



082742 – Elettrotecnica (E-O) Seconda prova in itinere, 2 Luglio 2013
Prof. F. Bizzarri

Cognome _____ Nome _____

Matricola _____ Firma _____

AVVERTENZE

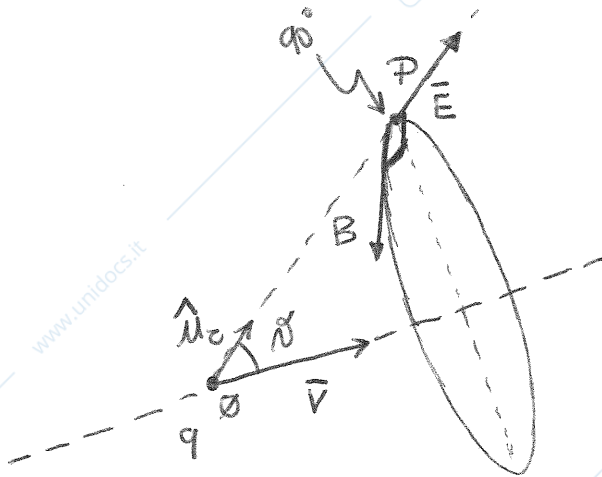
- La prova dura 2 ore e un quarto
- I punteggi massimi per ogni quesito sono indicati nella tabella sottostante; un punteggio complessivo inferiore a 8 punti invalida la prova.

Quesito o Esercizio	E1 2.0 punti	E2a 4.0 punto	E2b 2.0 punti	E3a 4.0 punto	E3b 1.0 punto	E3c 1.0 punto	Voto Finale
Voto							

Riportare i risultati e i passaggi salienti nel riquadro relativo ad ogni esercizio

E1a

Discutere anche graficamente l'espressione del campo elettromagnetico generato da una carica q in moto nel vuoto in condizioni non relativistiche con velocità \vec{v} .



$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{u}_c$$

$$\vec{B} = \frac{1}{c^2} (\vec{v} \times \vec{E})$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

\vec{B} è perpendicolare al piano individuato da \vec{v} ed \vec{E} e il suo verso è dato dalle regole della mano dx.

$$\vec{r} \cdot \vec{v} = z$$

E2a

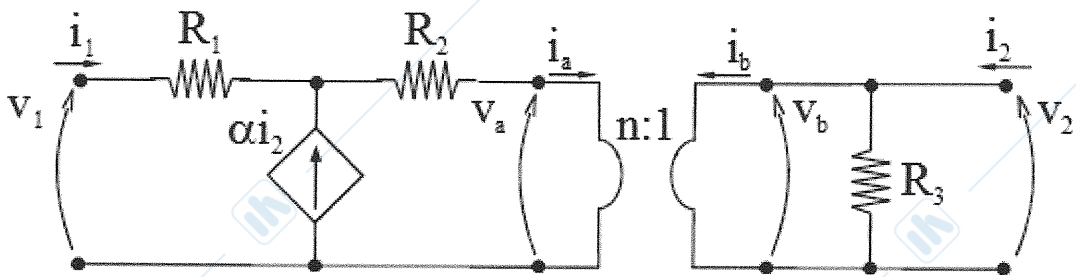
Per il doppio bipolo in Figura 1 determinare la rappresentazione mediante la matrice $[R]$.

Figura 1

Si devono ricavare i valori R_{11} , R_{12} , R_{21} e R_{22} che legano (i_1, i_2) e (V_1, V_2) nel modo seguente:

$$\begin{cases} V_1 = R_{11} i_1 + R_{12} i_2 \\ V_2 = R_{21} i_1 + R_{22} i_2 \end{cases}$$

$$V_a = n V_b = V_2 n$$

$$i_a = -\frac{1}{n} i_b = -\frac{1}{n} \left(i_2 - \frac{V_2}{R_3} \right)$$

$$V_1 - R_1 i_1 - R_2 (i_1 + \alpha i_2) = V_a = n V_2$$

$$i_1 + \alpha i_2 = i_a = -\frac{1}{n} \left(i_2 - \frac{V_2}{R_3} \right) \rightarrow V_2 = \frac{R_{21}}{R_3 n} i_1 + \frac{R_{22}}{R_3 n \left(\alpha + \frac{1}{n} \right)} i_2$$

$$\begin{aligned} V_1 &= (R_1 + R_2) i_1 + \alpha R_2 i_2 + n \left(R_3 n i_1 + R_3 n \left(\alpha + \frac{1}{n} \right) i_2 \right) = \\ &= \underbrace{(R_1 + R_2 + n^2 R_3)}_{R_{11}} i_1 + \underbrace{\left(\alpha R_2 + R_3 n^2 \left(\alpha + \frac{1}{n} \right) \right)}_{R_{12}} i_2 \end{aligned}$$

$$[R] = \begin{bmatrix} R_1 + R_2 + n^2 R_3 & \alpha R_2 + n^2 R_3 \left(\alpha + \frac{1}{n} \right) \\ R_3 n & R_3 n \left(\alpha + \frac{1}{n} \right) \end{bmatrix} \begin{matrix} R_{11} \\ R_{12} \end{matrix}$$

E2b

Assumendo $R_1=R_2=R_3=r$ e $\alpha = -\frac{1}{n}$, determinare il valore di n positivo tale per cui la potenza istantanea assorbita dal doppio bipolo in Figura 1 non dipende dalla corrente i_2 .

Nelle ipotesi $R_1=R_2=R_3=r$ e $\alpha = -\frac{1}{n}$ la matrice
 $[R]$ diventa:

$$[R] = \begin{bmatrix} (2+n^2)r & \frac{r}{n} \\ nr & 0 \end{bmatrix}$$

$$p(t) = v_1 i_1 + v_2 i_2 =$$

$$= i_1 \left[(2+n^2)r i_1 - \frac{r}{n} i_2 \right] + i_2 \cdot nr i_1 =$$

$$= i_2 nr i_1 - i_2 \frac{r}{n} i_1 + r(2+n^2) i_1^2 =$$

$$= \left(n - \frac{1}{n} \right) r i_1 i_2 + r(2+n^2) i_1^2 =$$

$$= \frac{n^2 - 1}{n} r i_1 i_2 + r(2+n^2) i_1^2$$

se $n^2 = 1$ $p(t)$ dipende solo da i_1

$n^2 = 1$ $\begin{cases} +1 \\ -1 \end{cases}$ non accettabile x lp.

E3a

Per il circuito in Figura 2 in cui l'amplificatore operazionale si assume ideale, sapendo che $e(t) = E \cos(\omega t)$ e assumendo il funzionamento in regime sinusoidale, determinare $v_C(t)$.

$$E \cos \omega t \leftrightarrow \bar{e} = E$$

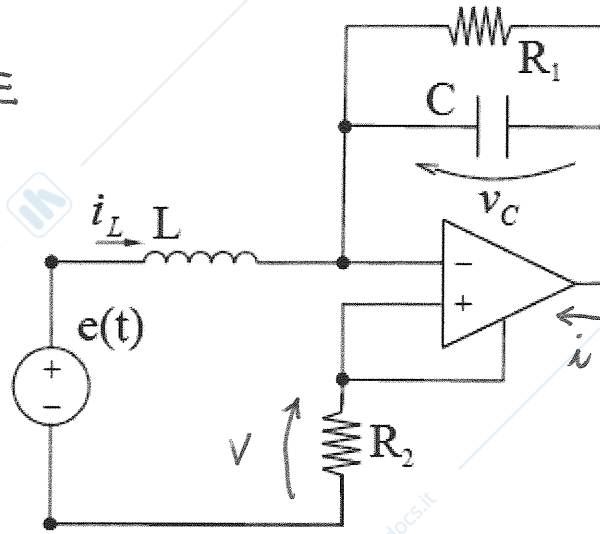


Figura 2

$$\bar{u} = j\omega C \bar{v}_C + \frac{\bar{v}_C}{R_1} = \frac{1 + j\omega C R_1}{R_1} \bar{v}_C$$

$$\bar{v} = R_2 \bar{u}$$

$$\bar{v}_L = j\omega L \bar{u}_L = E - R_2 \bar{u}$$

$$\bar{u}_L = \bar{u}$$

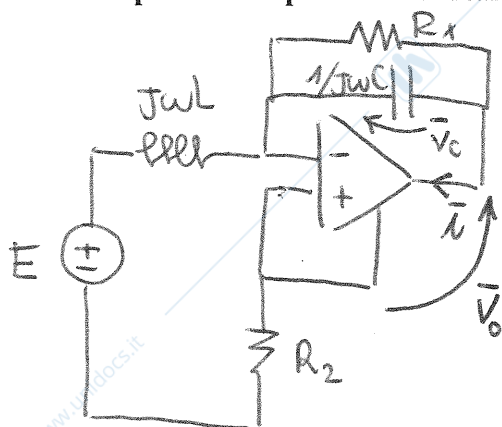
$$(j\omega L + R_2) \bar{u} = (j\omega L + R_2) \frac{1 + j\omega R_1 C}{R_1} \bar{v}_C = E$$

$$\bar{v}_C = \frac{R_1 E}{(j\omega L + R_2)(1 + j\omega R_1 C)} = \frac{R_1 E}{R_2 - \omega^2 R_1 L C + j\omega(L + R_1 R_2 C)}$$

$$v_C(t) = \operatorname{Re} \left\{ \bar{v}_C e^{j\omega t} \right\} = \frac{R_1 E}{(R_2 - \omega^2 R_1 L C)^2 + \omega^2 (L + R_1 R_2 C)^2} \cdot \left[(R_2 - \omega^2 R_1 L C) \cos \omega t + \omega (L + R_1 R_2 C) \sin \omega t \right]$$

E3b

Per il circuito in Figura 2, nelle ipotesi del punto E3a, determinare la potenza complessa assorbita dall'amplificatore operazionale ideale.



$$\bar{A} = \frac{1}{2} \bar{v}_o \bar{i}^*$$

$$\bar{i} = \frac{1 + j\omega C R_1}{R_1} \bar{v}_c$$

$$\bar{v}_o = -\bar{v}_c$$

$$\bar{A} = -\frac{1}{2} \bar{v}_c \left(\frac{1 + j\omega R_1 C}{R_1} \bar{v}_c \right)^* = -\frac{1}{2R_1} |\bar{v}_c|^2 (1 - j\omega R_1 C)$$

in funzione del fasore \bar{v}_c

E3c

Per il circuito in Figura 2, nelle ipotesi del punto E3a, determinare la potenza attiva erogata dal generatore indipendente di tensione, in funzione del fasore \bar{V}_c .

$$-P_E = P_{R1} + P_{R2} + P_{A0} \quad (\times 10 \text{ teorema di Boucherot})$$

↳ ASSORBITA

$$P_{A0} = -\frac{1}{2R_1} |\bar{V}_c|^2$$

$$P_{R2} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{2} \bar{V} \frac{\bar{V}^*}{R_2} \right\} = \frac{1}{2} \frac{|\bar{V}|^2}{R_2} = \frac{1}{2} R_2 |\bar{I}|^2 = \frac{1}{2} R_2 \left| \frac{1 + j\omega R_1 C}{R_1} \bar{V}_c \right|^2$$

$$P_{R1} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{2} \bar{V}_c \frac{\bar{V}_c^*}{R_1} \right\} = \frac{1}{2} \frac{|\bar{V}_c|^2}{R_1}$$

$$-P_E = \frac{1}{2} \frac{|\bar{V}_c|^2}{R_1} + \frac{1}{2} R_2 \frac{1 + \omega^2 R_1^2 C^2}{R_1^2} |\bar{V}_c|^2 - \frac{1}{2} \frac{|\bar{V}_c|^2}{R_1} =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1^2} (1 + (\omega R_1 C)^2) |\bar{V}_c|^2$$