Elettrotecnica (082742 – 082748 – 097245)

Proff. Bizzarri, Gruosso

Esame, 25 Gennaio 2019

Cognome	______________________	**Nome**	______________________
Matricola	______________________	**Firma**	______________________

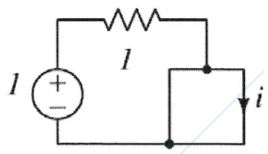
AVVERTENZE

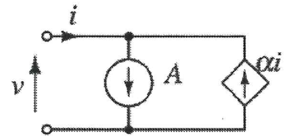
- **La prova dura 2 ore.**
- **Le domande D1 – D7 a risposta multipla hanno ciascuna una sola risposta esatta (+2/–1/0 punti per ogni risposta giusta/errata/senza risposta).**
- **Gli studenti iscritti al corso 097245 (9CFU) non dovranno rispondere al quesito D7 e il punteggio conseguito complessivamente sarà rinormalizzato a 32.**
- **I punteggi massimi complessivi per ogni quesito sono riportati nella tabella sottostante; un punteggio inferiore a 16 invalida la prova.**

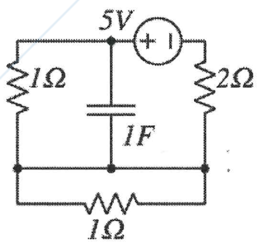
Esercizio	D1 – D7 14 punti	E1 6 punti	E2 6 punti	E3 6 punti				Voto Finale
Voto								

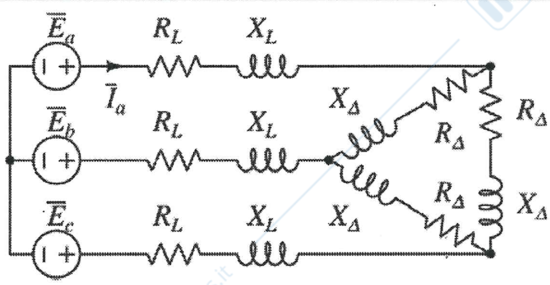
D1	La potenza assorbita da un carico trifase bilanciato è	
	a media nulla.	☐
	sempre positiva.	☐
	costante.	☒

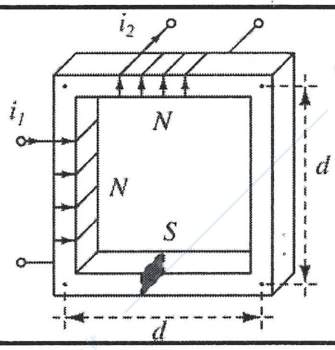
D2	La sinusoide $x(t) = 2sen\left(12t + \frac{\pi}{4}\right)$ ha fasore $\overline{x}$ pari a	
	$2e^{j\frac{\pi}{4}}$	☐
	$2je^{j\frac{\pi}{4}}$	☐
	$2e^{-j\frac{\pi}{4}}$	☒

D3	Per il circuito in figura, la corrente i 	
	vale 1A.	☐
	vale 0.5A.	☐
	è indeterminata.	☒

D4	**Il bipolo composito in figura** 	
	è controllabile in corrente.	☐
	è equivalente ad un generatore indipendente di corrente.	☒
	se α è nullo è passivo.	☐

D5	**La costante di tempo τ del circuito in figura vale** 	
	3s	☐
	2/3 s	☒
	4s	☐

D6	**Per il sistema trifase simmetrico e bilanciato in sequenza positiva in figura siano:** $$\overline{E_a} = \sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{4}}, Z_L = R_L + jX_L = 1 + j$$ $$Z_\Delta = R_\Delta + jX_\Delta = 3 + j3.$$ **La corrente $\overline{I_a}$ vale** 	
	$\frac{1}{2}$A	☒
	$\frac{1}{7}$A	☐
	$\frac{1}{10}$A	☐

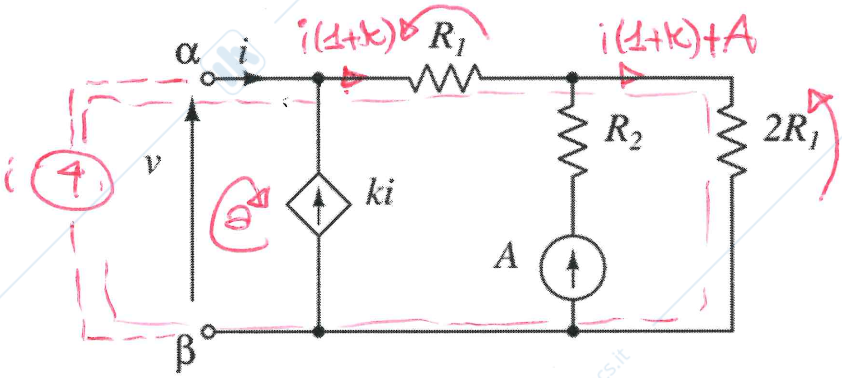
D7	**La struttura in figura, realizzata con due avvolgimenti di N spire su un materiale con permeabilità relativa μ_r, è caratterizzata dalla matrice di induttanze** $$L = \begin{bmatrix} L_{11} & M \\ M & L_{22} \end{bmatrix}$$ **Possiamo affermare che** 	
	$L_{11} > L_{22}$	☐
	$M > 0$	☐
	$L_{22} = -M$	☒

Riportare i risultati e i passaggi salienti nel riquadro relativo ad ogni esercizio.

E1	

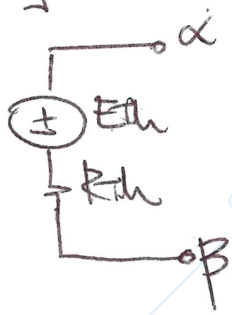
Dato il bipolo composito in figura determinare giustificando le risposte:

1. **i parametri del circuito equivalente di Thevénin ai morsetti α e β;**
2. **i valori del parametro *k* per i quali non è definito il circuito equivalente di Norton;**
3. **la potenza erogata dal bipolo composito qualora si colleghi un resistore R_3 tra i morsetti α e β.**



KVL maglia ②: $\sigma - R_1(1+k)i - 2R_1[i(1+k)+A] = 0$

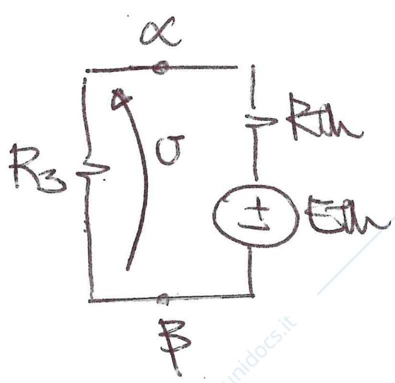
$$\sigma = \underbrace{3R_1(1+k)}_{R_{th}} i + \underbrace{2R_1A}_{E_{th}}$$



Circuito eq di Norton:

$$i = \underbrace{\frac{1}{3R_1(1+k)}}_{G_{nr}}\sigma - \underbrace{\frac{2A}{3(1+k)}}_{A_{nr}} \longrightarrow$$ il circuito eq di Norton esiste sse $k \neq -1$ ...

Considero ora R_3 tra α e β. Al posto del bipolo composito, disegno il suo circuito eq. di Thevenin..



$$P_E^{\text{BIPOLO COMPOSITO}} = P_A^{R_3} =$$

$$= \frac{\sigma^2}{R_3} = \frac{1}{R_3}\left(\frac{E_{th} \cdot R_3}{R_3+R_{th}}\right)^2 =$$

$$= \frac{E_{th}^2 R_3}{(R_3+R_{th})^2} = R_3\left(\frac{2R_1A}{R_3+3R_1(1+k)}\right)^2$$

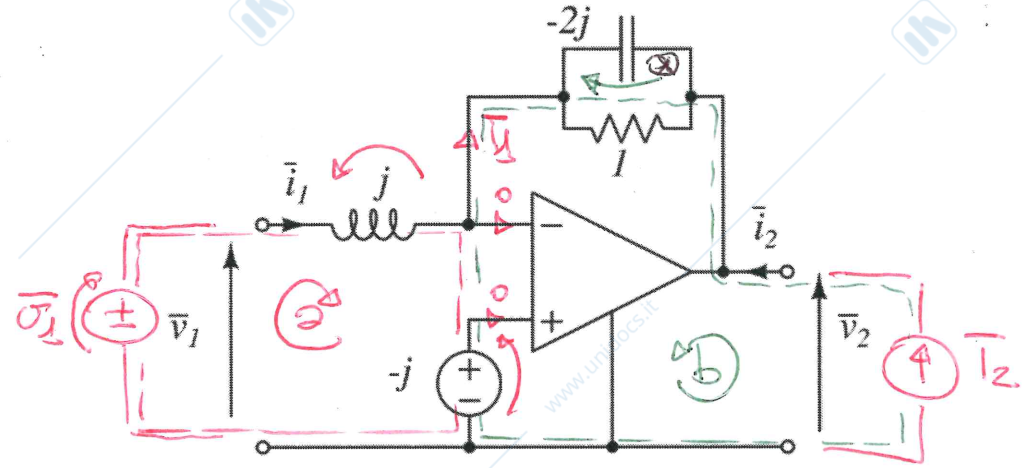
E2

Il doppio bipolo in figura evolve in regime sinusoidale (opera cioè in AC) e l'amplificatore operazionale è ideale e lavora in condizioni di massa virtuale. Si determinino:

1. **i parametri della rappresentazione**

$$\begin{pmatrix}\bar{\imath}_1\\ \bar{v}_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}H_{11} & H_{12}\\ H_{21} & H_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\bar{v}_1\\ \bar{\imath}_2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\bar{I}\\ \bar{E}\end{pmatrix}$$

2. **assumendo $\bar{\imath}_2 = 0$A, $\bar{v}_1$=1V e ω = 1 rad/s, si determini $v_2(t)$.**



KVL maglia ⓐ: $\bar{v}_1 - j1\,\bar{\imath}_1 - (-j1) = 0$

$$\bar{\imath}_1 = \frac{\bar{v}_1}{j1} + 1 = -j\bar{v}_1 + 1$$

Poiché l'OPAMP é ideale, $\bar{\imath}_1$ circola interamente nel parallelo tra $\underbrace{-2j \text{ e } 1}_{*}$

KVL maglia ⓑ: $\bar{v}_2 + \frac{1(-j2)}{1-j2}\bar{\imath}_1 - (-j) = 0$

$$\bar{v}_2 - \frac{j2}{1-j2}(-j\bar{v}_1 + 1) + j = 0$$

$$\bar{v}_2 = \frac{2}{1-j2}\bar{v}_1 + \frac{j2}{1-j2} - j =$$

$$= \frac{2}{1-j2}\bar{v}_1 - \frac{2-j1}{1-j2}$$

Ottengo quindi:

$$\begin{bmatrix}\bar{\imath}_1\\ \bar{v}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-j1 & 0\\ \frac{2}{1-j2} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bar{v}_1\\ \bar{\imath}_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}1\\ -\frac{2-j1}{1-j2}\end{bmatrix}$$

Posto $\bar{\imath}_2 = 0$A e $\bar{v}_1 = 1$V, ottengo:

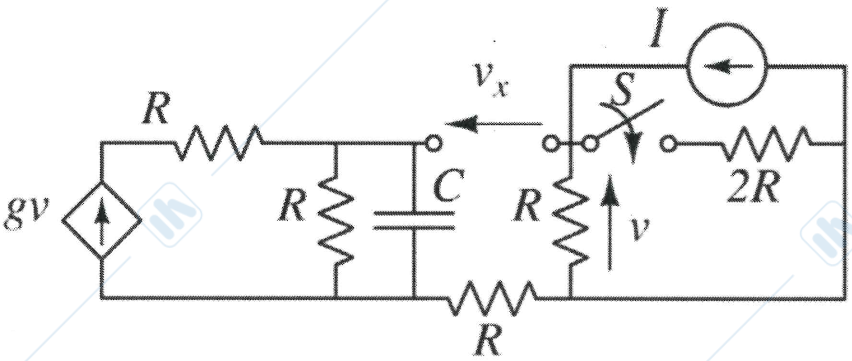
$$\bar{v}_2 = \frac{2}{1-j2}\cdot 1 - \frac{2-j1}{1-j2} = \frac{j1}{1-j2}\,\frac{1+j2}{1+j2} = \frac{-2+j1}{5}$$

$$v_2(t) = Re\{\bar{v}_2 e^{j\omega t}\} = -\frac{2}{5}\cos(t) - \frac{1}{5}\mathrm{sen}(t)$$

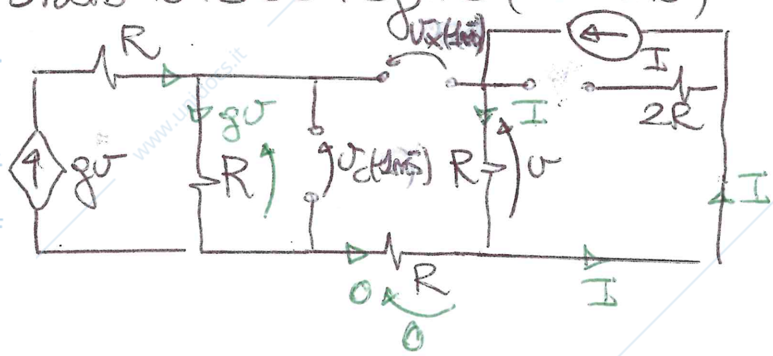
$\omega = 1$ rad/s

E3

Il circuito in figura si trova a regime immediatamente prima che in $t = 1$ms il tasto S si chiuda. Determinare $v_x(t)$ per $t \geq 1$ms sapendo che $I = 1$mA, $g = 1$mS, $C = 1\mu$F e $R = 1$kΩ.



Studio la rete a regime ($t = 1ms^-$)



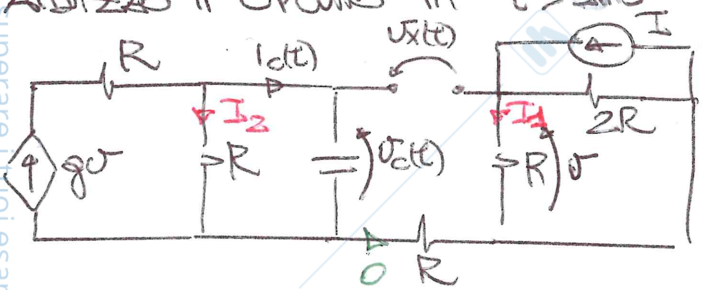
$v = RI$

$v_C(1ms^-) = gvR = gR^2I$

$$\boxed{v_x(1ms^-) = v_C(1ms^-) - v = gR^2I - RI = RI(Rg-1)}$$

Analizzo il circuito in $t > 1ms$

$$v = RI_1 = R\overbrace{\frac{I2R}{R+2R}}^{\text{partitore di corrente}} = \frac{2}{3}RI$$



$$\boxed{v_x(t) = v_C(t) - v = v_C(t) - \frac{2}{3}RI}$$

$v_C(t) = RI_2 = R(gv - i_C(t)) = R\left(g\frac{2}{3}RI - i_C(t)\right)$

$Ri_C(t) = -v_C(t) + \frac{2}{3}gR^2I$

$$\frac{dv_C(t)}{dt} = \underbrace{-\frac{1}{RC}}_{\lambda<0\ldots} v_C(t) + \underbrace{\frac{2gRI}{3C}}_{u(t)} \rightarrow \text{eq di stato}$$

Ricavo v_{CP}

Poiché $u(t) = cost$, $v_{CP}(t) = a = cost \rightarrow \underbrace{\frac{da}{dt}}_{=0} = -\frac{1}{RC}a + \frac{2gRI}{3C}$

$a = \frac{2}{3}gR^2I = v_{CP}$

Poiché $u(t)$ ha un salto limitato (λ non varia), vale la continuità delle variabili di stato $\rightarrow v_C(1ms^+) = v_C(1ms^-)$

$\underbrace{v_C(1ms^+)}_{\hookrightarrow t = 1ms} = v_C(1ms^-) = K + v_{CP} \rightarrow K = v_C(1ms^-) - v_{CP} = gR^2I - \frac{2}{3}gR^2I = \frac{1}{3}gR^2I$

Ottengo quindi $v_C(t) = \frac{1}{3}gR^2I e^{-\frac{(t-10^{-3})}{RC}} + \frac{2}{3}gR^2I$, $t \geq 1ms$

Per quanto riguarda $v_x(t)$, vale quanto segue:

$$\underset{[V]}{v_x(t)} = \begin{cases} RI(Rg-1) = 0 & , t = 1ms^- \\ \frac{1}{3}gR^2I e^{-\frac{(t-10^{-3})}{RC}} + \frac{2}{3}gR^2I - \frac{2}{3}RI = \frac{1}{3}e^{-1000(t-10^{-3})} & , t > 1ms \end{cases}$$

NB: $v_x(t)$, a differenza di $v_C(t)$, è discontinua!