082742 – Elettrotecnica (E-O)

Prima prova in itinere, 28 Aprile 2014

Prof. F. Bizzarri

Cognome ____________________ Nome ____________________

Matricola ____________________ Firma ____________________

AVVERTENZE

- La prova dura **1 ora e mezza**
- I punteggi massimi per ogni quesito sono indicati nella tabella sottostante; un punteggio complessivo inferiore a **6 punti** invalida la prova.

Quesito o Esercizio	E1a 6.0 punti	E1b 1.0 punto	E2a 5.0 punti	E2b 2.0 punto
Voto				

Voto Finale

Riportare i risultati e i passaggi salienti nel riquadro relativo ad ogni esercizio

E1a

Per il circuito in Figura 1, si calcolino i valori u_1, u_2 e u_3 del potenziale elettrico ai nodi 1, 2 e 3 utilizzando l'analisi nodale modificata ($u_0 = 0$).

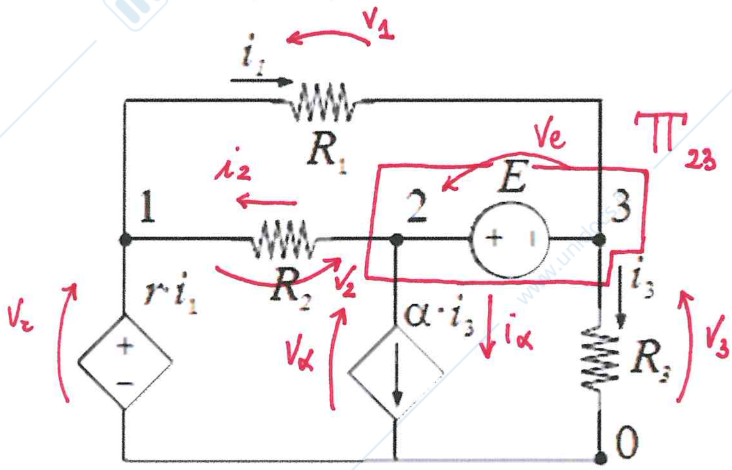


Figura 1

Il generatore di tensione controllato in corrente è un lato di tipo "K-0" e fissa il potenziale al nodo 1.

Il generatore E fissa la differenza di potenziale $u_2 - u_3$ e introduce il supernodo Π_{23} che comporterà una opportuna KCL.

$V_1 = u_1 - u_3 \qquad i_1 = (u_1 - u_3)/R_1$

$V_2 = u_2 - u_1 \qquad i_2 = (u_2 - u_1)/R_2$

$V_3 = u_3 \qquad i_3 = u_3/R_3$

$V_e = u_2 - u_3$

$V_\tau = u_1$

$V_\alpha = u_2 \qquad i_\alpha = \alpha \cdot \frac{u_3}{R_3}$

$$\Pi_{23}: \quad \frac{u_1 - u_3}{R_1} - \frac{u_2 - u_1}{R_2} - \frac{\alpha u_3}{R_3} - \frac{u_3}{R_3} = 0$$

$$\text{"}E\text{"}: \quad u_2 - u_3 = E \longrightarrow u_2 = E + u_3 = E + \frac{\tau - R_1}{\tau} u_1$$

$$\text{"}\tau i_1\text{"}: \quad u_1 = \tau \cdot \frac{u_1 - u_3}{R_1} \longrightarrow \tau u_3 = (-R_1 + \tau) u_1 \rightarrow u_3 = \frac{\tau - R_1}{\tau} u_1$$

$$u_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - u_3 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{\alpha}{R_3} + \frac{1}{R_3} \right) - \frac{1}{R_2} u_2 = \varnothing$$

$$u_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{\tau - R_1}{\tau} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{\alpha}{R_3} + \frac{1}{R_3} \right) u_1 - \frac{1}{R_2} \frac{\tau - R_1}{\tau} u_1 = \frac{E}{R_2}$$

$$u_1 \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} - \frac{\tau - R_1}{\tau} \frac{R_3 + (\alpha+1) R_1}{R_1 R_3} - \frac{\tau - R_1}{\tau R_2} \right) = \frac{E}{R_2}$$

$$u_1 \frac{\tau R_3 (R_1 + R_2) - (\tau - R_1) R_2 (R_3 + (\alpha+1) R_1) - (\tau - R_1) R_1 R_3}{\tau R_1 \cancel{R_2} R_3} = \frac{E}{\cancel{R_2}}$$

$$u_1 = \frac{\tau R_1 R_3 E}{\tau R_3 (R_1 + R_2) - (\tau - R_1)(R_3 + (\alpha+1) R_1) R_2 - (\tau - R_1) R_2 R_3}$$

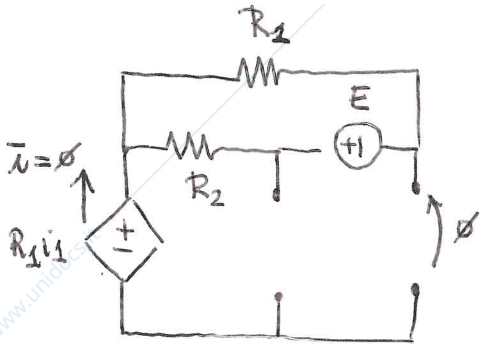
E1b

Per il circuito in Figura 1, quanto vale la potenza erogata dal generatore di tensione pilotato in corrente se $r = R_1$? Giustificare la risposta.

Se $r = R_1 \rightarrow v_3 = \frac{r - R_1}{r} v_1 = \varnothing \rightarrow i_3 = \varnothing$

Del resto se $r = R_1$ la KVL esterna $\varnothing \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow \varnothing$ diventa

$$\underset{R_1}{\underset{\shortparallel}{r}}\, i_1 - R_1 i_1 - V_3 = 0 \rightarrow V_3 = \varnothing$$



$$P_e^{ccvs} = i_e \cdot R_1 i_1 = \varnothing \cdot R_1 i_1 = \varnothing$$

E2a

In Figura 2, a sinistra è riportata la struttura interna di un 4-terminali Q che è schematizzato sulla destra della figura stessa. Sapendo che tale 4-terminali ammette la base di definizione mista (i_1, v_2, v_3), se ne determinino le equazioni costitutive.

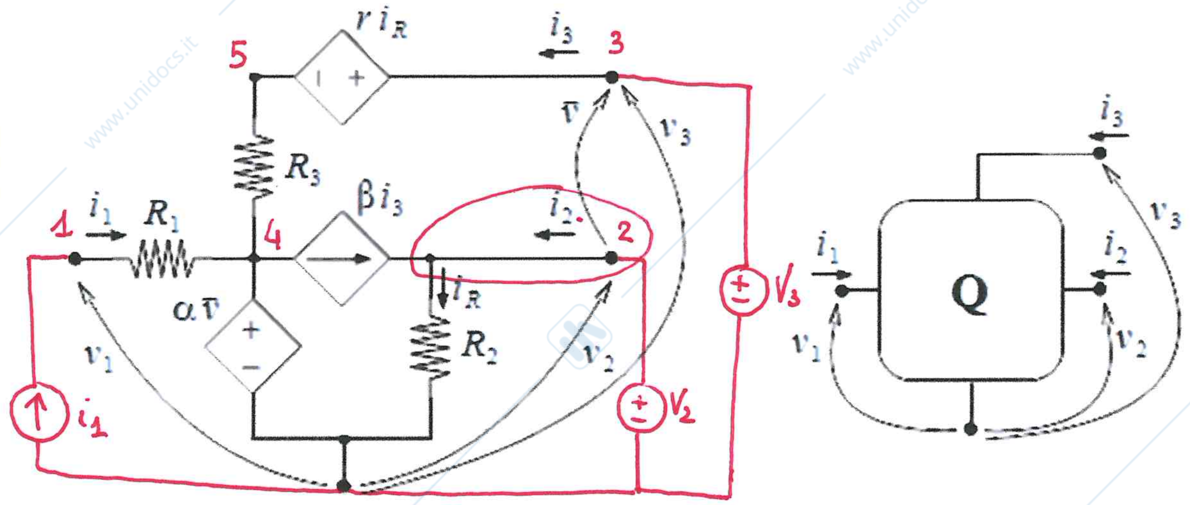


Figura 2

Dato che Q ammette base (i_1, V_2, V_3) devo ricavare come eq.^{ni} costitutive $V_1(i_1, V_2, V_3)$, $i_2(i_1, V_2, V_3)$ e $i_3(i_1, V_2, V_3)$.
Per farlo collego i generatori di controllo e ricavo in funzione di em

le eq^{ni} caratteristiche cercate.

$V_1 - R_1 i_1 - \alpha \overline{V} = 0$ con $\overline{V} = V_3 - V_2$ $\rightarrow$ $V_1 = R_1 i_1 + \alpha (V_3 - V_2) =$
(maglia $0 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 0$) $= V_1 (i_1, V_2, V_3)$

$i_R = \dfrac{V_2}{R_2}$ $\qquad \underbrace{i_2 + \beta i_3 = i_R}_{\text{KCL nodo "2"}} = \dfrac{V_2}{R_2}$

$\alpha \overline{V} + R_3 i_3 + z i_R - V_3 = 0$ $\qquad V_3 = \alpha (V_3 - V_2) + R_3 i_3 + z \dfrac{V_2}{R_2}$
(KVL $\emptyset \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow \emptyset$)

$$\begin{cases} i_2 + \beta i_3 = \dfrac{V_2}{R_2} \\ V_3 (1 - \alpha) = R_3 i_3 + \left(\dfrac{z}{R_2} - \alpha \right) V_2 \end{cases}$$

$$i_3 = \frac{1-\alpha}{R_3} V_3 + \left(\alpha - \frac{z}{R_2} \right) \frac{V_2}{R_3} \rightarrow i_3 (i_1, V_2, V_3)$$

$$i_2 = \left[\frac{1}{R_2} - \frac{\beta}{R_3} \left(\alpha - \frac{z}{R_2} \right) \right] V_2 - \frac{\beta (1-\alpha)}{R_3} V_3 \rightarrow i_2 (i_1, V_2, V_3)$$

E2b

Calcolare la potenza assorbita dal resistore *R* essendo Q il 4-terminali considerato al punto E2a.

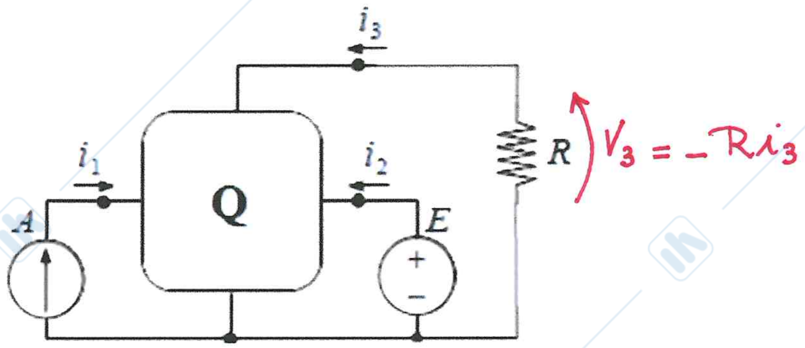


Figura 3

$$P_a^R = -V_3 i_3 = + \; R i_3^2$$

$$V_3(-i_3) = (-R i_3)(-i_3) = R i_3^2$$

$$i_3 = \frac{1-\alpha}{R_3}(-R i_3) - \left(\frac{z}{R_2} - \alpha\right)\frac{E}{R_3}$$

$$i_3\left(1 + \frac{1-\alpha}{R_3}R\right) = -\left(\frac{z}{R_2} - \alpha\right)\frac{E}{R_3} \qquad i_3 \frac{R_3 + (1-\alpha)R}{R_3} = -\frac{z-\alpha R_2}{R_2}\frac{E}{R_3}$$

$$i_3 = \frac{-(z-\alpha R_2)\cancel{R_3}}{(R_3 + (1-\alpha)R)R_2}\frac{E}{\cancel{R_3}}$$

$$P_a^R = R\left[\frac{(z-\alpha R_2)}{(R_3 + (1-\alpha)R)R_2}\right]^2 E^2$$