082742 – Elettrotecnica

Prof. F. Bizzarri

Esame, 18 Luglio 2016

Cognome	______________	**Nome**	______________
Matricola	______________	**Firma**	______________

AVVERTENZE

- La prova dura **3 ore**
- I punteggi massimi per ogni quesito sono indicati nella tabella sottostante; un punteggio complessivo inferiore a **16 punti** invalida la prova.

Esercizio	E1a 3 punti	E1b 3 punti	E1c 5.0 punti	E2 8 punti	E3a 5.0 punti	E3b 4.0 punti		Voto Finale
Voto								

Riportare i risultati e i passaggi salienti nel riquadro relativo ad ogni esercizio

E1a

Per il circuito in Figura 1, ipotizzando $r \neq R_2$, si determini l'equazione di stato che ne governa la dinamica e il valore del parametro r che ne assicura l'asintotica stabilità.

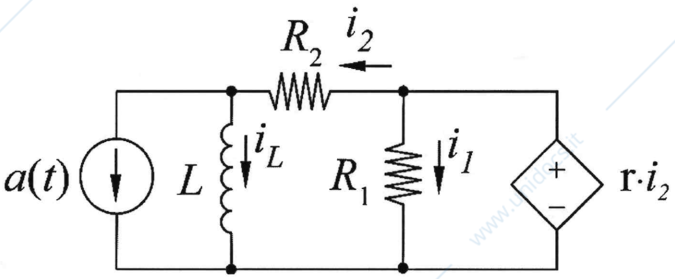


Figura 1

$$V_L = L\frac{di_L}{dt} = r i_2 - R_2 i_2 = i_2(r - R_2)$$

$$i_2 = a(t) + i_L \qquad \frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L}(r-R_2)(i_L + a(t))$$

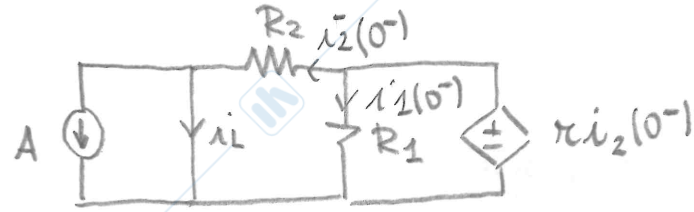
$$= \underbrace{\frac{1}{L}(r-R_2)}_{\lambda} i_L + \frac{1}{L}(r-R_2)a(t)$$

$\lambda < 0 \rightarrow$ Asintotica stabilità $\leftrightarrow$ $r < R_2$

E1b

Per il circuito Figura 1, nelle ipotesi al punto E1a, si assuma $a(t) = A$, per $t < 0$ e $a(t) = A\,sin(2\omega t)$, per $t > 0$. Sapendo che in $t = 0^-$ il circuito opera in regime stazionario, si determinino $i_L(0^-)$, $i_L(0^+)$, $i_1(0^-)$ e $i_1(0^+)$. Giustificare le risposte.

$t = 0^-$



$$0 = (r i_2 - R_2 i_2)\Big|_{t=0^-} \longrightarrow i_2\Big|_{t=0^-} = 0$$

$$i_2\Big|_{t=0^-} = (i_L + A)\Big|_{t=0^-} \longrightarrow i_L(0^-) = -A$$

$$R_1 i_1\Big|_{t=0^-} = (\emptyset + R_2 i_2)\Big|_{t=0^-} = \emptyset + R_2 \cdot \emptyset \qquad i_1(0^-) = 0$$

generalmente continua

$$\underbrace{\int_{0^-}^{0^+} \frac{d}{dt} i_L \, dt} = \int_{0^-}^{0^+} \frac{1}{L}(r - R_2)\left(i_L(t) - a(t)\right) dt = 0$$

limitata

$$i_L(0^+) - i_L(0^-) = \emptyset \longrightarrow i_L(0^+) = i_L(0^-)$$

$$i_2(0^+) = i_L(0^+) + a(0^+) = -A + A\sin(2\omega 0^+) = -A$$

$$i_1 = \frac{1}{R_1} \cdot r i_2 \qquad i_1(0^+) = -\frac{r}{R_1} A$$

E1c

Per il circuito Figura 1, nelle ipotesi al punto E1a, si assumano $a(t) = A\,sin(2\omega t)$, per $t > 0$, e $i_L(0^+) = I$. Si determini $i_L(t)$ per $t > 0$.

$$a(t) \longrightarrow -JA$$

$$\frac{d}{dt} i_L(t) = \frac{1}{L}(r - R_2)\left(i_L + a(t)\right)$$

$$\downarrow$$

$$J2\omega\, \bar{I}_L = \frac{1}{L}(r - R_2)\left(\bar{I}_L - JA\right) \qquad \bar{I}_L\left(R_2 - r + 2J\omega L\right) = -J(r - R_2)A$$

$$\bar{I}_L = \frac{(R_2 - r)A}{R_2 - r + J2\omega L} = \frac{J(R_2 - r)A\left(R_2 - r - J2\omega L\right)}{(R_2 - r)^2 + (2\omega L)^2}$$

$$i_{L_{ip}}(t) = \underbrace{\boxed{\frac{(R_2 - r)A}{(R_2 - r)^2 + (2\omega L)^2}}}_{\gamma}\left(2\omega L \cos 2\omega t + (r - R_2)\sin 2\omega t\right)$$

$$i_L(t)\Big|_{t>0} = k e^{\lambda t} + i_{L_{ip}}(t)$$

$$i_L(0^+) = I = k + 2\omega L\gamma \qquad k = I - 2\omega L\gamma$$

$$i_L(t) = \left(I - 2\omega L\gamma\right) e^{\frac{r - R_2}{L} t} + i_{L_{ip}}(t)$$

E2

Per il doppio bipolo in Figura 2, si determinino i parametri della rappresentazione lineare affine che si ottiene scegliendo la tensione v_2 e la corrente i_1 come base di definizione. Si disegni anche lo schema equivalente in cui si evidenzino il doppio bipolo lineare e i generatori impressivi opportunamente connessi alla porte.

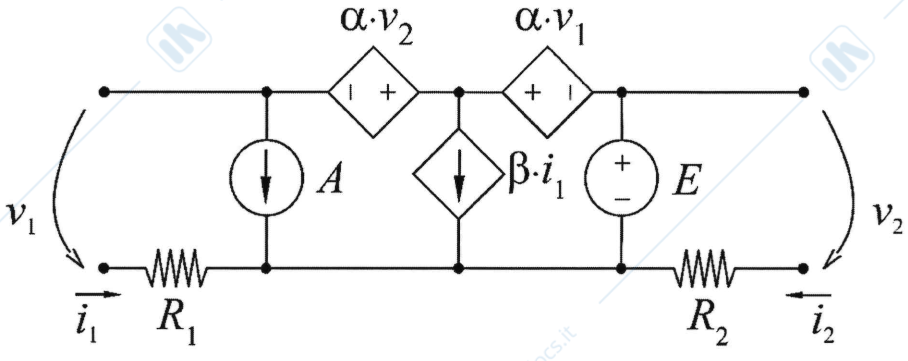


Figura 2

$$V_2 = R_2 i_2 - E \qquad i_2 = \frac{V_2}{R_2} + \frac{E}{R_2}$$

$$V_1 - R_1 i_1 + E + \alpha V_1 - \alpha V_2 = 0$$

$$(\alpha+1) V_1 = R_1 i_1 + \alpha V_2 - E$$

$$V_1 = \frac{R_1}{\alpha+1} i_1 + \frac{\alpha}{\alpha+1} V_2 - \frac{E}{\alpha+1}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_1}{\alpha+1} & \frac{\alpha}{\alpha+1} \\ 0 & 1/R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{E}{\alpha+1} \\ E/R_2 \end{bmatrix}$$

E3a

Il circuito in Figura 3 evolve in regime sinusoidale permanente alla pulsazione ω. L'amplificatore operazionale è ideale e opera in condizione di massa virtuale ($v_{\pm} = 0$) e $\alpha > 1$. L'impedenza jX non è connessa ai morsetti A e B. Si determini il circuito equivalente di Thevénin a tali morsetti. È possibile definire il circuito equivalente di Norton? Giustificare la risposta.

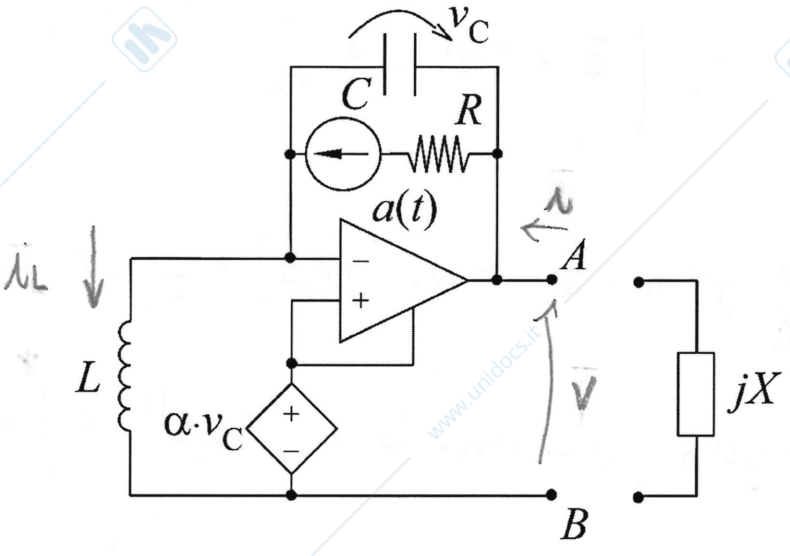
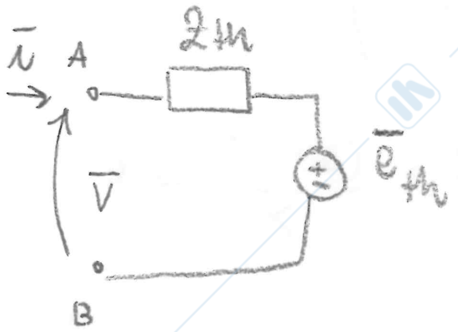


Figura 3



$$\bar{i}_L = \frac{1}{j\omega L}\alpha\bar{V}_c$$

$$\bar{i}_L = \bar{a} + j\omega C\bar{V}_c$$

$$\frac{1}{j\omega L}\alpha\bar{V}_c = j\omega C\bar{V}_c + \bar{a} \qquad \bar{V}_c\left(\frac{1}{j\omega L}\alpha - j\omega C\right) = \bar{a}$$

$$\bar{V}_c = \frac{j\omega L\bar{a}}{\alpha + \omega^2 LC} \qquad \bar{V} = (\alpha+1)\bar{V} = j\frac{(\alpha+1)\omega L\bar{a}}{\alpha + \omega^2 LC} = \bar{e}_{th}$$

$\bar{Z}_{th} = 0 \longrightarrow$ Il circuito equivalente di Norton non è definito.

E3b	
	Per circuito in Figura 3, si connetta l'impedenza jX (con $X \in \mathbb{R}$) ai morsetti A e B e si assuma $\bar{v}_C = jR\bar{a}$, $R \in \mathbb{R}$, $R \neq 1/_{\omega C}$ ed $\bar{a}$ il fasore associato al generatore indipendente di corrente alla pulsazione ω. Assumendo valide le ulteriori ipotesi al punto E3a, si determini la reattanza X tale che la potenza complessa erogata dall'amplificatore operazionale sia nulla.

$$\hat{P}_e^{A.O} = \frac{1}{2} \bar{V}_c \left(\bar{a} + j\omega C \bar{V}_c + \frac{1}{jX} (\alpha+1) \bar{V}_c \right)^*$$

$$= \frac{1}{2} jR\bar{a} \left(\bar{a} + j\omega C (jR\bar{a}) + \frac{1}{jX} (\alpha+1) jR\bar{a} \right)^* =$$

$$= \frac{1}{2} jR\bar{a} \left(\bar{a} - \omega RC \bar{a} + \frac{(\alpha+1)R}{X} \bar{a} \right)^* =$$

$$= \frac{1}{2} jR|\bar{a}|^2 \left(1 - \omega RC + \frac{(\alpha+1)R}{X} \right)$$

$$\hat{P}_e^{A.O}(X) = 0 \quad \longleftrightarrow \quad 1 - \omega RC + \frac{(\alpha+1)R}{X} = 0$$

$$X = \frac{(\alpha+1)R}{\omega RC - 1}$$