che vogliono proteggere e sfruttano un nucleo magnetico toroidale. Tale nucleo è avvolto da 3 avvolgimenti. In due di questi (entrambi da N_1 spire) scorre una corrente che arriva dalla linea e passa per un'impedenza (carico, Z_c). In condizioni normali, la corrente dei due avvolgimenti è uguale e contraria e di conseguenza il campo netto di induzione magnetica generato nel nucleo è nullo. In questo modo, nel terzo avvolgimento non si ha corrente. Quando però a causa di un guasto dall'impedenza si diparte una terza corrente verso terra (I_d), le correnti nei primi due avvolgimenti producono un campo di induzione non nullo (poiché sono correnti di differente intensità). Proprio tale campo è la causa della circolazione di corrente nel terzo avvolgimento (da N_3 spire), cui si associa l'apertura degli interruttori e lo stacco del relè dalla linea. Questo relè, come dice il nome, è di tipo differenziale: il circuito viene aperto solo se la differenza fra le due correnti in caso di anomalia supera un certo valore minimo. Per valori minimi pari a 0.3A, il relè si impiega per proteggere motori o apparecchiature contro i "guasti a terra" dovuti a perdite di isolamento di un conduttore di alimentazione. Apparecchi più sensibili sono invece impiegati come forma di protezione attiva contro la folgorazione.



LT SPICE: guida agli esercizi

Esercizio 1: regime stazionario



Il circuito è composto da:

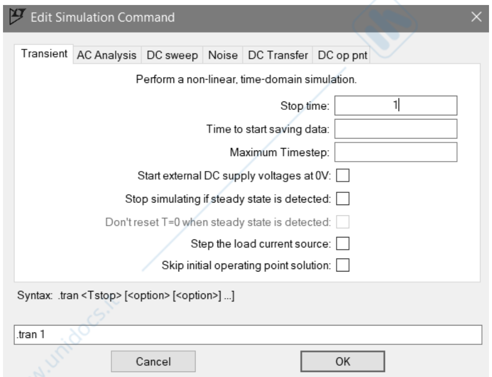
(1) un generatore indipendente di tensione (V);

(2) nove resistori[1] (Ω) di valore fisso scelto arbitrariamente.

Per fra partire la simulazione occorre inserire:

(1) una messa a terra, che fissa il potenziale di un nodo a 0 V. Questo vale per tutti i circuiti.

(2) il comando ***.tran 1***, in cui:

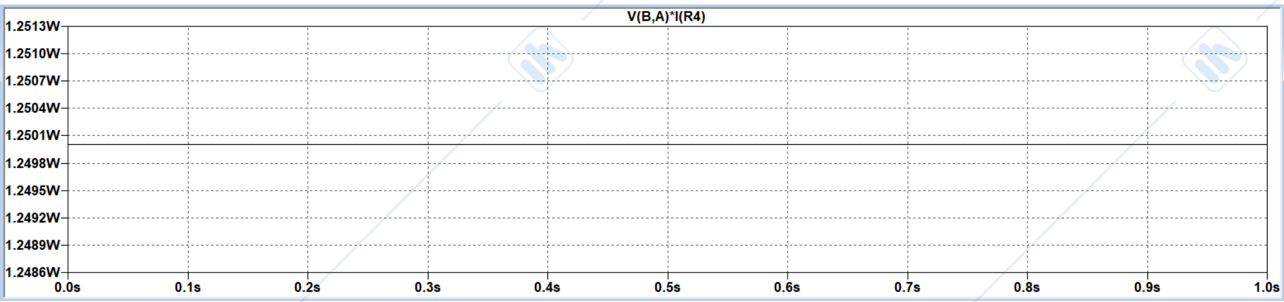


(2.1) *il punto* indica che si tratta di un comando "attivo" (un punto e virgola avrebbe indicato un commento o un comando non "attivo"). Questo vale per tutti i comandi;

(2.2) *tran* indica che il circuito viene studiato in transitorio (in questo caso comunque il circuito non viene modificato topograficamente nel tempo);

(2.3) il numero *1* indica che il programma cessa di studiare il circuito dopo 1 secondo.

Una volta che è partita la simulazione (premendo il tasto *Run*), è possibile plottare o visualizzare numericamente grandezze come tensioni, correnti e potenze. Si possono anche plottare grandezze combinate fra loro, andando a modificare le espressioni che individuano l'asse y e l'asse x del grafico. In basso a sinistra nella schermata è possibile visualizzare i valori numerici delle grandezze misurate con gli strumenti in cui si "trasforma" il cursore. In figura è mostrato il grafico della potenza[2] assorbita dal resistore R4 nel tempo.

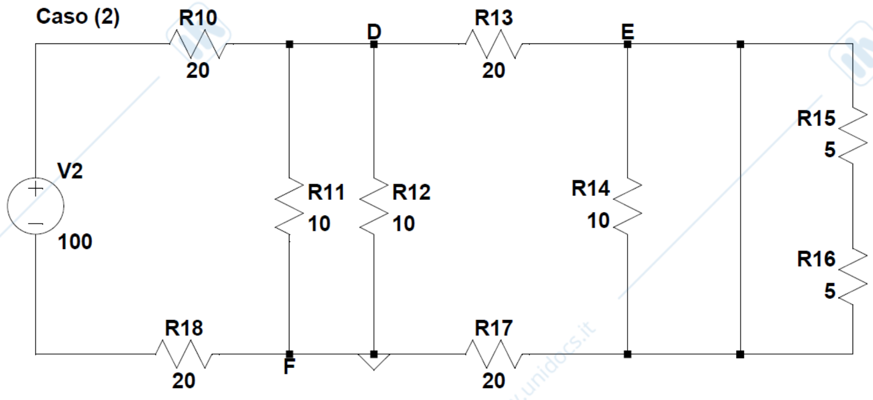


[1] Con il comando Ctrl+R è possibile ruotare i componenti del circuito. Quando si posizionano delle resistenze (o qualsiasi altra impedenza) in orizzontale, premere Ctrl+R per 3 volte per essere conformi alla convenzione stabilita.

[2] Lo strumento che misura la potenza (visivamente assomiglia a un termometro) si ottiene tenendo premuto Alt quando si è in fase di simulazione.

Variante dell'esercizio 1: regime stazionario

In questa variante, il circuito rimane invariato e l'unica cosa che cambia è che il generatore indipendente di tensione non è fissato a un unico valore, ma è associato a più valori: i grafici che risultano dalla simulazione tengono conto di tutti i valori che sono stati assegnati al generatore, consentendo così di effettuare dei confronti.



Per far partire la simulazione occorre inserire:

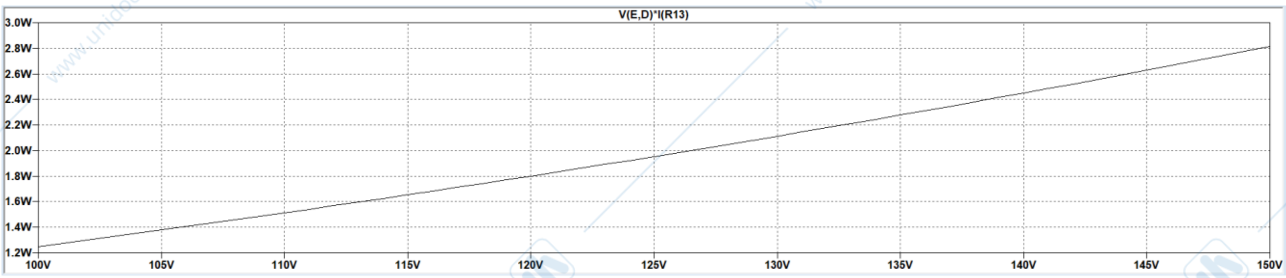
(1) il comando ***.dc V2 100 150 10***, in cui:

(1.1) *dc* indica che si tratta di un comando riferito alla corrente continua generata da V2;

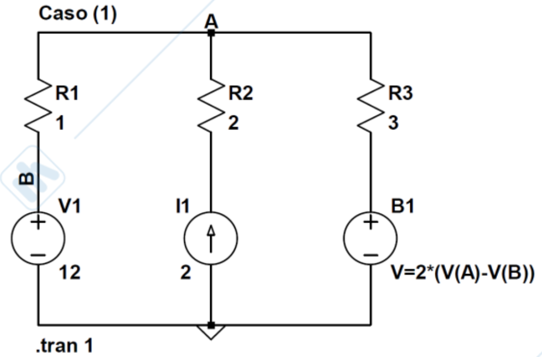
(1.2) *V2* è il nome dato al generatore di tensione;

(1.3) la sequenza *100 150 10* indica che la tensione del generatore minima è 100 V, massima è 150 V e l'intervallo è 10 V: la simulazione dunque permette di studiare il circuito relativamente a diversi valori di tensione, cioè 100, 110, 120, 130, 140 e 150 V. Il valore associato nel circuito al generatore è quello iniziale, cioè 100 V.

Il grafico proposto mostra i valori della potenza assorbita dal resistore R13 in funzione dei diversi valori assunti dalla tensione.



Esercizio 2: regime stazionario con generatore pilotato



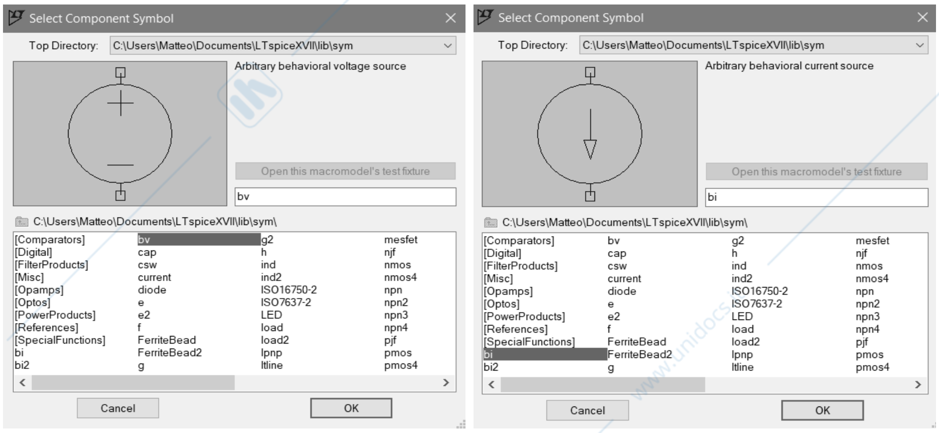
Il circuito è composto da:

(1) due generatori indipendenti, uno di tensione e uno di corrente;

(2) tre resistori;

(3) un generatore dipendente di tensione controllato in tensione (chiamato B1).

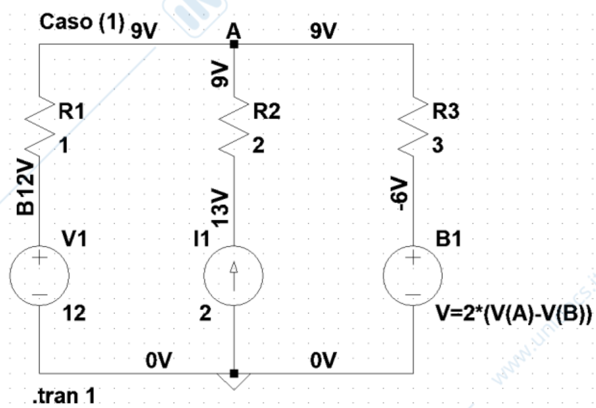
Nel programma, tale generatore dipendente si trova, come gli altri, nella finestra dei componenti. Il suo nome è *arbitrary behavioral voltage source*, la sua sigla è *bv* e può essere anche utilizzato come generatore dipendente di tensione controllato in corrente. I generatori dipendenti di tensione hanno invece il nome *arbtrary behavioral current source* e la sigla *bi* (o anche *bi2*).



Una volta impostata la funzione che permette di generare una tensione al generatore pilotato, per far partire la simulazione occorre inserire:

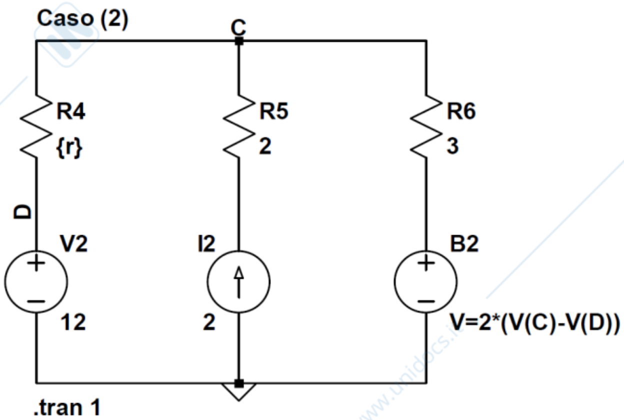
(1) il comando ***.tran 1***.

Una volta fatta partire la simulazione e aver chiuso la finestra dei grafici, è possibile "imprimere" sul circuito il valore di tensione nel punto in cui si clicca col cursore. Se si modifica il circuito, il valore viene aggiornato alla simulazione successiva.



Variante dell'esercizio 2: regime stazionario con generatore pilotato

In questa variante il circuito è uguale al precedente, con l'unica differenza che questa volta viene assegnata una variabile (di nome *r*, da scrivere fra parentesi graffe come {*r*}) a uno dei resistori (R4). Attraverso un opportuno comando, è possibile associare dei valori numerici a tale variabile. La simulazione tiene conto di tutti questi valori, permettendo di fare dei confronti.

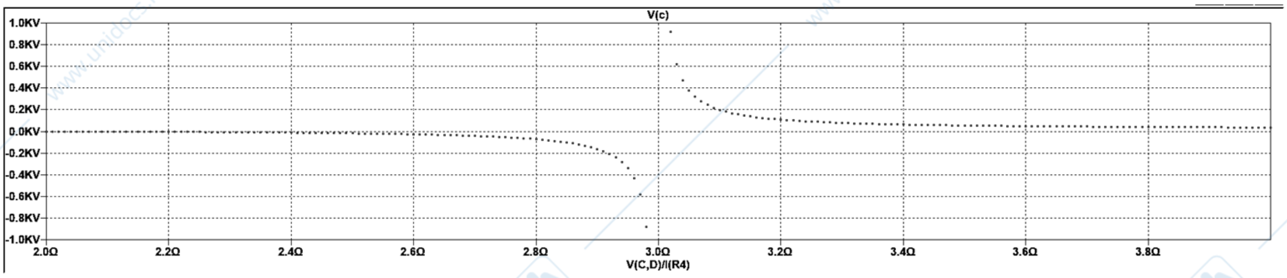


Per far partire la simulazione occorre inserire, rispetto al caso base, anche:

(1) il comando ***.step param r 2 4 0.01***, in cui:

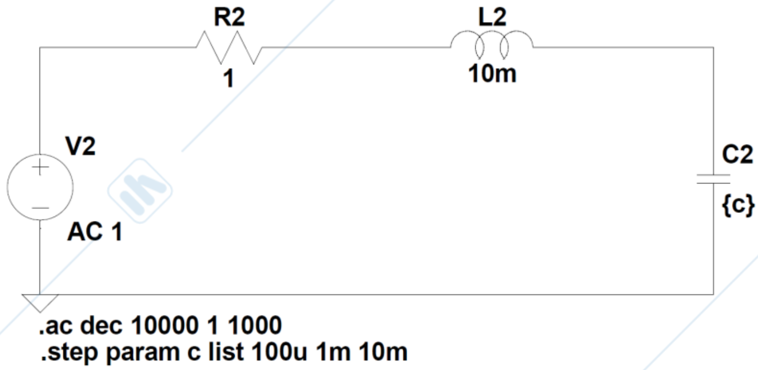
> (1.1) *step param* indica che il comando serve per assegnare dei valori a un parametro;
>
> (1.2) la lettera *r* indica il nome del parametro;
>
> (1.3) la sequenza *2 4 0.01* indica che il valore minimo di resistenza è 2 Ω, quello massimo è 4 Ω, e l'intervallo è 0.01 Ω.

In figura è mostrato il grafico della tensione nel nodo C in funzione del valore di resistenza[3] assunto da R4. Per visualizzare il grafico, occorre selezionare *view > mark data points* fra le opzioni che si aprono facendo click col pulsante destro del mouse sul grafico. Questo non vale sempre, dipende da cosa si vuole plottare. In generale, se ciò che si vuole plottare non restituisce alcun grafico, allora probabilmente occorre procedere come in questo caso.

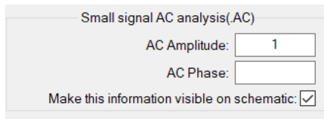


[3] Per avere la resistenza sull'asse x, occorre esprimerla come rapporto fra tensione tra due punti e corrente che lo attraversa. In questo caso si ha: R4 = V(C,D) / I(R4). Al posto di V(C,D) si può usare equivalentemente anche V(C) – V(D).

Esercizio 3: risonanza in regime sinusoidale



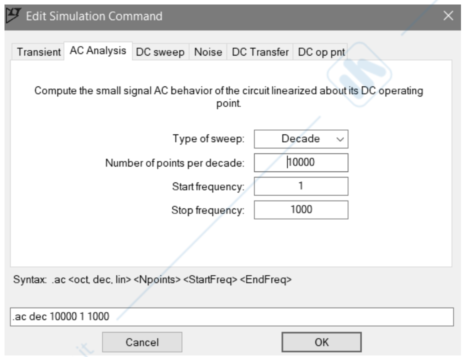
La risonanza, quando sono presenti un induttore e un condensatore in serie, si ha per una pulsazione che vale: $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}}$. In questo esercizio si fanno variare i valori assunti dalla frequenza del la tensione del generatore, comprendendo anche quella per cui si ha la pulsazione di risonanza. Per eseguire la simulazione occorre inserire:



(1) il valore ***AC 1*** per il generatore di tensione, in cui:

(1.1) AC significa corrente alternata;

(1.2) il numero 1 indica l'ampiezza della corrente;



(2) il comando ***.ac dec 10000 1 1000***, in cui:

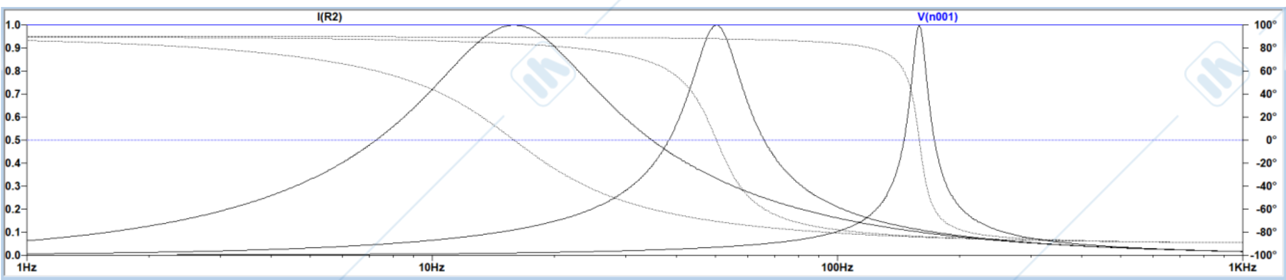
(2.1) *ac* indica una simulazione in regime sinusoidale;

(2.2) la coppia *dec 10000* indica che il tipo di *sweep* è decade e che i numero di punti per decade è 10000;

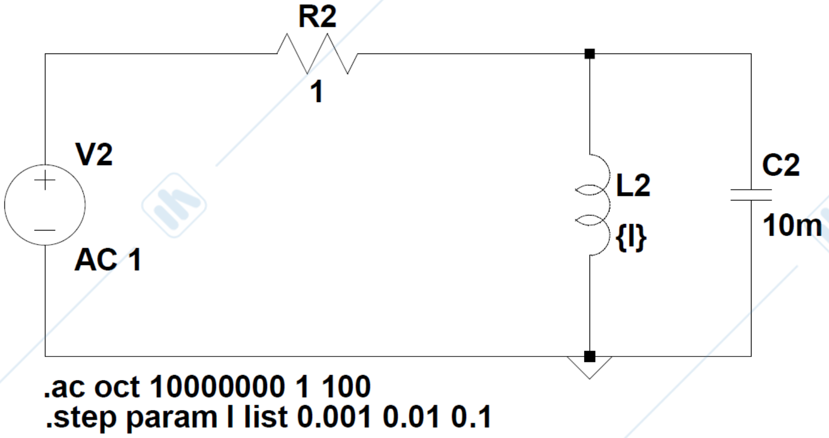
(2.3) la coppia *1 1000* indica che la frequenza di partenza e di fine simulazione sono 1 Hz e 1000 Hz.

(3) il comando ***.step param c list 100u 1m 10m***, con il quale si assegna una lista (list) di valori (100u 1m 10m) al condensatore C2, cui è associato il parametro {c}.

Il grafico delle tre correnti (una per ogni valore della capacità del condensatore) attraverso la resistenza, in funzione della frequenza, mostra come per certi valori di frequenza (quelli per cui si ha risonanza) la corrente è massima e ha sfasamento nullo rispetto alla tensione del generatore (anch'essa graficata). In condizioni di risonanza il circuito ha un comportamento resistivo: le cadute reattive infatti si compensano a vicenda. Lo sfasamento si legge sulla destra e le curve associate sono quelle tratteggiate (più chiare).



Esercizio 4: antirisonanza in regime sinusoidale



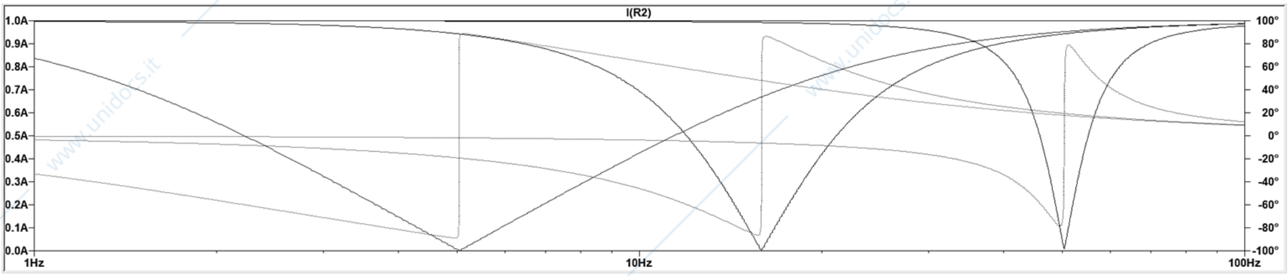
L'antirisonanza, quando sono presenti un condensatore e un induttore in parallelo, si ha per un valore di pulsazione che vale: $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}}$. In questo esercizio si fanno variare i valori della frequenza della tensione generata da V2, comprendendo in tali valori anche quelli per cui si ha antirisonanza. Per far partire la simulazione occorre inserire:

(1) il valore ***AC 1*** per il generatore di tensione, come nell'esercizio precedente;

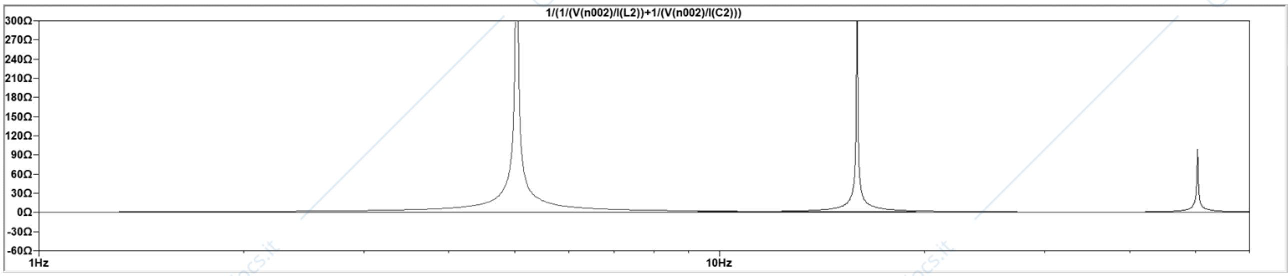
(2) il comando ***.ac oct 10000000 1 100***, il quale agisce in modo analogo al comando corrispondente dell'esercizio precedente (permette una simulazione di tipo sinusoidale fra due valori di frequenza);

(3) il comando ***.step param l list 0.001 0.01 0.1***, il quale agisce in modo analogo al comando corrispondente dell'esercizio precedente (fa assumere all'induttore 3 diversi valori di induttanza).

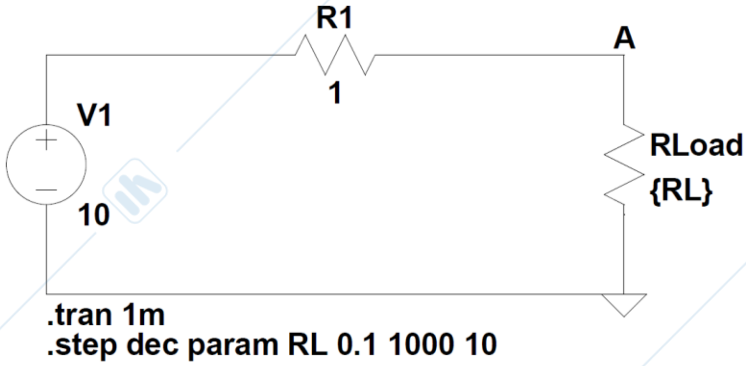
Il grafico delle tre correnti (una per ogni valore dell'induttanza dell'induttore) attraverso la resistenza, in funzione della frequenza, mostra come per certi valori di frequenza (quelli per cui si ha antirisonanza) la corrente è nulla (l'impedenza equivalente in parallelo è infinita). Le correnti che attraversano l'induttore e il condensatore sono uguali e contrarie: si instaura un regime periodico di scambio energetico tra i due componenti.



L'impedenza equivalente in parallelo presenta dei picchi per gli stessi valori di frequenza in cui la corrente che attraversa la resistenza si annulla:



Esercizio 5: massimo trasferimento di potenza in regime stazionario

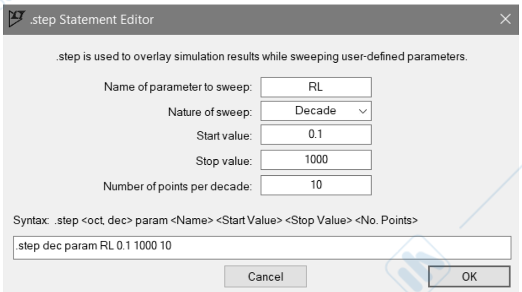


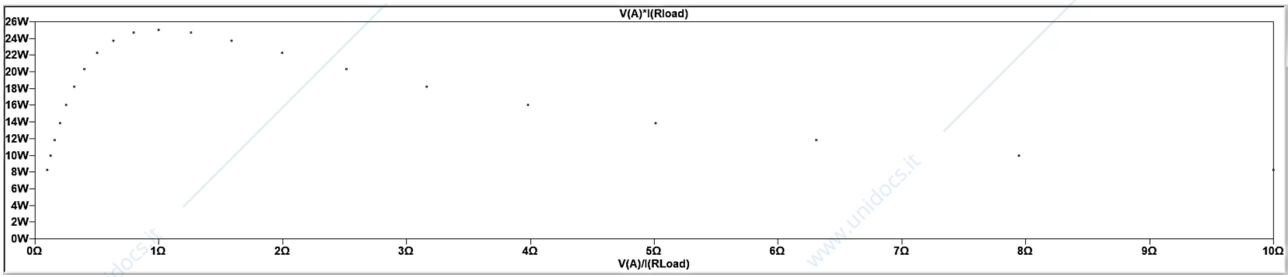
Il massimo trasferimento di potenza a un carico si ha quando la resistenza di linea (R1) è uguale alla resistenza del carico (RLoad). In questo esercizio si fa variare il valore della resistenza del carico per osservare a livello grafico quanto appena affermato. Per far partire la simulazione occorre inserire:

(1) il comando ***.tran 1m***, che indica una simulazione in transitorio della durata di 1 millisecondo;

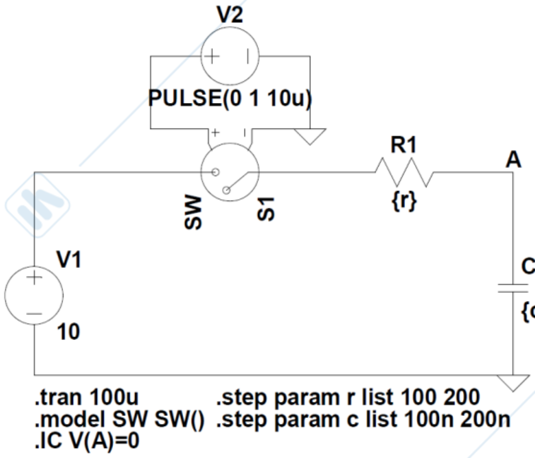
(2) il comando ***.step dec param RL 0.1 1000 10***, con cui si fa variare il valore di RLoad (di parametro {RL}) fra 0.1 e 1000 con 10 punti per decade, che è il tipo di sweep.

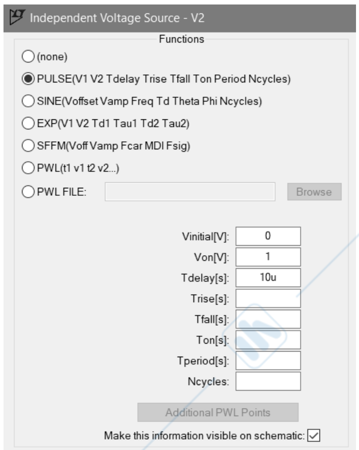
Il grafico della potenza assorbita dal carico in funzione della resistenza del carico stessa presenza un massimo quando i valori di resistenza dei due resistori presenti nel circuito si eguagliano.





Esercizio 6: transitorio RC in regime stazionario





In questo esercizio si utilizza, come in gran parte degli altri, una simulazione in transitorio. Tuttavia, in questo caso durante il transitorio effettivamente le caratteristiche del circuito cambiano in funzione della chiusura dell'interruttore (SW) azionato da un circuito elettrico secondario, governato da un generatore di tensione (V2) di tipo impulsivo: sono fissate una tensione iniziale e una finale e il tempo di ritardo che occorre per passare dalla prima alla seconda tensione. Dopo tale tempo di ritardo l'effetto è di fatto la chiusura dell'interruttore. Il circuito è di tipo RC e i valori di resistenza e capacità sono parametrizzati rispettivamente con {r} e {c}. Per far partire la simulazione occorre inserire:

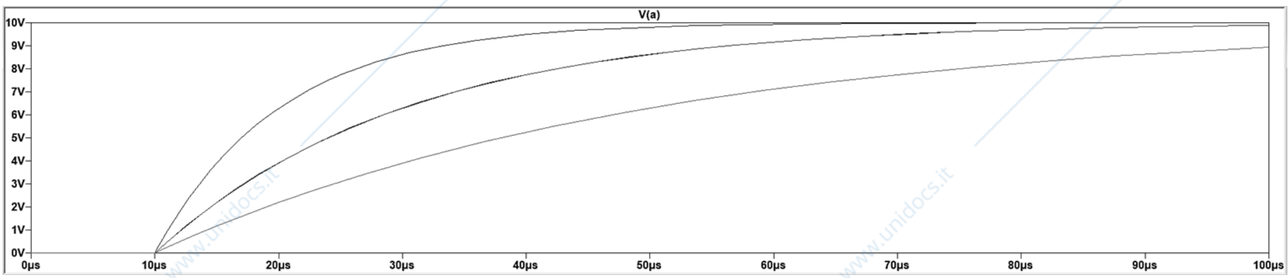
(1) il comando ***.tran 100u***, che indica una simulazione in transitorio della durata di 100 microsecondi;

(2) il comando ***.model SW SW()***, da utilizzare poiché si è in presenza di un interruttore, il quale è un componente che può essere selezionato dalla stessa libreria in cui si trovano anche gli altri soliti componenti;

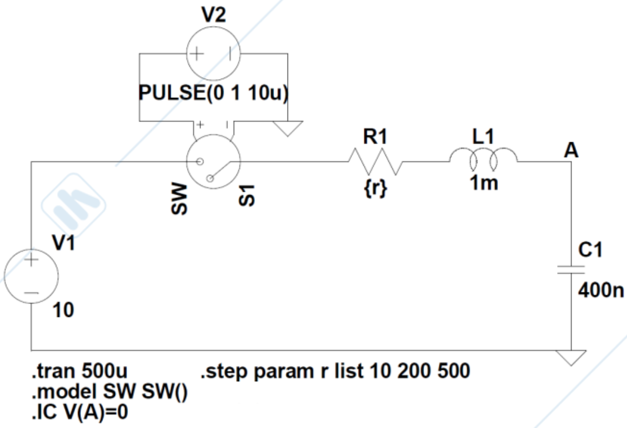
(3) il comando ***.IC V(A)=0***, che rappresenta la necessaria condizione iniziale di tensione ai capi del condensatore, che in questo caso coincide con quella del nodo A. A livello di analisi è la condizione al contorno da affiancare all'equazione differenziale nel problema di Cauchy associato al circuito RC;

(4) i comandi ***.step param r list 100 200*** e ***.step param c list 100n e 200n***, con cui si attribuiscono 2 valori al parametro {r} e 2 al parametro {c}. La simulazione tiene conto di questi valori restituendo più grafici sovrapposti.

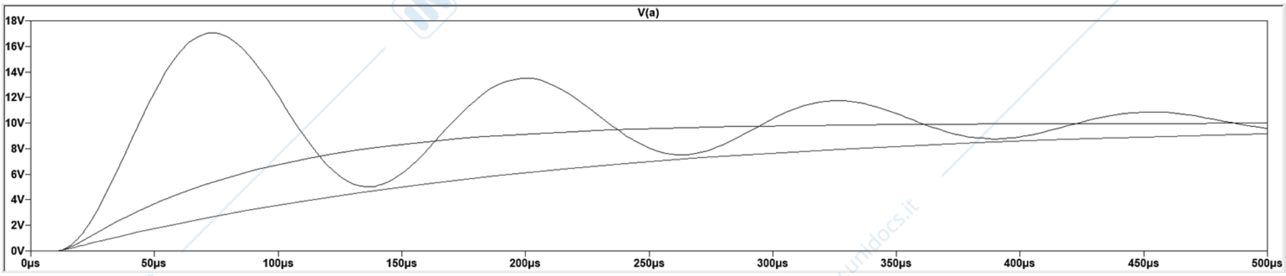
Il grafico mostra la tensione ai capi del condensatore nel tempo. Sono rappresentate 4 curve, due quasi coincidenti: ognuna è il risultato di una coppia fra le possibili che si ottengono combinando i due valori di resistenza e i due di capacità. L'andamento mostrato dipende dalla presenza dell'interruttore e dalla condizione iniziale, la quale si riconosce chiaramente poiché tutte le curve partono da 0 V. Osservando l'asse del tempo si osserva come la chiusura dell'interruttore avvenga proprio a 10 microsecondi, cioè dopo un intervallo pari al tempo di ritardo del generatore V2. Con lo scorrere del tempo il condensatore accumula carica elettrica e la tensione tende asintoticamente a quella del generatore del circuito principale V1.

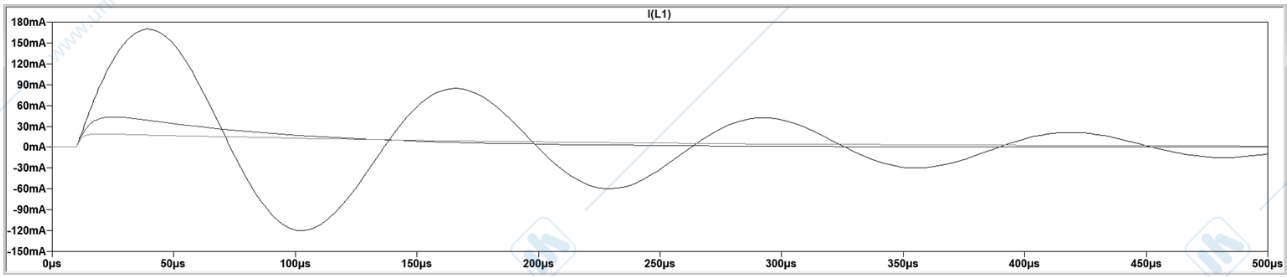


Esercizio 7: transitorio RLC in regime stazionario

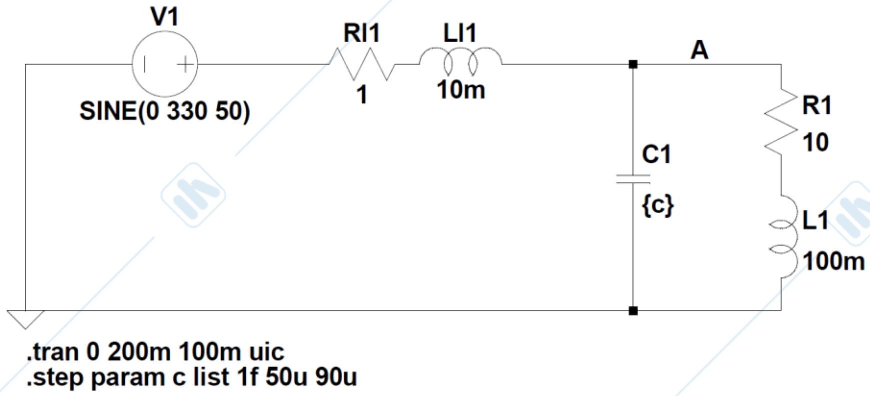


Il circuito è del tutto analogo a quello precedente tranne per l'aggiunta di un induttore e per il fatto che i valori di induttanza e capacità sono fissati ({r} è l'unico parametro presente). I comandi da inserire sono uguali a quelli dell'esercizio precedente, tranne per l'assenza di quello che fissa i vari valori della capacità. La condizione iniziale della corrente che circola nell'induttore non è esplicitata ma è chiaramente nulla, essendo inizialmente il circuito aperto. Il primo grafico mostra la tensione ai capi del condensatore nel tempo, come nel caso precedente. La forma del grafico a seconda del valore di resistenza è variabile. Si individuano i tre casi: sottosmorzato (quello più sinusoidale), smorzato criticamente e sottosmorzato (quello più in basso). Qualcosa di sostanzialmente analogo si può osservare per la corrente attraverso l'induttore. Il secondo grafico, relativo a tale corrente, mostra ancora una volta i tre casi appena visti. Il tipo di grafico che si ottiene dipende dal segno del discriminante associato all'equazione differenziale che descrive il circuito RLC transitorio. In particolare, i parametri di riferimento sono il fattore di smorzamento e la pulsazione naturale, i quali dipendono, rispettivamente, da resistenza e induttanza e da induttanza e capacità.

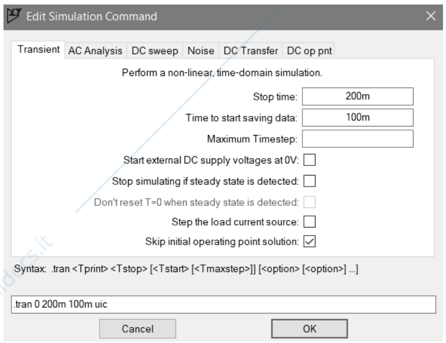




Esercizio 8: rifasamento monofase in regime sinusoidale



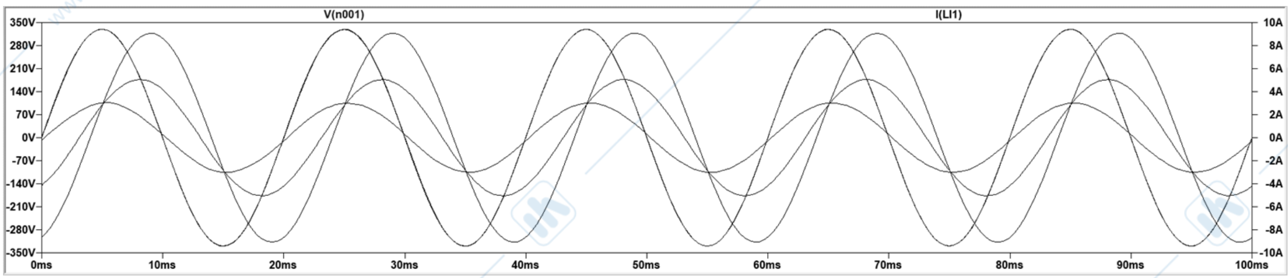
In questo esercizio si studia un circuito in cui viene inserito un condensatore in parallelo alla coppia di impedenze R1 e L1 (carico) per ottenere un rifasamento della corrente di linea (che ha sfasamento positivo). Introdurre un condensatore significa ottenere una biforcazione della corrente di linea in due correnti, una associata al condensatore e una al carico. Allora, se si mantiene fissa quella del carico a causa della necessità che a tale carico effettivamente arrivi una determinata corrente per adempiere a una richiesta di potenza da assorbire, aumentare la corrente del condensatore significa, per forza di cose, diminuire la corrente di linea, ovvero diminuire la potenza dissipata per effetto Joule. Con la diminuzione della corrente di linea si ha una diminuzione dello sfasamento di tale corrente rispetto alla tensione alternata generata da V1. Tale diminuzione è collegata a un aumento del fattore di potenza, poiché esso è una funzione di tipo coseno. Per mostrare l'effetto della presenza del condensatore, fra i valori che si fanno assumere a C1 nel parametro {c} si ha anche un valore prossimo allo zero (1f), che ha lo scopo di approssimare il caso di partenza in cui il condensatore non c'è. Per far partire la simulazione occorre inserire:



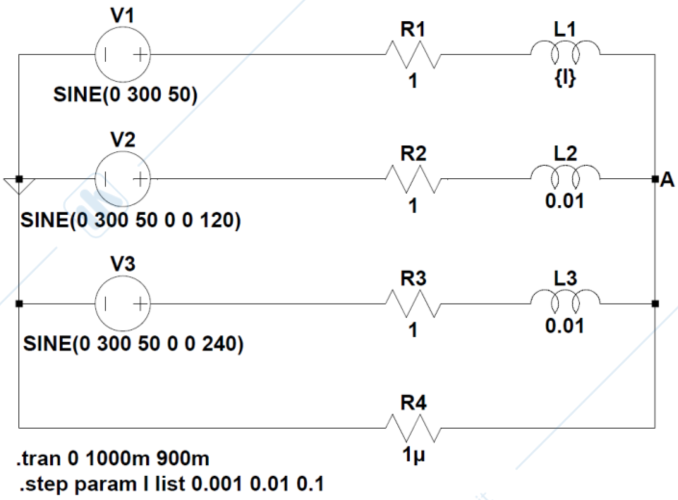
(1) il comando ***.tran 0 200m 100m uic***, il quale significa che la simulazione avviene in transitorio, con inizio del salvataggio dei dati a 100 millisecondi e interruzione a 200 millisecondi. Inoltre viene saltata la soluzione del punto operativo inziale;

(2) il comando ***.step param c list 1f 50u 90u***, con cui si assegnano 3 valori al parametro {c}.

Il grafico mostra l'effetto del condensatore (a seconda del valore di capacità assegnatagli), il quale tende a rifasare la corrente di linea abbassandone l'ampiezza. Nel grafico sono riportate sia la corrente di linea che la tensione generata.



Esercizio 9: circuito trifase con neutro in regime sinusoidale



In questo esercizio si studia l'effetto del neutro in un circuito trifase. La resistenza R4 ha puro scopo di permettere la visualizzazione della corrente lungo il neutro, infatti le è stato assegnato un valore quasi nullo. Facendo variare il valore dell'induttanza L1 è possibile studiare sia casi in cui il carico è equilibrato (tutti i carichi suddivisi lungo le 3 linee principali sono uguali), sia i casi in cui non equilibrato. Per far partire la simulazione occorre inserire i soliti comandi:

(1) ***.tran 0 1000 900m***;

(2) ***.step param l list 0.001 0.01 0.1***.

Dal grafico della corrente nel neutro si vede come essa sia nulla quando il carico è equilibrato (cioè per il caso in cui L1 vale 0.01 H), mentre tenda ad aumentare con l'aumento dello squilibrio. Il neutro viene introdotto nei sistemi trifase perché senza di esso i moduli delle tensioni ai capi delle varie impedenze non sono uguali. Il neutro permette dunque, a seconda del valore dei carichi, di ripristinare l'uguaglianza delle tensioni di linea nel sistema trifase, evitando che su alcuni carichi la tensione sia maggiore che in altri. Quando i carichi sono uguali, nel neutro non circola corrente, ma quando i carichi sono diversi ecco che allora nel neutro circola della corrente "di compensazione" che mantiene nulla la differenza di potenziale fra inizio e fine linea, cioè fra il nodo associato ai generatori e il nodo associato ai carichi.