082742 – Elettrotecnica (E-O)

Prof. F. Bizzarri

Esame, 17 Settembre 2013

Cognome ______________________ **Nome** ______________________

Matricola ______________________ **Firma** ______________________

AVVERTENZE

- La prova dura **3 ore**
- I punteggi massimi per ogni quesito sono indicati nella tabella sottostante; un punteggio complessivo inferiore a **16 punti** invalida la prova.

Quesito o Esercizio	E1 2.0 punti	E2 -8.0/8.0 punti	E3 9.0 punti	E4 9.0 punti	Voto Finale
Voto					

Riportare i risultati e i passaggi salienti nel riquadro relativo ad ogni esercizio

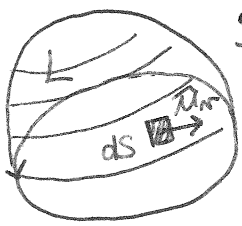
E1

Enunciare e discutere la legge di Ampere-Maxwell.

La legge di Ampere-Maxwell fu teorizzata da Maxwell che "corresse" la legge di Ampere per trovare un equivalente della legge di Faraday-Henry che legasse variazioni di un campo elettrico ad un campo magnetico.

$$\overbrace{\oint_L \bar{B}\cdot d\bar{l} = \mu_0 \int_S \bar{J}\cdot\hat{u}_N\, dS}^{\text{Legge di Ampere}} + \underbrace{\mu_0\varepsilon_0 \frac{d}{dt}\int_S \bar{E}\cdot\hat{u}_N\, dS}$$

S con bordo L



verso positivo delle correnti concatenate con L che fisse $\hat{u}_N$ in ogni dS

questo termine ci dice che anche se $\bar{J}\equiv 0$ (non ci sono correnti concatenate con L) oppure se $\bar{J}$ ha flusso nullo attraverso S, la presenza di un campo $\bar{E}$ il cui flusso attraverso S sia non costante nel tempo genera $\bar{B}$.

E2

Si risponda alle seguenti domande spuntando la domanda che si ritiene corretta senza riportare i calcoli. La risposta esatta vale 1 punto, una risposta errata vale –1 punto e la "non risposta" vale 0 punti.

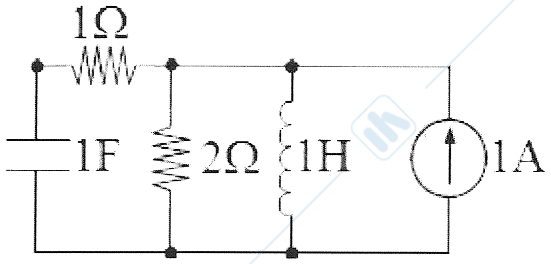


Figura 1

Il circuito in Figura 1 evolve in regime stazionario. L'energia immagazzinata nell'induttore vale:

- [ ] –0.5 J
- [ ] 0 J
- [x] 0.5 J
- [ ] 1.0 J
- [ ] nessuna delle precedenti
- [ ] non lo so

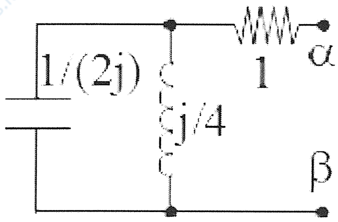


Figura 2

Nel circuito in Figura 2, l'impedenza tra i morsetti α e β è di tipo

- [ ] capacitivo e vale 1–0.5j
- [x] induttivo e vale 1+0.5j
- [ ] resistivo e vale 1
- [ ] capacitivo e vale 1+0.5j
- [ ] nessuna delle precedenti
- [ ] non lo so

$$\frac{1}{2}\,\mathrm{sen}\left(\omega t+\frac{3}{4}\pi\right)$$

Il fasore corrispondente alla funzione nel riquadro a sinistra vale

- [ ] $\frac{1}{4}(1-\mathrm{j})$
- [ ] $\frac{1}{4}(1+\mathrm{j})$
- [x] $\sqrt{\frac{1}{8}}(1+\mathrm{j})$
- [ ] $\frac{\sqrt{2}}{2}(1-\mathrm{j})$
- [ ] nessuna delle precedenti
- [ ] non lo so

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

Un doppio-bipolo DB è descritto dalla matrice di resistenza indicata nel riquadro di sinistra. La potenza assorbita da DB vale

- [ ] $i_1^2 + 5i_1 i_2$
- [ ] $(i_1 + 2i_2)^2$
- [ ] $i_2^2 - i_1 i_2$
- [x] $i_1^2 + i_2^2 + 4i_1 i_2$
- [ ] nessuna delle precedenti
- [ ] non lo so

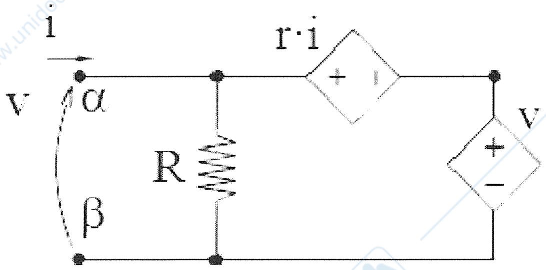


Figura 3

Il bipolo composito individuato ai morsetti α e β in Figura 3 ammette

- [ ] base tensione e base corrente
- [x] solo base tensione
- [ ] solo base corrente
- [ ] nessuna base
- [ ] nessuna delle precedenti
- [ ] non lo so

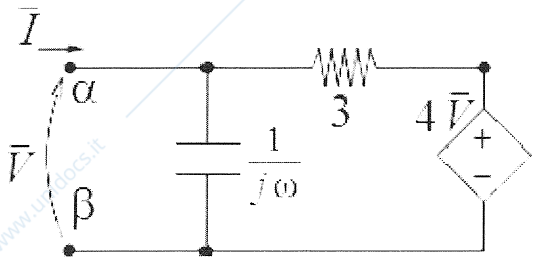


Figura 4

La potenza complessa assorbita dal bipolo composito individuato ai morsetti α e β in Figura 4 vale

- [ ] $\frac{1}{2}(1+j\omega)|\bar{V}|^2$
- [ ] $(1-j\omega)|\bar{V}|^2$
- [ ] $-\frac{1}{2}(1-j\omega)|\bar{V}|^2$
- [x] $-\frac{1}{2}(1+j\omega)|\bar{V}|^2$
- [ ] nessuna delle precedenti
- [ ] non lo so

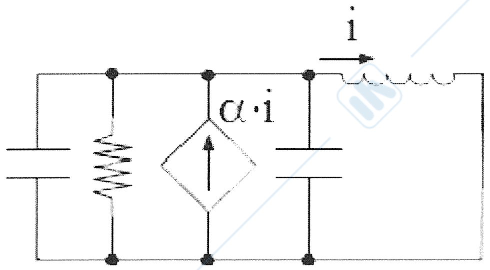


Figura 5

Quante sono le variabili di stato del circuito in Figura 5?

- [ ] 3
- [x] 2
- [ ] 1
- [ ] 0
- [ ] nessuna delle precedenti
- [ ] non lo so

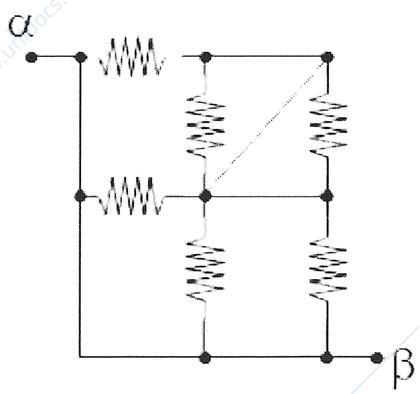


Figura 6

La resistenza equivalente individuata ai morsetti α e β in Figura 6 vale

- [ ] 2R
- [ ] R
- [ ] 0.5R
- [x] 0
- [ ] nessuna delle precedenti
- [ ] non lo so

E3

Il circuito in Figura 7, per $t = t_0^- > 0$ evolve in regime stazionario. Sapendo che

- **$\alpha < 1$,**
- **$e(t) = E_0 > 0$ per $t < t_0$,**
- **$e(t) = E_0 + E_1 > 0$ per $t > t_0$,**

determinare la corrente $i_2(t_0^-)$ e $i_2(t)$ per $t \in (t_0^+, +\infty)$.

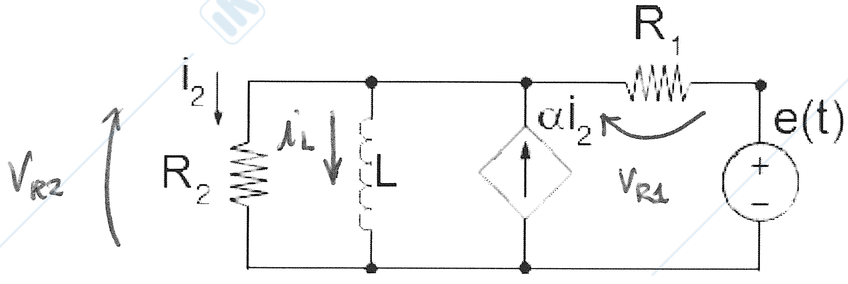
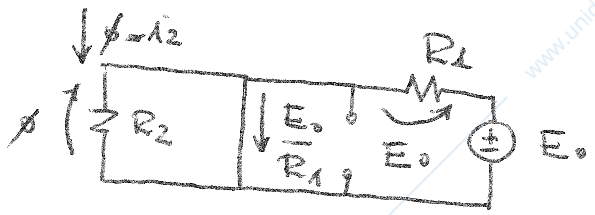


Figura 7

in t_0^- :



$i_2(t_0^-) = 0$

$i_L(t_0^-) = \frac{E_0}{R_1}$

in t_0^+ : $i_L(0^+) = i_L(0^-)$ perché e(t) è discontinuo ma i_L (variabile di stato) è più continua degli ingressi. In generale, invece, $i_2(0^+) \neq i_2(0^-)$

$i_2(t)\Big|_{t>t_0} = \frac{1}{R_2}\cdot L\frac{di_L}{dt}$ e quindi $i_2(t_0^+) = \frac{L}{R_2}\frac{di_L}{dt}\Big|_{t=t_0^+}$

Risolvo x ricavare $i_L(t)$ per $t \in (t_0^+, +\infty)$ e quindi ricavo $i_2(t)$

$$i_2(t) + i_L(t) - \alpha i_2(t) + \overbrace{(\underbrace{R_2 i_2(t)}_{V_{R2}} - e(t))}^{V_{R1}}/R_1 = 0$$

$$\left(1 - \alpha + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{L}{R_2}\frac{di_L}{dt} = -i_L(t) + \frac{\overbrace{e(t)}^{E_0+E_1}}{R_1}$$

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{R_1R_2}{[R_2+(1-\alpha)R_1]L}\,i_L(t) + \frac{\cancel{R_1}R_2}{[R_2+(1-\alpha)R_1]L}\cdot\frac{E_0+E_1}{\cancel{R_1}}$$

$$\lambda = -\frac{R_1 R_2}{\underbrace{[R_2+(1-\alpha)R_1]}_{>0 \text{ dato che } \alpha<1 \text{ x hp}} L}$$

$$i_{L_{i.p.}} = H$$

$$\frac{d}{dt} H = 0 = -\frac{R_1R_2}{[R_2+(1-\alpha)R_1]L} H + \frac{R_2(E_0+E_1)}{[R_2+(1-\alpha)R_1]L}$$

$$H = \frac{E_0+E_1}{R_1}$$

$$i_L(t)\Big|_{t\geq t_0} = k\, e^{\lambda(t-t_0)} + H$$

$$i_L(t_0^-) = \frac{E_0}{R_1} \longrightarrow i_L(t) = \left(\frac{E_0}{R_1} - \frac{E_1+E_0}{R_1}\right) e^{\lambda(t-t_0)} + \frac{E_1+E_0}{R_1} =$$

$$= -\frac{E_1}{R_1} e^{\lambda(t-t_0)} + \frac{E_1+E_0}{R_1}$$

$$i_2(t) = \frac{L}{R_2}\frac{d}{dt} i_L(t) = \frac{\cancel{L}}{\cancel{R_2}}\left(-\frac{E_1}{\cancel{R_1}} \cdot -\frac{\cancel{R_1R_2}}{[R_2+(1-\alpha)R_1]\cancel{L}}\right) e^{\lambda(t-t_0)} =$$

$$= \frac{E_1}{R_2+R_1(1-\alpha)} e^{\lambda(t-t_0)}$$

$$i_2(t_0^+) = \frac{E_1}{R_2+R_1(1-\alpha)}$$

E4

con pulsazione ω

Il circuito in Figura 8 evolve in regime sinusoidale. Determinare la potenza attiva erogata
dal **generatore indipendente di tensione e(t), associato al fasore $\bar{E}$.**

$\bar{A} = \frac{1}{2}\bar{E}\,\bar{I}_L^*$

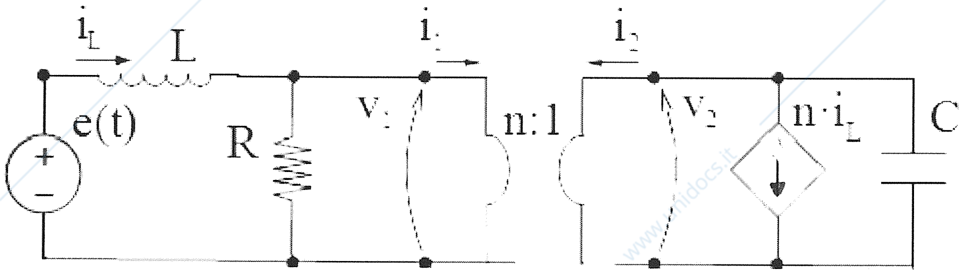


Figura 8

$e(t) \longleftrightarrow \bar{E}$

$\bar{V}_1 = \bar{E} - j\omega L\bar{I}_L \qquad \bar{I}_1 = \bar{I}_L - (\bar{E} - j\omega L\bar{I}_L)R^{-1}$

$\bar{V}_2 = (\bar{E} - j\omega L\bar{I}_L)\,n^{-1} \qquad \bar{I}_2 = -n\left(\bar{I}_L - (\bar{E} - j\omega L\bar{I}_L)R^{-1}\right)$

$\bar{I}_2 + n\bar{I}_L + j\omega C\bar{V}_2 = 0$

$$-n\left(\bar{I}_L - (\bar{E} - j\omega L\bar{I}_L)R^{-1}\right) + n\bar{I}_L + j\omega C(\bar{E} - j\omega L\bar{I}_L)n^{-1} = 0$$

$$n\bar{E}R^{-1} - j\omega L\bar{I}_L R^{-1} n + j\omega C n^{-1}\bar{E} + \omega^2 C L n^{-1}\bar{I}_L = 0$$

$$\bar{I}_L\left(\frac{\omega^2 CL}{n} - j\frac{\omega L n}{R}\right) = -\left(\frac{n\bar{E}}{R} + j\frac{\omega C\bar{E}}{n}\right)$$

$$\bar{I}_L\left(\omega^2 LRC - j\omega L n^2\right) = -\left(n^2\bar{E} + j\omega RC\bar{E}\right)$$

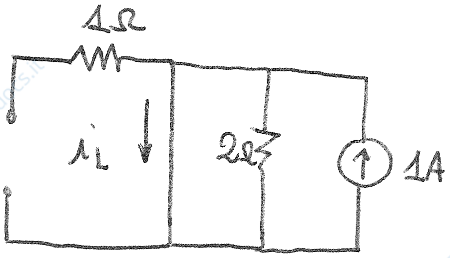
$$\bar{I}_L = -\frac{(n^2 + j\omega RC)\bar{E}}{\omega^2 LRC - j\omega L n^2}$$

$$\bar{A} = \frac{1}{2}\bar{E}\bar{I}_L^* = -\frac{1}{2}\bar{E}\left(\frac{(n^2 + j\omega RC)(\omega^2 LRC + j\omega L n^2)}{(\omega^2 LRC)^2 + (\omega L n^2)^2}\right)^*\bar{E}^* =$$

$$= -\frac{1}{2}|\bar{E}|^2\frac{\left[\cancel{n^2\omega^2 LRC - \omega^2 RCLn^2} + j\left(\omega^3 R^2 C^2 L + \omega L n^4\right)\right]^*}{(\omega^2 LRC)^2 + (\omega L n^2)^2}$$

$$\mathrm{Re}(\bar{A}) \equiv 0$$

Test 1.



$i_L = 1A$

$$E = \frac{1}{2} L i_L^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = 1/2$$

test 2

$$Z_{eq} = 1 + \frac{1}{\frac{4}{J} + 2J} = 1 + \frac{1}{4-2} J = 1 + 0.5J$$

$Re\{Z_{eq}\} \neq 0 \quad Im\{Z_{eq}\} > 0 \longrightarrow$ induttiva

test 3

$$\frac{1}{2} \operatorname{sen}\left(\omega t + \frac{3}{4}\pi\right) = \frac{1}{2} \cos\left(\omega t + \frac{3}{4}\pi - \pi/2\right) =$$

$$= \frac{1}{2} \cos\left(\omega t + \pi/4\right) \longleftrightarrow \frac{1}{2} e^{J\pi/4} = \frac{\sqrt{2}}{4}(1+J) =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{8}}\,(1+J)$$

test 4

$$P = V_1 i_1 + V_2 i_2 = (i_1 + 5 i_2) i_1 + (-i_1 + i_2) i_2 =$$

$$= i_1^2 + i_2^2 + 4 i_1 i_2$$

Test 5

$V = ri + V \longrightarrow i = 0$ solo base tensione

Test 6

$$\frac{1}{2}\bar{V}\bar{I}^* = \frac{1}{2}\bar{V}\left(j\omega\bar{V} + \frac{\bar{V}-4\bar{V}}{3}\right)^* = \frac{1}{2}|\bar{V}|^2\left(-1-j\omega\right) =$$

$$= -\frac{1}{2}|\bar{V}|^2(1+j\omega)$$

Test 7 3 candidate, 1 maglia C $\longrightarrow$ 2 v. di stato

Test 8 A e B sono equipotenziali $\longrightarrow R_{\alpha\beta} = \emptyset$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari