



082742 – Elettrotecnica (E-O)

Prof. F. Bizzarri

Esame, 10 Settembre 2012

Cognome _____ Nome _____

Matricola _____ Firma _____

AVVERTENZE

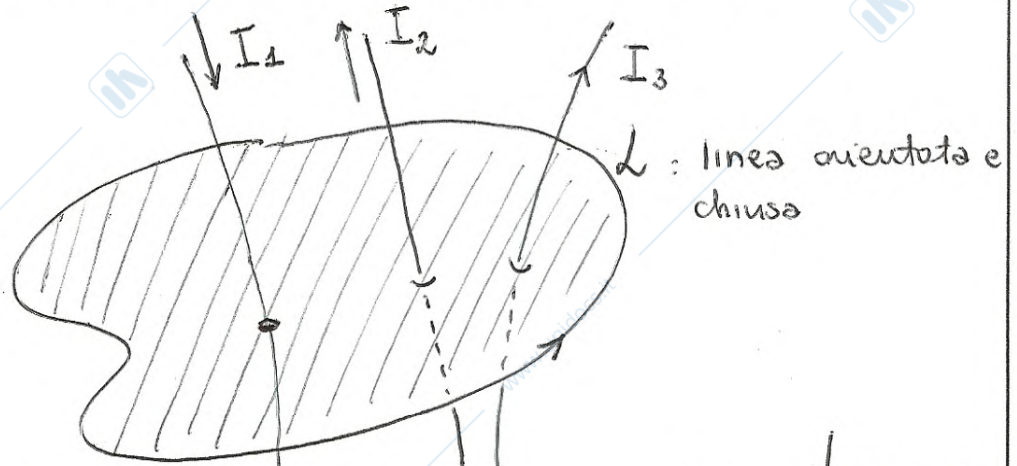
- La prova dura 2.5 ore.
- I punteggi massimi per ogni quesito sono indicati nella tabella sottostante. Un punteggio inferiore a 16 invalida la prova.

Quesito o Esercizio	E1 2 punti	E2 7 punti	E3a 7 punti	E3b 2 punti	E4a 6 punti	E4b 2 punti	E4b 2 punti	Voto Finale
Voto								

Riportare i risultati e i passaggi salienti nel riquadro relativo ad ogni esercizio

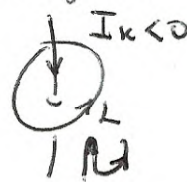
E1

Enunciare e discutere (anche graficamente) la legge di Ampere per il campo magnetico.



Λ_B : circolazione di \vec{B} lungo $L \rightarrow \Lambda_B = \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{e}$
 $d\vec{e}$ orientato come L è tangente ad L in ogni suo punto.

I_k : presa positiva o negativa in base alla regola della mano



$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{e} = \mu_0 \sum_k I_k$$

E2a

Per il circuito in Figura 1, determinare la rappresentazione mediante matrice $[R]$ del doppiobipolo racchiuso dalla linea tratteggiata. Hp. $\mu \neq 3$.

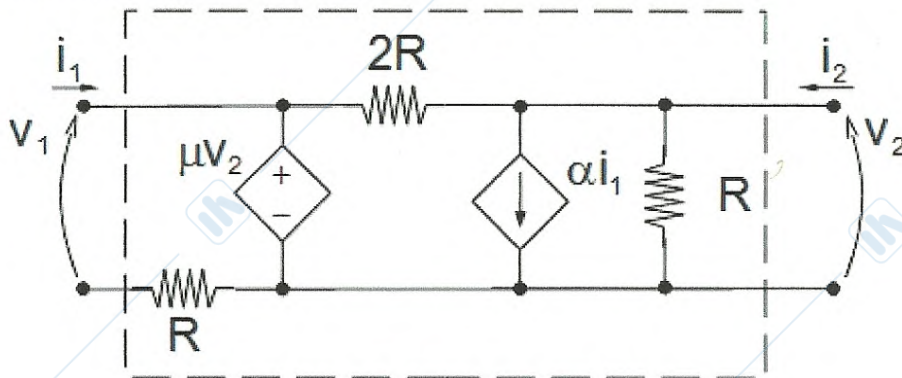
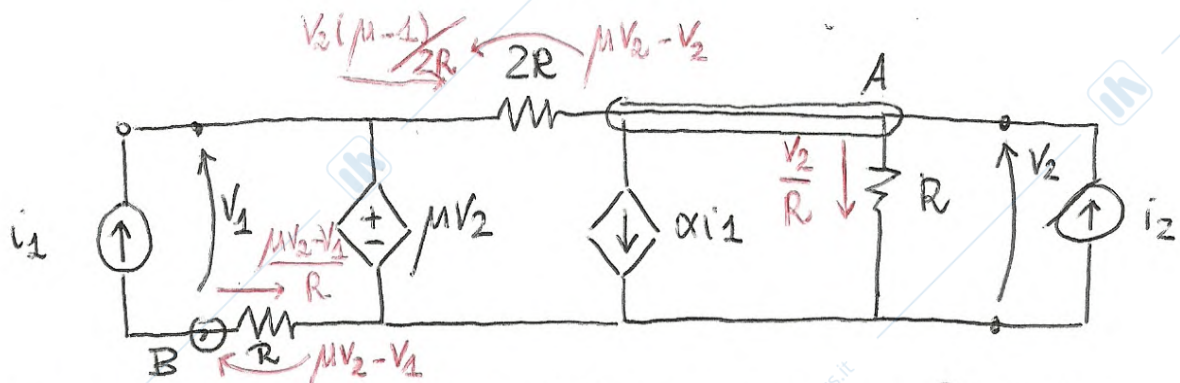


Figura 1

La rappresentazione mediante matrice $[R]$ significa poter esprimere le correnti i_1 ed i_2 alle porte e ricavare V_1 e V_2 come

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$



Per ispezione diretta è possibile esprimere in funzione di V_1 e V_2 le grandezze segnate in rosso.

$$\text{KCL nodo A: } \frac{V_2 (\mu - 1)}{2R} + i_2 = \alpha i_1 + \frac{V_2}{R}$$

$$\text{KCL nodo B: } \frac{\mu V_2 - V_1}{R} + i_1 = 0$$

$$V_1 = \mu V_2 + i_1 R$$

$$V_2 (\mu - 1) + 2Ri_2 = 2R\alpha i_1 + 2V_2$$

$$V_2 (\mu - 3) = + 2R\alpha i_1 - 2Ri_2$$

$$V_1 = \mu V_2 + i_1 R$$

$$V_2 = \frac{2R\alpha}{\mu - 3} i_1 - \frac{2R}{\mu - 3} i_2$$

$$V_1 = \mu \left[\frac{2R\alpha}{\mu - 3} i_1 - \frac{2R}{\mu - 3} i_2 \right] + i_1 R$$

$$V_2 = \frac{2R\alpha}{\mu - 3} i_1 - \frac{2R}{\mu - 3} i_2$$

$$V_1 = R \left(\frac{2\alpha\mu}{\mu - 3} + 1 \right) i_1 - \frac{2R\mu}{\mu - 3} i_2$$

$$[R] = \begin{bmatrix} \frac{2R\alpha}{\mu - 3} & -\frac{2R}{\mu - 3} \\ R \left(\frac{2\alpha\mu}{\mu - 3} + 1 \right) & -\frac{2R\mu}{\mu - 3} \end{bmatrix}$$

E2a

Per $t < 0$ il circuito in Figura 2 evolve in regime stazionario e l'interruttore S si trova da molto tempo nella posizione a. In $t=0$ l'interruttore S commuta la sua posizione e si porta in b. Calcolare l'andamento della tensione $v_C(t)$ per $t > 0$.

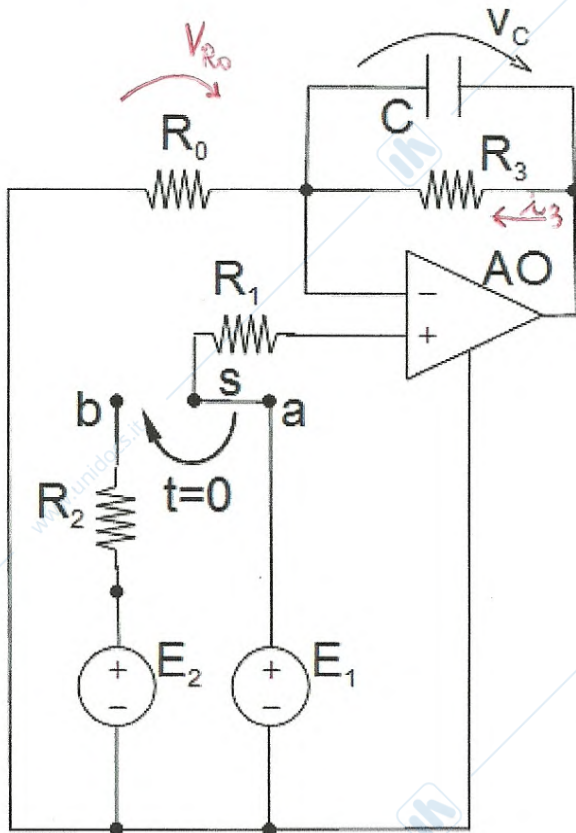


Figura 2

Date le ipotesi, nell'emulo, per $t < 0$ il condensatore C si comporta come un circuito aperto.

Poiché AO è ideale, R_1 non è attraversato da corrente.

$$V_{R0} = E_1 \quad \text{e} \quad I_3 = \frac{V_{R0}}{R_3} = \frac{E_1}{R_3}$$

$$\text{allora } v_C(0^-) = \frac{R_3}{R_0} E_1$$

Analogamente per $t \rightarrow \infty$,

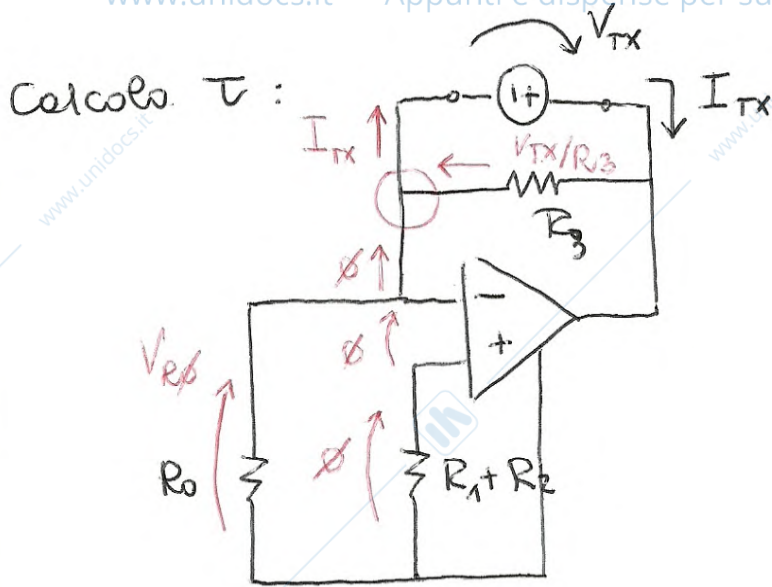
osservando che il circuito non è stabile assolutamente, $R_1 + R_2$ non è percorso da corrente, C si comporta come un circuito aperto e $V_{R0} = E_2$. Si ricava quindi

$$v_C(\infty) = \frac{R_3}{R_0} E_2. \quad \text{Poiché } v_C \text{ è variabile di stato,}$$

$$v_C(0^+) - v_C(0^-) = v_C(0). \quad \text{Poiché } \times t \rightarrow \infty \text{ l'ingresso}$$

$$E_2 \text{ è costante, è possibile ricavare } v_C(t) \Big|_{t > 0} =$$

$$= v_C(\infty) + (v_C(0) - v_C(\infty)) e^{-\frac{t}{\tau}}$$



$$V_{R_3} = 0 \rightarrow i_{R_3} = 0$$

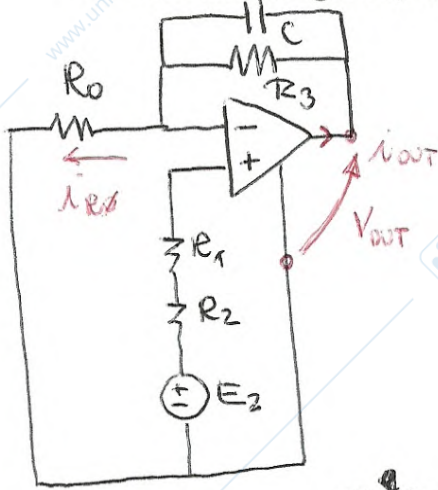
quindi.
$$\frac{V_{TX}}{I_{TX}} = R_3$$

$$\tau = R_3 C$$

$$V(t) = \frac{R_3}{R_0} E_2 + (E_1 - E_2) \frac{R_3}{R_0} e^{-\frac{t}{R_3 C}}$$

E2b

Per il circuito in Figura 2, calcolare la potenza istantanea erogata da AO per $t > 0$.



$$P_e \Big|_{t > 0} = v_{OUT}(t) \cdot i_{OUT}(t)$$

$$i_{OUT} = i_{R0} = \frac{E_2}{R_0}$$

$$v_{OUT} = v_C(t) + E_2$$

$$P_e(t) = \frac{E_2}{R_0} \left[\frac{R_3}{R_0} E_2 + (E_1 - E_2) \frac{R_3}{R_0} e^{-\frac{t}{R_3 C}} + E_2 \right]$$

E3a

Il circuito in Figura 3 evolve in regime sinusoidale con $e(t) = (2/3)\text{sen}(\omega t)$. Determinare il fasore della tensione $v_C(t)$.

$$\bar{e} = -j \frac{2}{3}$$

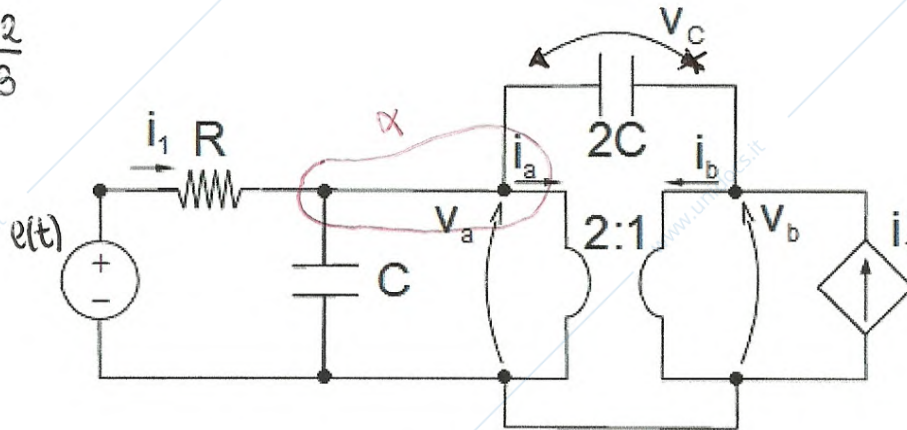


Figura 3

$$\begin{cases} \bar{V}_a = 2 \bar{V}_b \\ \bar{I}_a = -\frac{1}{2} \bar{I}_b \end{cases}$$

$$\bar{I}_a = \frac{-j \frac{2}{3} - \bar{V}_a}{R}$$

$$\bar{I}_b = \bar{I}_1 + j\omega C \bar{V}_c$$

$$\bar{I}_a = -\frac{\bar{I}_b}{2} = -\frac{\bar{I}_1}{2} - j\omega C \bar{V}_c$$

KCL nodo a: $\bar{I}_1 = j\omega C \bar{V}_a + j2\omega C \bar{V}_c - \frac{\bar{I}_a}{2} - j\omega C \bar{V}_c$

$$\frac{3}{2} \bar{i}_1 = j\omega C \bar{V}_a + j\omega C \bar{V}_c$$

$$\bar{i}_1 = \frac{-j \frac{2}{3} - \bar{V}_a}{R}$$

$$\bar{V}_a = \bar{V}_c + \bar{V}_b = \bar{V}_c + \frac{\bar{V}_a}{2} \rightarrow \bar{V}_a = 2\bar{V}_c$$

$$\frac{3}{2} \left(\frac{-j \frac{2}{3} - 2\bar{V}_c}{R} \right) = j\omega C \cdot 2\bar{V}_c + j\omega C \bar{V}_c$$

$$-\frac{j}{R} + \frac{3\bar{V}_c}{R} = 3j\omega \bar{V}_c C$$

$$3 \left(j\omega C + \frac{1}{R} \right) \bar{V}_c = -\frac{j}{R}$$

$$\bar{V}_c = -\frac{R}{3R} j (1 + j\omega RC)^{-1} = -\frac{j}{3} (1 + j\omega RC)^{-1} =$$

$$= -\frac{j}{3(1 + j\omega RC)}$$

E3b

Determinare la tensione $v_C(t)$ di cui si è calcolato il fasore al punto precedente.

$$v_C(t) = \operatorname{Re} \left\{ \bar{V}_C e^{j\omega t} \right\} = -\frac{1}{3} \operatorname{Re} \left\{ \frac{j(1-j\omega RC)}{1+(\omega RC)^2} e^{j\omega t} \right\} =$$

$$= -\frac{1}{3[1+(\omega RC)^2]} \operatorname{Re} \left\{ (j + \omega RC) (\cos \omega t + j \sin \omega t) \right\} =$$

$$= -\frac{1}{3[1+(\omega RC)^2]} (\omega RC \cos \omega t - \sin \omega t)$$

E3c

Lasciando indicato il fasore della tensione $v_C(t)$ calcolato al punto E3a, calcolare la potenza complessa erogata dal generatore di corrente controllato in corrente.

$$\bar{A}_E = \frac{1}{2} \bar{V}_b \cdot \bar{I}_1^* \quad \bar{V}_b = \frac{\bar{V}_o}{2} = \frac{2\bar{V}_C}{2} = \bar{V}_C$$

$$\bar{I}_1 = \frac{-j\frac{2}{3} - \bar{V}_A}{R} = \frac{-j\frac{2}{3} - 2\bar{V}_C}{R}$$

$$\bar{I}_1^* = j\frac{2}{3R} - \frac{2\bar{V}_C}{R}$$

$$\bar{A}_E = \frac{1}{2} \bar{V}_C \left(j\frac{2}{3R} - \frac{2\bar{V}_C}{R} \right) = j\frac{\bar{V}_C}{3R} - \frac{|\bar{V}_C|^2}{R}$$