www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Valori efficaci

Nell'ingegneria dei sistemi elettrici di potenza è d'uso comune definire il fasore rappresentativo di una generica grandezza sinusoidale usando come modulo, al posto del valore massimo, il **valore efficace** della grandezza sinusoidale.

Il valore efficace (valore quadratico medio, o valore rms) di una grandezza periodica x(t) di periodo T è definito come

$$X_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t)dt}$$

Per una grandezza sinusoidale $x(t) = X_m \cos(\omega t + \phi)$

il valore efficace è quindi $$X_{eff} = \frac{X_m}{\sqrt{2}}$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Valori efficaci

Il **fasore** equivalente a x(t) **riferito al valore efficace** è quindi

$$\bar{x} = X_{eff} e^{\mathbb{j}\phi} = \frac{X_m}{\sqrt{2}} e^{\mathbb{j}\phi}$$

e per trasformare il fasore nel dominio del tempo è quindi necessario usare la relazione

$$x(t) = \mathrm{Re}\{\sqrt{2}\bar{x}e^{\mathbb{j}\omega t}\}$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Valori efficaci

Nelle abitazioni ad uso civile la rete di distribuzione dell'energia elettrica opera in regime sinusoidale alla **frequenza di 50Hz con una tensione nominale di circa 230V in valore efficace**.

L'andamento nel tempo della tensione nominale di esercizio è quindi

$$e(t) = E_m \cos(\omega t + \phi)$$

$$E_m = 230\sqrt{2} \approx 325\mathrm{V}$$

$$\omega = 2\pi 50 = 314\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$$

e la fase iniziale dipende dalla scelta dell'origine per la variabile temporale.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Valori efficaci

Se consideriamo quindi in un circuito che evolve in regime sinusoidale permanente i **fasori delle tensioni e delle correnti riferiti ai valori efficaci**, è immediato verificare che la potenza complessa, assorbita da un lato del grafo del circuito caratterizzato dalla tensione fasoriale e dalla corrente prese con la convenzione normale, è pari a

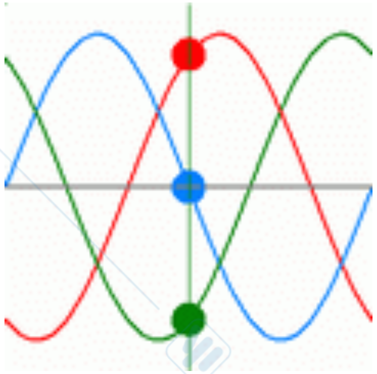
$$
\begin{aligned}
\hat{A} &= P + \mathrm{j}Q \\
&= \frac{V_m e^{\mathrm{j}\phi_V} I_m e^{-\mathrm{j}\phi_I}}{2} \\
&= \frac{V_m}{\sqrt{2}} e^{\mathrm{j}\phi_V} \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{-\mathrm{j}\phi_I} \\
&= V_{eff} e^{\mathrm{j}\phi_V} I_{eff} e^{-\mathrm{j}\phi_I} = \bar{v}\bar{i}^*
\end{aligned}
$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Tensioni trifase bilanciate

Un insieme di tensioni trifase bilanciate è **per definizione** costituito da **tre tensioni sinusoidali** alla **medesima pulsazione**, con il **medesimo valore efficace** ma **sfasate tra loro di 120°** ovvero di 2p/3 radianti.



$$
\begin{aligned}
v_a(t) &= V_0 \cos\left(\omega t + \phi_0\right) \\
v_b(t) &= V_0 \cos\left(\omega t + \phi_0 - \tfrac{2}{3}\pi\right) \\
v_c(t) &= V_0 \cos\left(\omega t + \phi_0 - \tfrac{4}{3}\pi\right)
\end{aligned}
$$

Sequenza abc o sequenza positiva: $v_a(t)$ anticipa $v_b(t)$ di 2p/3 e analogamente $v_b(t)$ nei confronti di $v_c(t)$.

$$
\begin{aligned}
v_a(t) &= V_0 \cos\left(\omega t + \phi_0\right) \\
v_c(t) &= V_0 \cos\left(\omega t + \phi_0 - \tfrac{2}{3}\pi\right) \\
v_b(t) &= V_0 \cos\left(\omega t + \phi_0 - \tfrac{4}{3}\pi\right)
\end{aligned}
$$

Sequenza acb o sequenza negativa: $v_a(t)$ anticipa $v_c(t)$ di 2p/3 e analogamente $v_c(t)$ nei confronti di $v_b(t)$.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Tensioni trifase bilanciate

Tanto la sequenza positiva quanto quella negativa godono della proprietà $v_a(t) + v_b(t) + v_c(t) = 0$

$$
\begin{aligned}
\bar{v}_a + \bar{v}_b + \bar{v}_c &= V_p\left(1 + e^{-\mathrm{j}\frac{2}{3}\pi} + e^{-\mathrm{j}\frac{4}{3}\pi}\right) \\
&= V_p\left(1 + e^{-\mathrm{j}\frac{2}{3}\pi} + e^{\mathrm{j}(2\pi - \frac{4}{3}\pi)}\right) \\
&= V_p\left(1 + e^{-\mathrm{j}\frac{2}{3}\pi} + e^{\mathrm{j}\frac{2}{3}\pi}\right) \rightarrow \\
&= V_p\left(1 + 2\cos\left(\tfrac{2}{3}\pi\right)\right) \\
&= V_p\left(1 + 2\left(-\tfrac{1}{2}\right)\right) \\
&= 0
\end{aligned}
$$

$e^{-J\frac{2}{3}\pi} = \cos\left(\frac{2}{3}\pi\right) - \cancel{J \operatorname{sen}}\left(\frac{2}{3}\pi\right)$

$e^{J\frac{2}{3}\pi} = \cos\left(\frac{2}{3}\pi\right) + \cancel{J \operatorname{sen}}\left(\frac{2}{3}\pi\right)$

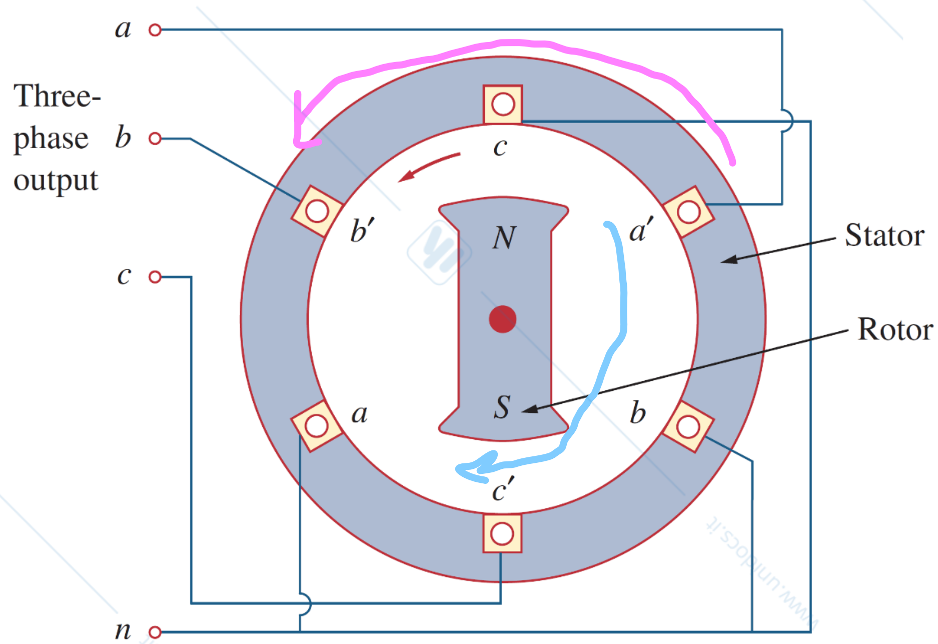
$(V_p = V_0/\sqrt{2})$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Tensioni trifase bilanciate

Le due sequenze vengono tipicamente prodotte da un generatore di tensione trifase (alternatore) che è sostanzialmente costituito da un magnete rotante (rotore) circondato da un sistema di avvolgimenti fisso (statore).

- Nello statore sono presenti **tre avvolgimenti separati**, i cui terminali a-a', b-b' e c-c' sono **spaziati di 120°** lungo la circonferenza.
- Quando il rotore ruota attorno ad un asse ortogonale ``alla slide'', il suo campo magnetico produce un flusso tempo-variante nei tre avvolgimentie quindi una tensione indotta ai morsetti.
- La **sequenza positiva** viene generata quando il rotore gira in **senso orario. Viceversa si genera le sequenza negativa.**

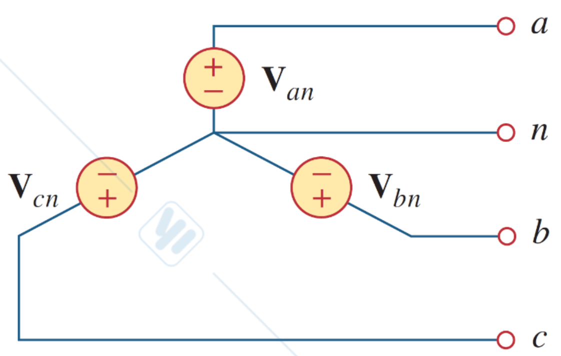


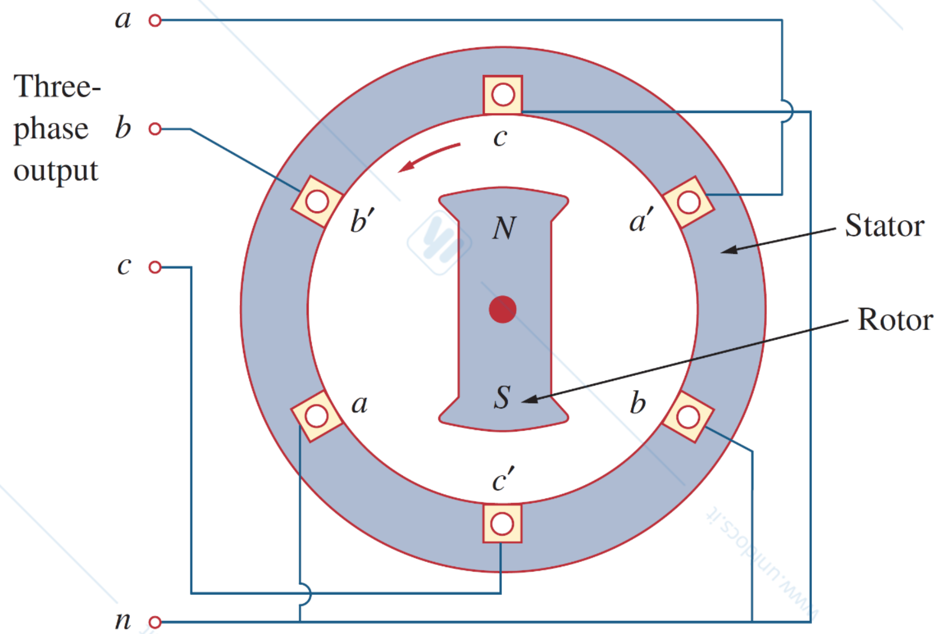
www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Tensioni trifase bilanciate

La connessione dei morsetti a', b' e c' in un unico **morsetto comune n** (detto **neutro**), genera la connessione detta a **stella** (o a "**Y**") dei tre generatori



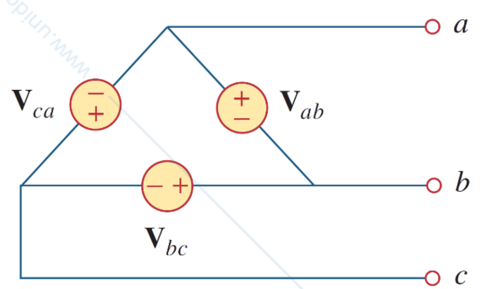


www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Tensioni trifase bilanciate

Alternativamente alla connessione a stella, è possibile ottenere la connessione detta a **triangolo** (o a "D"). Si ricavano facilmente le formule di passaggio dalle tensioni della stella alle **tensioni del triangolo** (o tensioni linea-linea o più semplicemente **tensioni di linea**).



$$\begin{aligned}\bar{v}_{ab} &= \bar{v}_{an} - \bar{v}_{bn} \\ &= V_p\left(1 - e^{-\mathrm{j}\frac{2}{3}\pi}\right) \\ &= V_p\left(1 + \frac{1}{2} + \mathrm{j}\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ &= \sqrt{3}V_p e^{\mathrm{j}\frac{\pi}{6}} \\ &= \sqrt{3}e^{\mathrm{j}\frac{\pi}{6}}\bar{v}_{an}\end{aligned}$$

$$= V_p\left(\frac{3}{2} + \mathrm{j}\frac{\sqrt{3}}{2}\right) =$$

$$= \sqrt{3}V_p\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \mathrm{j}\frac{1}{2}\right)$$

$\theta = \frac{\pi}{6}$

Analogamente si ottiene:

$$\bar{v}_{bc} = \sqrt{3}e^{\mathrm{j}\frac{\pi}{6}}\bar{v}_{bn}$$

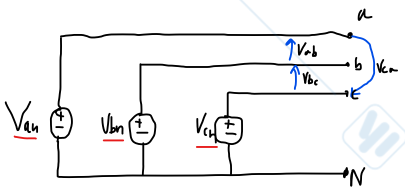
$$\bar{v}_{ca} = \sqrt{3}e^{\mathrm{j}\frac{\pi}{6}}\bar{v}_{cn}$$

Quindi le tensioni di linea sono scalate di un fattore $\sqrt{3}$ in modulo e ciascuna è in anticipo di 30° rispetto alla corrispondente tensione di fase.

La somma delle tensioni di linea è nulla istante per istante come accade per quelle di fase.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

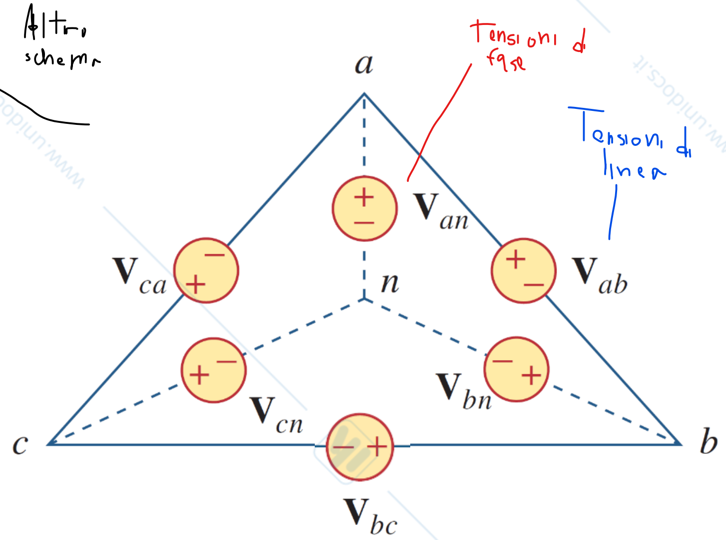
www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari



Tensioni trifase bilanciate

Si possono definire anche le formule per il passaggio dalla configurazione a triangolo a quella a stella ipotizzando la sequenza positiva o negativa per le tensioni di triangolo, ovvero

Altro schema



$$\begin{aligned} v_{ab}(t) &= V_0 \cos(\omega t + \phi_0) \\ v_{bc}(t) &= V_0 \cos\left(\omega t + \phi_0 - \tfrac{2}{3}\pi\right) \\ v_{ca}(t) &= V_0 \cos\left(\omega t + \phi_0 - \tfrac{4}{3}\pi\right) \end{aligned}$$

sequenza positiva

$$\begin{aligned} v_{ab}(t) &= V_0 \cos(\omega t + \phi_0) \\ v_{ca}(t) &= V_0 \cos\left(\omega t + \phi_0 - \tfrac{2}{3}\pi\right) \\ v_{bc}(t) &= V_0 \cos\left(\omega t + \phi_0 - \tfrac{4}{3}\pi\right) \end{aligned}$$

sequenza negativa

Le tensioni rispetto al centro stella sono scalate di un fattore $1/\sqrt{3}$ in modulo e ciascuna è in ritardo di 30° rispetto alla corrispondente tensione a triangolo.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

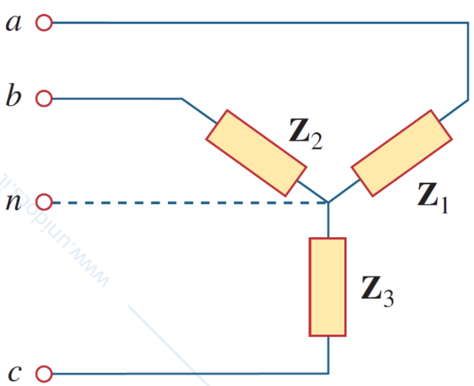
Carico trifase bilanciato

Dato che il sistema trifase è considerato per i nostri scopi in **regime sinusoidale permanente** (trascuriamo quindi le dinamiche transitorie) i carichi saranno modellati come delle **impedenze**.

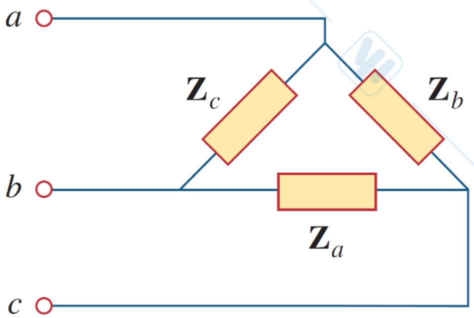
Il carico si dice **bilanciato** se le **impedenze** di fase hanno tutte lo stesso modulo e lo stesso argomento (cioè sono **uguali in campo complesso**).

Come accade per i generatori, anche i carichi di un sistema trifase possono essere collegati a stella o a triangolo.

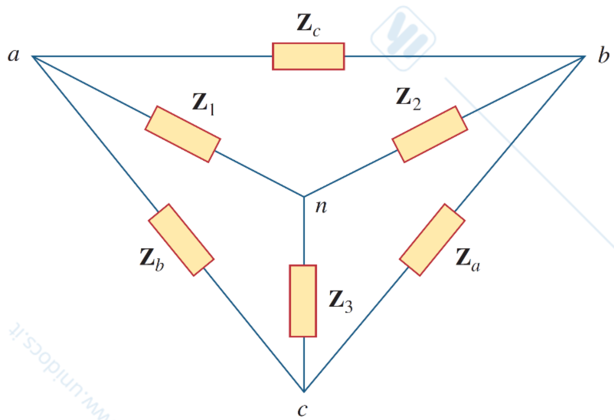
$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_Y$$



(a)



$$Z_a = Z_b = Z_c = Z_\Delta$$



$$Z_\Delta = 3Z_Y$$

$$Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3}$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

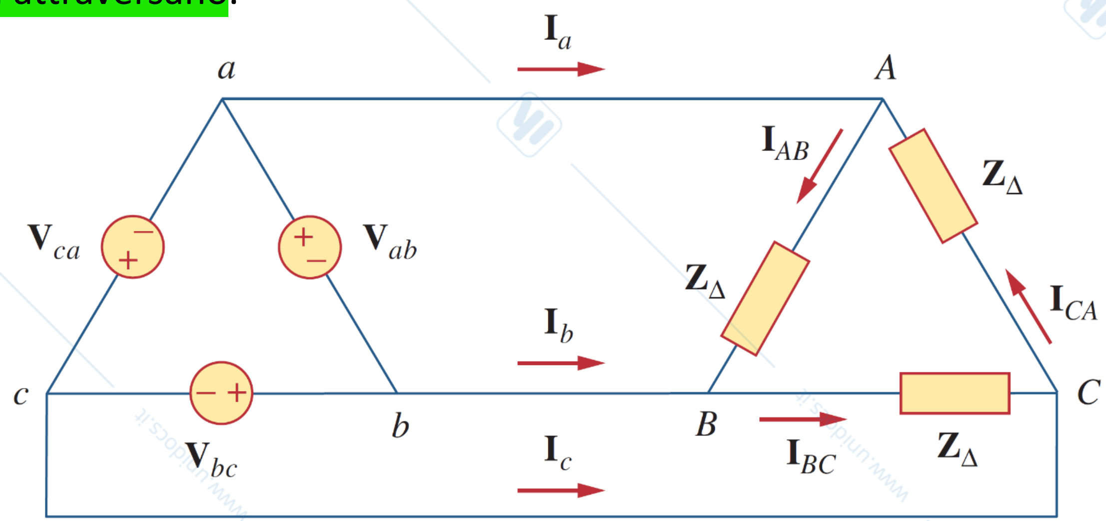
Schemi di connessione generatore - carico

Lo schema generale di un **circuito trifase** è costituito da **un generatore trifase** e da **un carico trifase** collegati insieme per mezzo di tre conduttori; questi costituiscono la **linea trifase**.

Le tensioni tra i conduttori della linea si dicono **tensioni di linea** o tensioni concatenate.

Si chiamano **correnti di linea** le correnti che scorrono nella linea trifase.

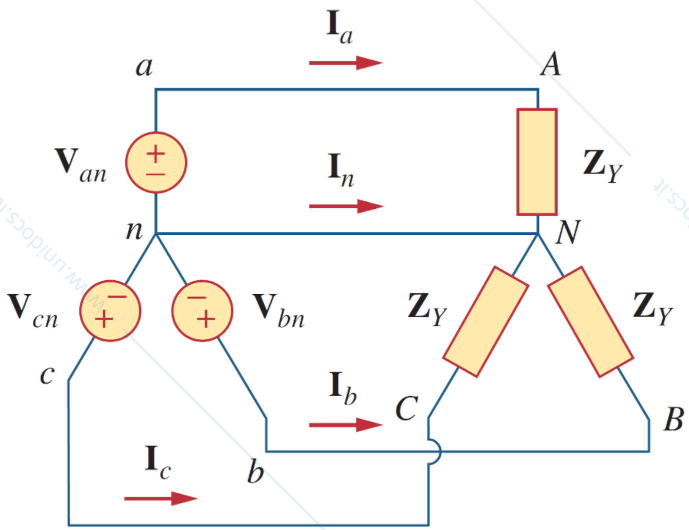
Si chiamano invece **tensioni di fase** e **correnti di fase** le tensioni ai capi dei singoli bipoli che costituiscono il carico (o il generatore) e le correnti che li attraversano.

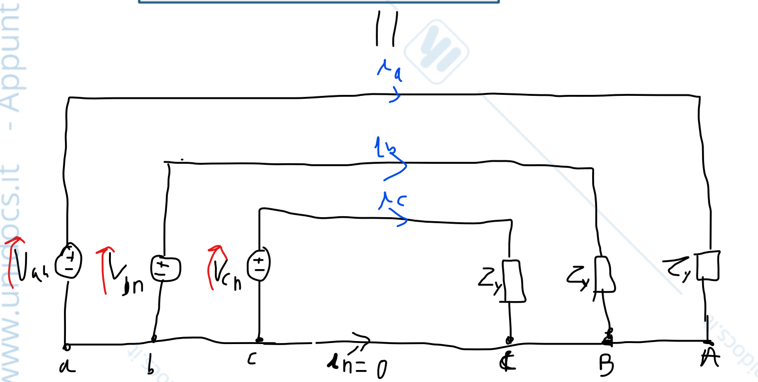


www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Collegamento Y-Y bilanciato





Le correnti di linea corrispondono in questa configurazione alle correnti di fase.

$$\bar{\imath}_k = \frac{\bar{v}_{kn}}{Z_Y}$$

$$k \in \{\text{“}a\text{“}, \text{“}b\text{“}, \text{“}c\text{“}\}$$

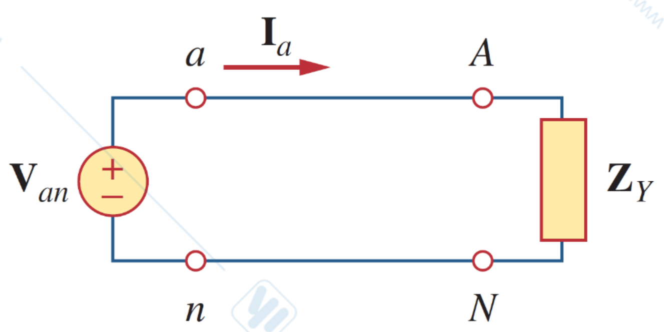
$$\bar{\imath}_n = -(\bar{\imath}_a + \bar{\imath}_b + \bar{\imath}_c) = -\frac{\bar{v}_{an}+\bar{v}_{bn}+\bar{v}_{cn}}{Z_Y} = -\frac{0}{Z_Y} = 0$$

Ciò significa che se assumiamo la presenza di un'impedenza del collegamento tra neutro e neutro la caduta di tensione ai suoi capi sarà anch'essa nulla.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Collegamento Y-Y bilanciato

I sistemi stella-stella bilanciati possono essere analizzati anche utilizzando quello che si definisce **circuito equivalente monofase**. Viene cioè eseguita un'analisi ''per fasi''



$$\bar{\imath}_a = \frac{\bar{v}_{an}}{Z_Y}$$

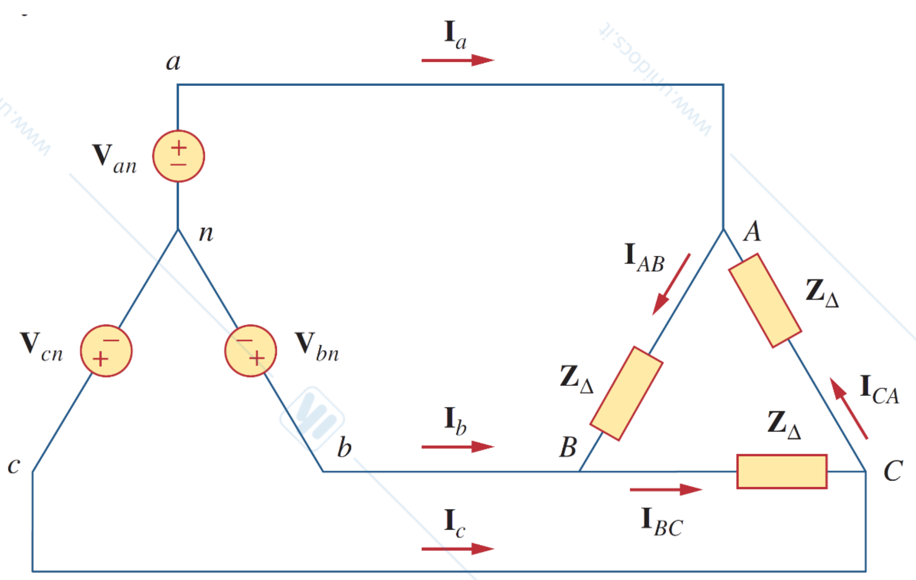
Dalla $\bar{\imath}_a$ e la sequenza delle fasi, è possibile ricavare le correnti di fase mancanti.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Collegamento Y-D bilanciato

È lo schema di uso più frequente nella pratica dei sistemi trifase.
Non vi è in questo caso alcun collegamento neutro tra il generatore e il carico.



Ipotizzando la **sequenza positiva delle tensioni di fase del generatore**, le tensioni di linea sono scalate di un fattore $\sqrt{3}$ in modulo e ciascuna è in anticipo di 30° rispetto alla corrispondente tensione di fase del generatore (è la trasformazione tra tensioni di fase e di linea introdotta precedentemente).

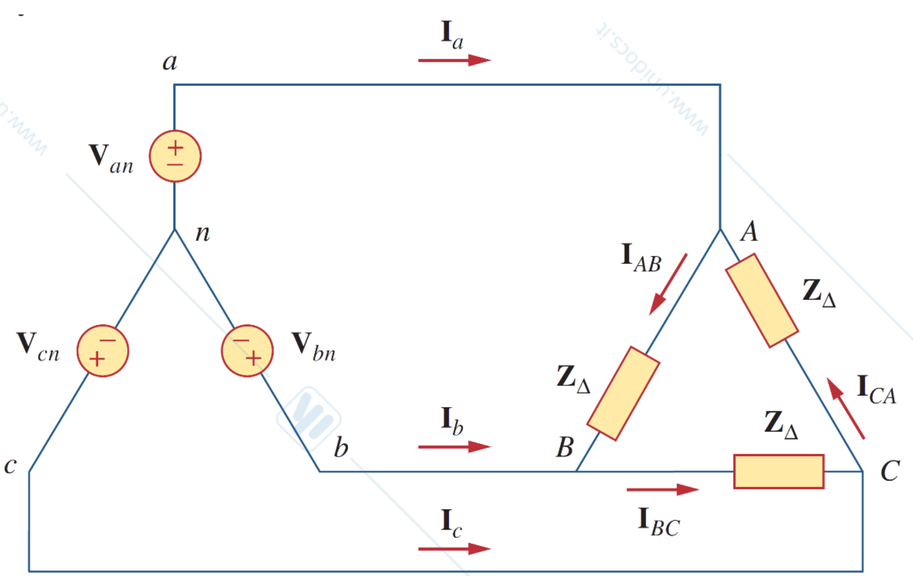
$$\bar{\imath}_{AB} = \frac{\bar{v}_{ab}}{z_\Delta} = \frac{\bar{v}_{AB}}{z_\Delta}$$
$$\bar{\imath}_{BC} = \frac{\bar{v}_{bc}}{z_\Delta} = \frac{\bar{v}_{BC}}{z_\Delta}$$
$$\bar{\imath}_{CA} = \frac{\bar{v}_{ca}}{z_\Delta} = \frac{\bar{v}_{CA}}{z_\Delta}$$

$$\bar{\imath}_a = \bar{\imath}_{AB} - \bar{\imath}_{CA}$$
$$\bar{\imath}_b = \bar{\imath}_{BC} - \bar{\imath}_{AB}$$
$$\bar{\imath}_c = \bar{\imath}_{CA} - \bar{\imath}_{BC}$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Collegamento Y-D bilanciato



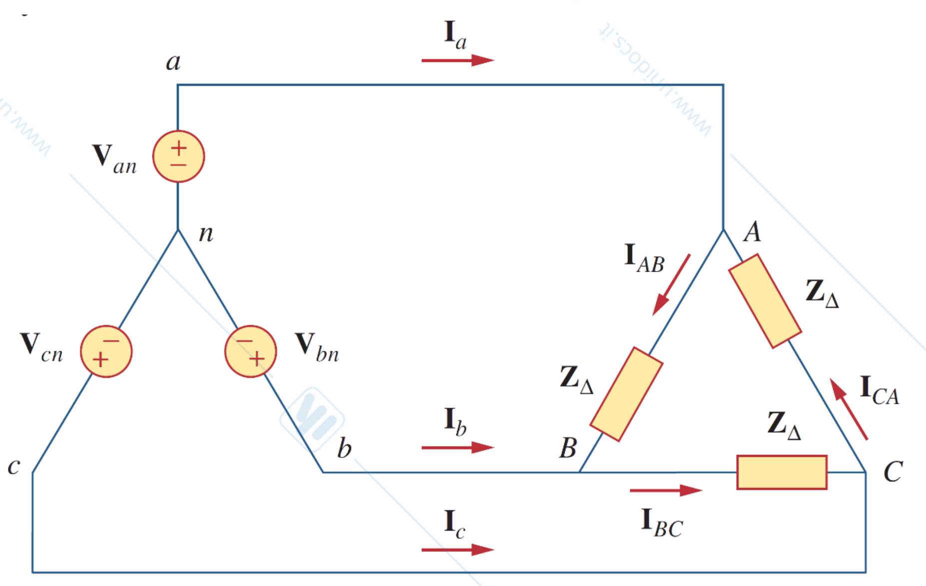
$$\bar{\imath}_{CA} = \frac{\bar{v}_{CA}}{z_\Delta} = \frac{\sqrt{3}e^{\mathrm{j}\frac{\pi}{6}}\bar{v}_{cn}}{z_\Delta} = \frac{\overbrace{\sqrt{3}e^{\mathrm{j}\frac{\pi}{6}}\bar{v}_{an}}^{\bar{v}_{AB}}\, e^{-\mathrm{j}\frac{4}{3}\pi}}{z_\Delta} = \bar{\imath}_{AB}e^{-\mathrm{j}\frac{4}{3}\pi}$$

$$\begin{aligned}
\bar{\imath}_a &= \bar{\imath}_{AB} - \bar{\imath}_{CA} \\
&= \bar{\imath}_{AB}\left(1 - e^{-\mathrm{j}\frac{4}{3}\pi}\right) \\
&= \bar{\imath}_{AB}\left(1 + \frac{1}{2} - \mathrm{j}\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\
&= \bar{\imath}_{AB}\sqrt{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\mathrm{j}}{2}\right) \\
&= \bar{\imath}_{AB}\sqrt{3}e^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{6}\pi}
\end{aligned}$$

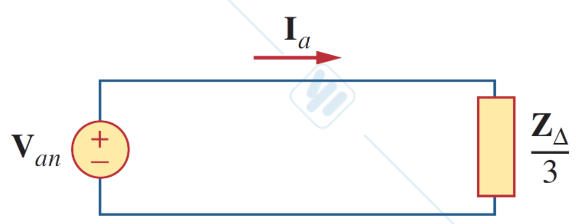
$$\bar{\imath}_b = \bar{\imath}_{BC}\sqrt{3}e^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{6}}$$
$$\bar{\imath}_c = \bar{\imath}_{CA}\sqrt{3}e^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{6}}$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Collegamento Y-D bilanciato



Alternativamente, operando una trasformazione triangolo-stella del carico, è possibile ridurre il circuito ad una connessione di tipo Y-Y e introdurre l'equivalente monofase

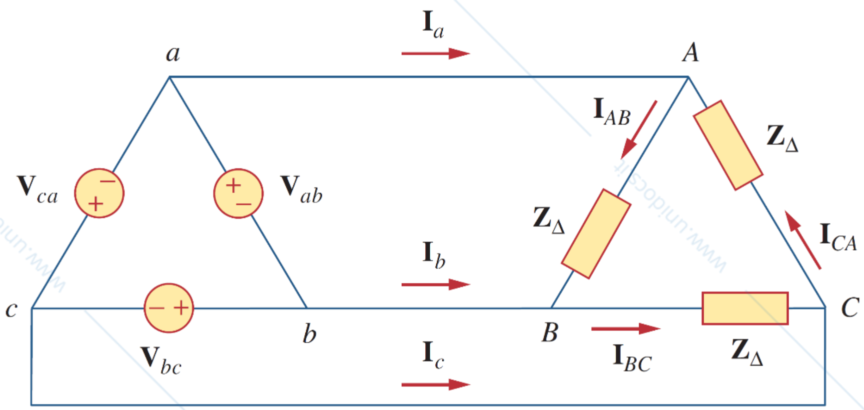


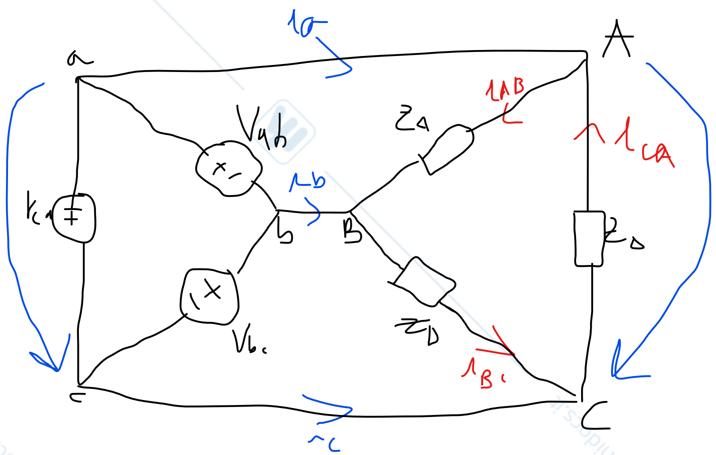
Da questo circuito si possono ricavare solo le correnti di linea e le correnti di fase si deducono dalle relazioni ottenute.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Collegamento D-D bilanciato





Le tensioni di linea coincidono con le tensioni di fase quindi le correnti di fase sono

$$\bar{\imath}_{AB} = \frac{\bar{v}_{ab}}{Z_\Delta} = \frac{\bar{v}_{AB}}{Z_\Delta}$$
$$\bar{\imath}_{BC} = \frac{\bar{v}_{bc}}{Z_\Delta} = \frac{\bar{v}_{BC}}{Z_\Delta}$$
$$\bar{\imath}_{CA} = \frac{\bar{v}_{ca}}{Z_\Delta} = \frac{\bar{v}_{CA}}{Z_\Delta}$$

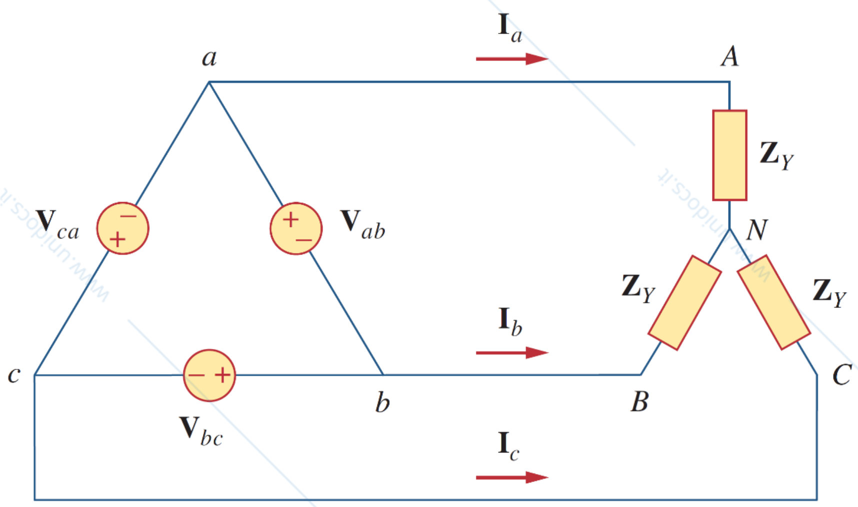
Le correnti di linea si ottengono come nel caso di connessione Y-D.

$$\bar{\imath}_a = \bar{\imath}_{AB}\sqrt{3}e^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{6}}$$
$$\bar{\imath}_b = \bar{\imath}_{BC}\sqrt{3}e^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{6}}$$
$$\bar{\imath}_c = \bar{\imath}_{CA}\sqrt{3}e^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{6}}$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

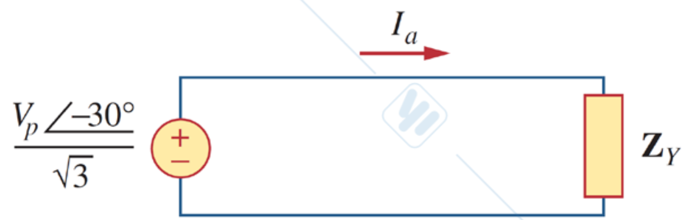
www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Collegamento D-Y bilanciato



Assumendo la sequenza positiva per le tensioni della configurazione a triangolo si ricava

$$\bar{v}_{an} = \frac{\bar{v}_{ab}}{\sqrt{3}} e^{-\mathbb{j}\frac{\pi}{6}} = \frac{\bar{v}_{AB}}{\sqrt{3}} e^{-\mathbb{j}\frac{\pi}{6}}$$



$$\bar{\imath}_a = \frac{\frac{\bar{v}_{AB}}{\sqrt{3}} e^{-\mathbb{j}\frac{\pi}{6}}}{Z_Y}$$

In questa configurazione le tensioni di linea coincidono con le tensioni di triangolo del generatore.

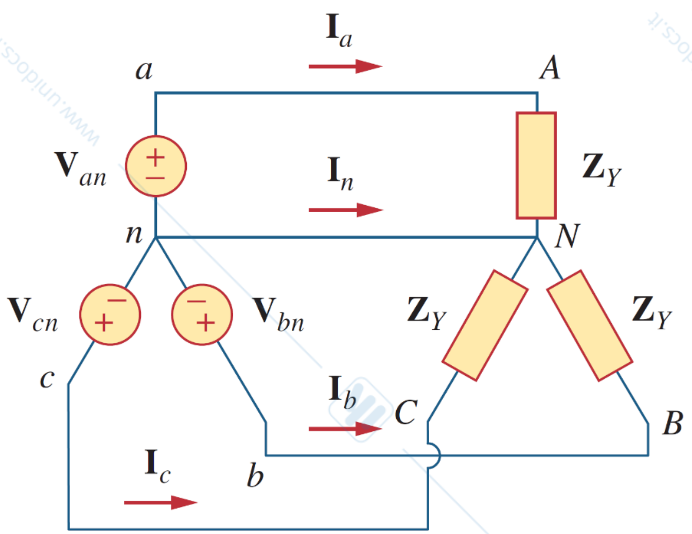
Per ottenere le correnti di linea è possibile operare in diversi modi. Una possibilità è ricavare la configurazione a stella del generatore trifase e quivalente al triangolo presente e riportarsi quindi ad uno schema di tipo Y-Y.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Potenza nei sistemi trifase

Consideriamo adesso il calcolo delle potenze in un circuito trifase bilanciato e simmetrico. La potenza istantanea assorbita dal carico trifase, supponendolo collegato a Y, si scrive nel dominio del tempo a partire dalle tensioni di fase, per le quali assumiamo la sequenza positiva.



$$v_{AN} = \sqrt{2}V_p \cos(\omega t)$$

$$v_{BN} = \sqrt{2}V_p \cos\left(\omega t - \tfrac{2}{3}\pi\right)$$

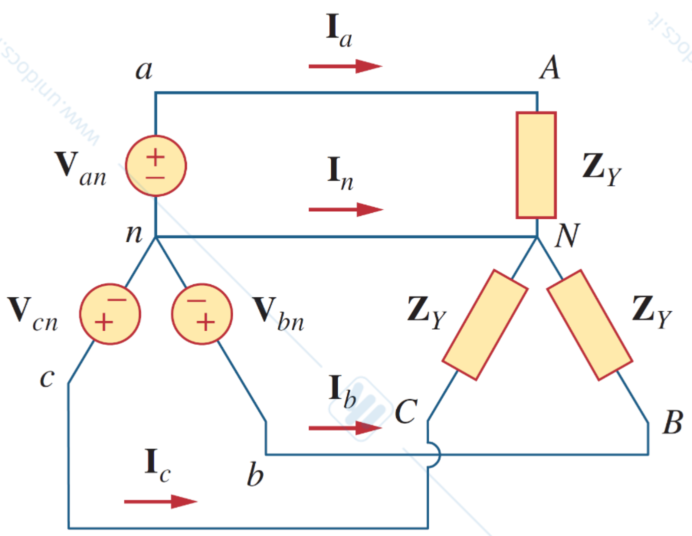
$$v_{CN} = \sqrt{2}V_p \cos\left(\omega t - \tfrac{4}{3}\pi\right)$$

(il fattore $\sqrt{2}$ è necessario dato che V_p è riferito al valore efficace delle tensioni)

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Potenza nei sistemi trifase



Assumendo un'impedenza di carico

$$Z_Y = |Z_Y| e^{\mathrm{j}\arg(Z_Y)} = Z e^{\mathrm{j}\theta}$$

le correnti di fase si possono scrivere come

$$i_a = \sqrt{2} \overbrace{I_p}^{V_P/|Z_Y|} \cos(\omega t - \theta)$$

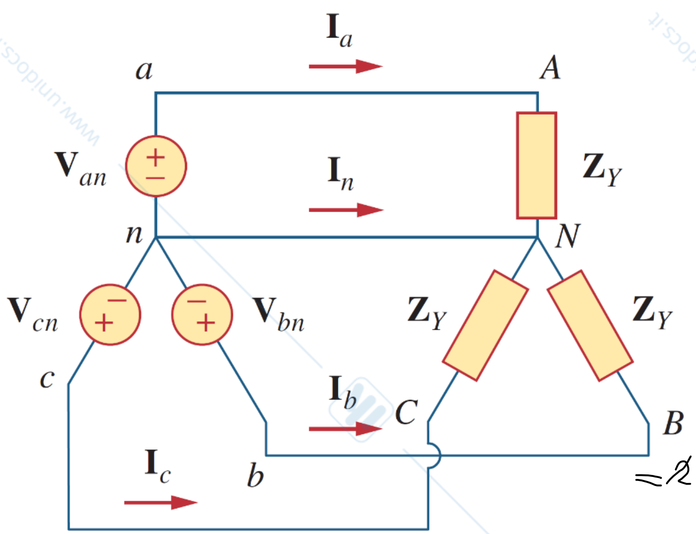
$$i_b = \sqrt{2} I_p \cos\left(\omega t - \theta - \tfrac{2}{3}\pi\right)$$

$$i_c = \sqrt{2} I_p \cos\left(\omega t - \theta - \tfrac{4}{3}\pi\right)$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Potenza nei sistemi trifase



La potenza istantanea totale nel carico è la somma delle potenze istantanee nelle tre fasi, cioè,

$$p_a^{Z_Y}(t) = v_{AN}(t)i_a(t) + v_{BN}(t)i_b(t) + v_{CN}(t)i_c(t) =$$

$$2V_pI_p\left[\cos(\omega t)\cos(\omega t-\theta)+\right.$$

$$\cos\left(\omega t-\tfrac{2}{3}\pi\right)\cos\left(\omega t-\tfrac{2}{3}\pi-\theta\right)+$$

$$\left.\cos\left(\omega t-\tfrac{4}{3}\pi\right)\cos\left(\omega t-\tfrac{4}{3}\pi-\theta\right)\right] =$$

$$= 2V_pI_p\frac{1}{2}\left[\cos(2\omega t-\theta)+\cos(\theta)+\cos\left(2\omega t-\tfrac{4}{3}\pi-\theta\right)+\cos(\theta)+\cos\left(2\omega t-\tfrac{8}{3}\pi-\theta\right)+\cos(\theta)\right] =$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Potenza nei sistemi trifase

Usando l'identità trigonometrica $\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\right]$ si ottiene

$$p_a^{Z_Y} = V_p I_p\left[3\cos\theta + \cos\left(2\omega t-\theta\right) + \cos\left(2\omega t-\theta-\tfrac{4}{3}\pi\right) + \cos\left(2\omega t-\theta-\tfrac{8}{3}\pi\right)\right] =$$

$$V_p I_p\left[3\cos\theta + \cos\gamma + \cos\gamma\cos\left(\tfrac{4}{3}\pi\right) + \sin\gamma\sin\left(\tfrac{4}{3}\pi\right) + \cos\gamma\cos\left(\tfrac{2}{3}\pi\right) + \sin\gamma\sin\left(\tfrac{2}{3}\pi\right)\right] =$$

$$V_p I_p\left[3\cos\theta + \cos\gamma + 2\cos\gamma\cos\left(\tfrac{4}{3}\pi\right) + \sin\gamma\sin\left(\tfrac{4}{3}\pi\right) - \sin\gamma\sin\left(\tfrac{4}{3}\pi\right)\right] =$$

$$V_p I_p\left[3\cos\theta + \cos\gamma + 2\left(-\tfrac{1}{2}\right)\cos\gamma\right] = \underline{3V_p I_p\cos\theta}$$

dove $\gamma = 2\omega t - \theta$.

La potenza istantanea totale in un sistema trifase bilanciato è quindi costante, non varia nel tempo come fanno invece le potenze istantanee delle singole fasi.

Questo risultato è valido anche per un carico a triangolo e costituisce un'importante ragione per utilizzare un sistema trifase per generare e distribuire la potenza elettrica.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Potenza nei sistemi trifase

Poichè la potenza istantanea complessiva è indipendente dal tempo, la potenza media assorbita per fase per il carico a stella o a triangolo è

$$\frac{p_a^{Z_Y}}{3} = \frac{p_a^{Z_\Delta}}{3} = V_p I_p \cos\theta$$

La potenza attiva per fase è dunque pari a

$$P_p = V_p I_p \cos\theta$$

e quella reattiva è pari

$$Q_p = V_p I_p \sin\theta$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Potenza nei sistemi trifase

Data la relazione tra tensione e corrente di fase e tensione e corrente di linea nella schema di connessione Y-Y, possiamo anche scrivere

$$P_p = 3\frac{V_l}{\sqrt{3}} I_l \cos\theta = \sqrt{3} V_l I_l \cos\theta$$

analogamente

$$Q_p = \sqrt{3} V_l I_l \sin\theta$$

La potenza complessa assorbita per fase è pari a

$$\hat{A}_p = P_p + \mathbb{j} Q_p$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Potenza nei sistemi trifase

Il fatto che la potenza istantanea assorbita dal carico trifase sia costante non implica che la potenza attiva istantanea e reattiva istantanea, calcolate per il singolo bibolo del carico siano nulle istante per istante.

Non possiamo affermare cioè che la componente pulsante della potenza istantanea assorbita dal singolo bipolo di carico sia nulla.

Bensì, dato che il carico è bilanciato e le tensioni impresse dal generatore di fase sono bilanciate, i contributi pulsanti di potenza attiva e reattiva istantanea non solo hanno valore medio nullo sul periodo per ciascuno bipolo del carico, ma si bilanciano istante per istante.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari