



082742 – Elettrotecnica

Prof. F. Bizzarri

Esame, 30 Gennaio 2017

Cognome _____ Nome _____

Matricola _____ Firma _____

AVVERTENZE

- La prova dura 2.5 ore
- I punteggi massimi per ogni quesito sono indicati nella tabella sottostante; un punteggio complessivo inferiore a 16 punti invalida la prova.

Esercizio	E1a 4 punti	E1b 2 punti	E1c 2 punti	E2 10 punti	E3 10 punti			Voto Finale
Voto								

Riportare i risultati e i passaggi salienti nel riquadro relativo ad ogni esercizio

E1a

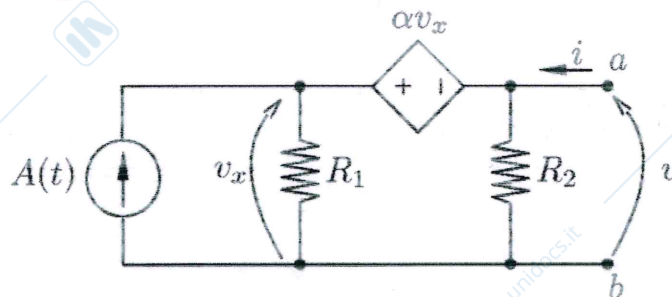
Per il bipolo composto in Figura 1 si determini l'equivalente di Thévenin ai morsetti a e b .

Figura 1

$$\alpha V_x + = V_x - V \quad V_x = \frac{V}{1-\alpha} \quad (\alpha \neq 1)$$

$$i = \frac{V}{R_2} + \frac{V_x}{R_1} - A(t) = \frac{1}{R_1} \frac{V}{1-\alpha} + \frac{V}{R_2} - A(t)$$

$$i (R_2 \cdot (1-\alpha) R_1) = - A(t) [R_2 \cdot R_1 (1-\alpha)] + V (R_2 + R_1 (1-\alpha))$$

$$V = \frac{R_2 R_1 (1-\alpha)}{R_2 + R_1 (1-\alpha)} i + \frac{R_1 R_2 (1-\alpha)}{R_2 + R_1 (1-\alpha)} A(t) \quad (R_2 + (1-\alpha) R_1 \neq 0)$$

$$R_M = \frac{R_1 R_2 (1-\alpha)}{R_2 + R_1 (1-\alpha)}$$

$$E_M = \frac{R_1 R_2 (1-\alpha)}{R_2 + R_1 (1-\alpha)} A(t)$$

E1b

Per il circuito in Figura 1 si discuta l'esistenza del modello equivalente di Norton ai morsetti a e b in funzione del parametro α . Per i valori di α tali che il modello equivalente di Norton non è definito, in quale bipolo degenera il bipolo composto in Figura 1?

Equivalente Norton è non definito se $R_{th} \equiv 0$
ovvero se $R_1 R_2 (1-\alpha) = 0 \iff \alpha = 1$.

Se $\alpha = 1$ $V = R_{th} i + E_{th} = 0$, quindi si
ottiene un cortocircuito.

E1c

Si colleghi ai morsetti a e b del circuito in Figura 1 un resistore. Che valore di resistenza è necessario scegliere affinché il resistore inserito dissipi la potenza massima? Giustificare la risposta.

In base al teorema inerente al "massimo trasferimento di potenza attiva", è necessario scegliere $R \equiv R_{th}$.

E2

Il circuito in Figura 2 opera a regime per $t = 1^-$. Determinare la corrente $i_L(t)$ per $t \geq 1$ assumendo

- $e(t) = E$ per $t < 1$,
- $e(t) = 0$ per $t > 1$,
- $a(t) = A \cos(\omega t)$,
- apertura del tasto in $t = 1$.

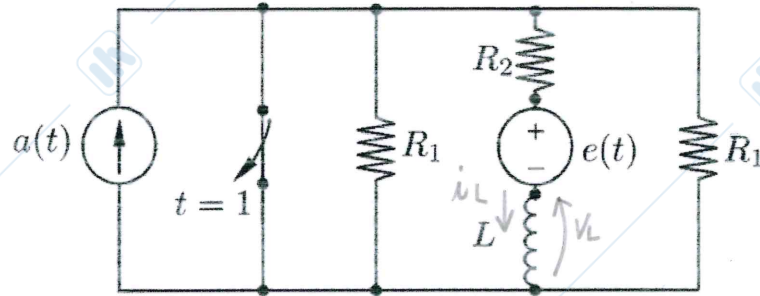


Figura 1

Per $t = 1^-$

$$V_L + e(t) + R_2 i_L = 0$$

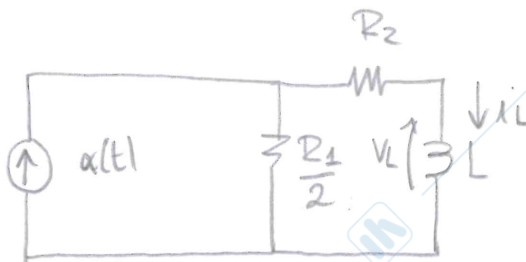
$$L \frac{di_L}{dt} = -R_2 i_L - e(t)$$

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{R_2}{L} i_L - \frac{e(t)}{L} \quad \lambda(1^-) = -\frac{R_2}{L} = \lambda_1$$

$$i_L(1^-) = H_1 \quad \left| \frac{dH_1}{dt} = -\frac{R_2}{L} H_1 - \frac{E}{L} \right.$$

$$H_1 = -\frac{E}{R_2}$$

Per $t > 1$



$$\lambda(1^+) = -\frac{\frac{R_1}{2} + R_2}{L} = \lambda_2$$

$$a(t) = i_L + \frac{L \frac{di_L}{dt} + R_2 i_L}{R_1/2}$$

$$\frac{R_1}{2} a(t) = \frac{R_1}{2} i_L + L \frac{di_L}{dt} + R_2 i_L$$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L} \left(-(R_1/2 + R_2)i_L + \frac{R_1}{2} \delta(t-1) \right)$$

$$i_L(t) \Big|_{t>1} = k e^{-\lambda_2(t-1)} + i_{L_{ip}}(t)$$

poiché $\lambda(t)$, $\delta(t)$ e $e(t)$ sono eventualmente discontinui ma
 erumbati e non a sono relazioni algebriche tra gli
 uguali ed $i_L \rightarrow i_L(1^-) \equiv i_L(1^+)$

$$(j\omega L + R_2 + \frac{R_1}{2}) \bar{i}_L = \frac{R_1 A}{2} \quad \gamma$$

$$\bar{i}_L = \frac{A}{2R_2 + R_1 + j2\omega L} = \frac{AR_1}{(2R_2 + R_1)^2 + 4\omega^2 L^2} (2R_2 + R_1 - j2\omega L)$$

$$i_{L_{ip}}(t) = \text{Re}(\bar{i}_L e^{j\omega t}) = \gamma \left((2R_2 + R_1) \cos \omega t + 2\omega L \sin \omega t \right)$$

$$i_L(t) = k e^{-\lambda_2(t-1)} + \gamma \left((2R_2 + R_1) \cos \omega t + 2\omega L \sin \omega t \right)$$

$$i_L(1) = -\frac{E}{R_2} = k + \gamma \left((2R_2 + R_1) \cos \omega + 2\omega L \sin \omega \right)$$

$$k = - \left(\frac{E}{R_2} + \gamma \left((2R_2 + R_1) \cos \omega + 2\omega L \sin \omega \right) \right)$$

E3

Il doppio bipolo lineare affine in Figura 3 evolve in regime sinusoidale permanente alla pulsazione ω e al generatore di tensione $e(t)$ è associato il fasore \bar{E} .

1. Determinarne la rappresentazione mediante la matrice $Z(j\omega)$ e il vettore dei termini noti.
2. Si disegni lo schema equivalente in cui si evidenzino il doppio bipolo lineare e i generatori impressivi opportunamente connessi alla porte.
3. Discutere l'esistenza di valori finiti della pulsazione ω per i quali la matrice $Z(j\omega)$ non è definita.

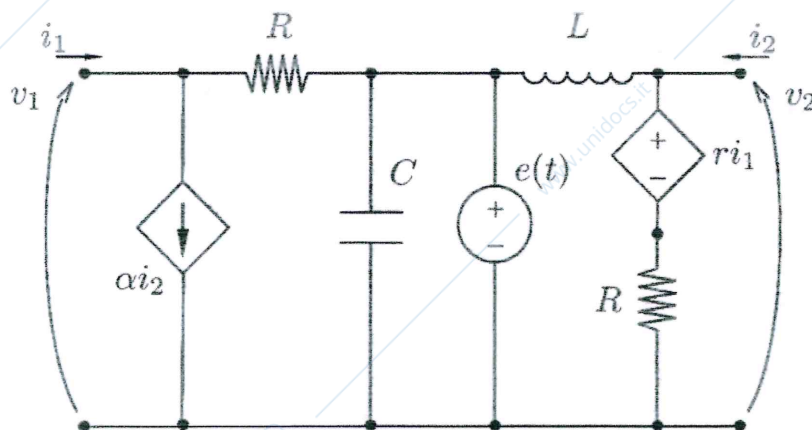
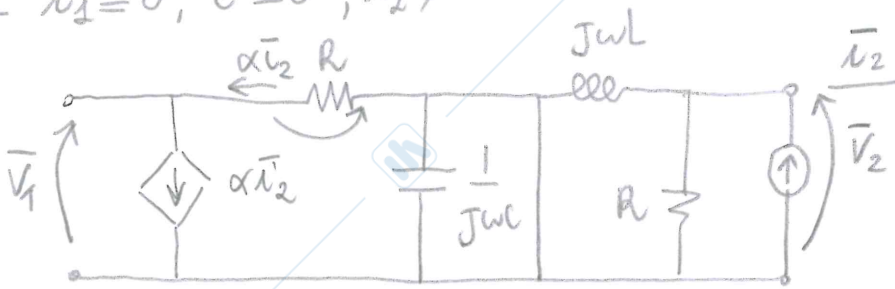


Figura 3

Prva semplice:

- $\bar{u}_1 \equiv 0, \bar{e} \equiv 0, \bar{u}_2 \neq 0$



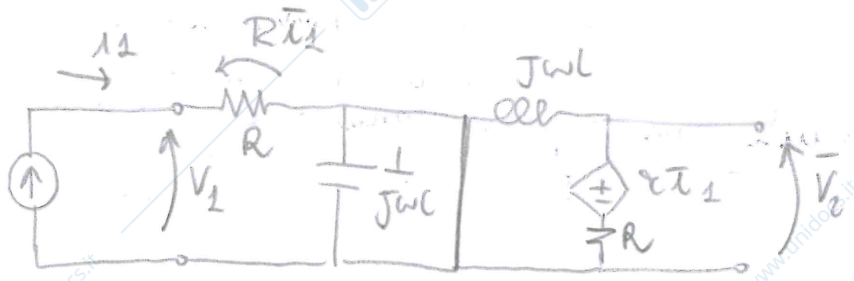
$$\bar{V}_2 = \frac{R j\omega L}{R + j\omega L} \bar{u}_2$$

$$Z_{22}(j\omega) = \frac{j\omega L R}{R + j\omega L}$$

$$\bar{V}_1 = -\alpha R \bar{u}_2$$

$$Z_{12}(j\omega) = -\alpha R$$

- $\bar{u}_1 \neq 0, \bar{e} \equiv 0, \bar{u}_2 \equiv 0$



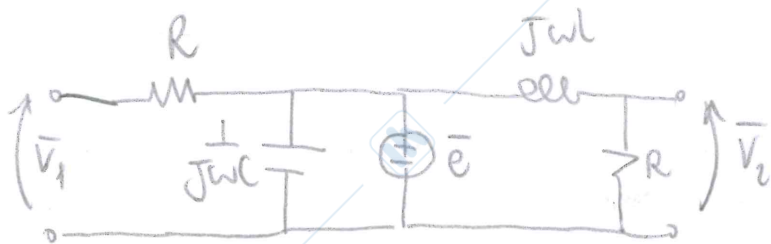
$$V_1 = R i_1$$

$$Z_{11}(j\omega) = R$$

$$\bar{V}_2 = \alpha \bar{u}_1 + \frac{R \alpha \bar{u}_1}{R + j\omega L} = \left(\alpha + \frac{\alpha R}{R + j\omega L} \right) \bar{u}_1 = \alpha \left(1 + \frac{R}{R + j\omega L} \right) \bar{u}_1$$

$$Z = \begin{bmatrix} R & -\alpha R \\ \left(1 + \frac{R}{R + j\omega L} \right) \alpha & \frac{j\omega L R}{R + j\omega L} \end{bmatrix}$$

$$\bar{i}_1 = \bar{i}_2 = 0, \bar{e} = 0$$



$$\bar{V}_2 = \bar{e} \quad V_2 = \frac{R}{R + j\omega L} \bar{e}$$



Le DB è definito in rappresentazione eq. Thevenin
 pu om ω .