082742 – Elettrotecnica (E-O)

Prof. F. Bizzarri

Esame, 11 Febbraio 2016

Cognome ______________________ **Nome** ______________________

Matricola ______________________ **Firma** ______________________

AVVERTENZE

- La prova dura **3 ore**
- I punteggi massimi per ogni quesito sono indicati nella tabella sottostante; un punteggio complessivo inferiore a **16 punti** invalida la prova.

Quesito o Esercizio	E1 2.0 punti	E2a 3.0 punti	E2b 4.0 punti	E2c 2.0 punto	E3a 5.0 punti	E3b 3.0 punto	E4a 5.0 punto	E4b 4.0 punto
Voto								

Voto Finale

Riportare i risultati e i passaggi salienti nel riquadro relativo ad ogni esercizio

E1

Enunciare e discutere la legge di Ampere-Maxwell.

Vedere dispense paragraf 8.3.

E2a

Dato il circuito in Figura 1, si assuma $\alpha \neq 0$ e si determini l'equazione di stato che ne regola la dinamica.

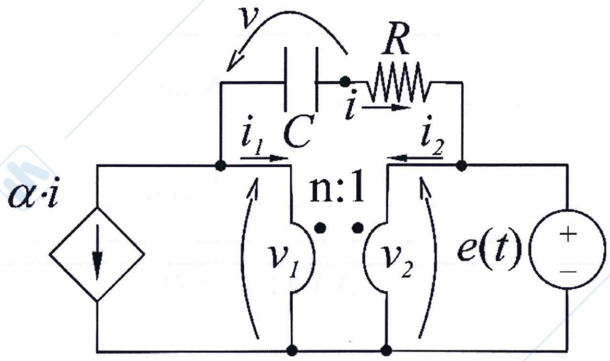

Figura 1

$$\begin{cases} V_1 - V - Ri - e(t) = 0 \\ V_1 = nV_2 = ne(t) \\ i = C \dfrac{dV}{dt} \end{cases}$$

$$RC \frac{dV}{dt} = ne(t) - e(t) - V$$

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{RC} V + \frac{n-1}{RC} e(t)$$

E2b

Il generatore indipendente di tensione in Figura 1 imprime ai suoi capi una tensione pari a $e(t) = E_0 + E_1 u(t-2)$. Il circuito (con $\alpha \neq 0$) evolve in regime stazionario per $t = 2^-$. Si determinino $v(2^-)$ e $v(t)$ per $t > 2$.

in $t = 2^-$ regime stazionario quindi $i = C\frac{dV}{dt}\Big|_{t=2^-} = 0$

$$\frac{d}{dt}V\Big|_{t=2^-} = -\frac{1}{RC}V(2^-) + \frac{(\mu-1)E_0}{RC}$$

$V(2^-) = (\mu-1)E_0$

$V(2^+) = V(2^-)$ xchè $V(t)$ è una variabile di stato ed è quindi più continua degli ingressi.

$$V(t)_{i.p.} = H \qquad \frac{dH}{dt} = 0 = -\frac{1}{RC}H + \frac{\mu-1}{RC}(E_0 + E_1)$$

$H = (\mu-1)(E_0+E_1)$

$$V(t) = k e^{\lambda(t-2)} + H = k e^{-\frac{(t-2)}{RC}} + (\mu-1)(E_0+E_1)$$

$V(2) = k + (\mu-1)(E_0+E_1) = (\mu-1)E_0 \qquad k = -(\mu-1)E_1$

$$V(t)\Big|_{t>2} = (1-\mu)E_1 e^{-\frac{t-2}{RC}} + (\mu-1)(E_0+E_1)$$

E2c

Per il circuito in Figura 1, si determini la potenza assorbita dal generatore di corrente controllato in corrente ($\alpha \neq 0$) per $t = 2^-$ e per $t > 2$.

$$p(t)_{ass} = \alpha i \cdot v_1 = \alpha i \, n \, e(t)$$

$$t = 2^- \longrightarrow i = \frac{C dv}{dt} = 0 \longrightarrow p(t)_{ass} = \alpha \cdot \emptyset \cdot E_0 n = \emptyset$$

$$t > 2 \longrightarrow i = C \frac{dv}{dt} = -\frac{(1-n)E_1}{R\cancel{C}} \cdot \cancel{C} \, e^{-\frac{(t-2)}{RC}}$$

$$p_{ass}(t)\Big|_{t>2} = \alpha (E_0 + E_1) n \frac{(n-1)E_1}{R} e^{-\frac{(t-2)}{RC}}$$

E3a

Il circuito in Figura 2 evolve in regime sinusoidale con $e(t) = E\sin(\omega t)$. L'amplificatore operazionale è ideale e lavora in condizioni di massa virtuale. Si determini la corrente $i(t)$.

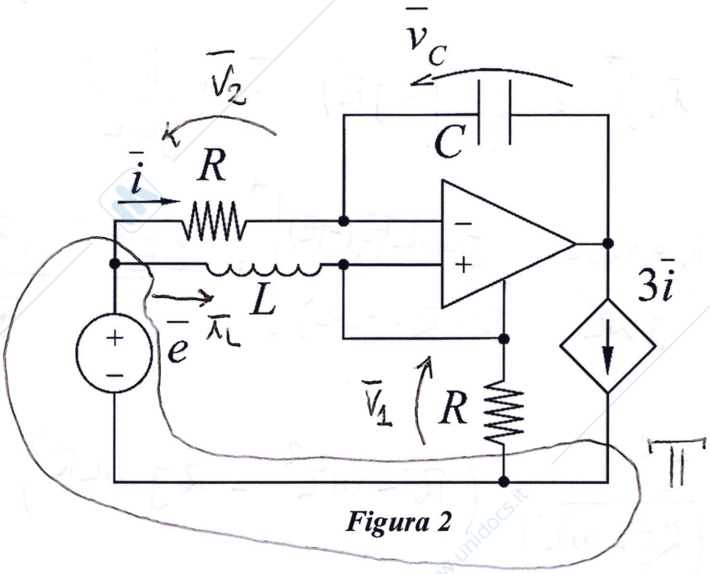

Figura 2

$$\bar{e} = -jE \qquad \bar{i} = \frac{-jE - \bar{V}_1}{R} = \frac{\bar{V}_2}{R} \qquad \bar{V}_1 = -jE - R\bar{i}$$

$$\bar{i}_L = \frac{\bar{V}_2}{j\omega L}$$

$$KCL_{\Pi}: \quad \bar{i} + \frac{R\bar{i}}{j\omega L} = 3\bar{i} + \frac{\bar{V}_1}{R}$$

$$\bar{i}\left(1 - 3 + \frac{R}{j\omega L} + 1\right) = -j\frac{E}{R}$$

$$\bar{i}\left(\frac{R}{j\omega L} - 1\right) = \frac{R - j\omega L}{j\omega L}\,\bar{i} = -j\frac{E}{R}$$

$$\bar{i} = \frac{-j^2 E\omega L}{R(R - j\omega L)} = \frac{E\omega L}{R(R - j\omega L)} = \frac{E\omega L}{R}\,\frac{R + j\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$i(t) = \mathrm{Re}\{\bar{i}\,e^{j\omega t}\} = \frac{E\omega L}{R(R^2 + \omega^2 L^2)}\left(R\cos\omega t - \omega L\sin\omega t\right)$$

E3b

Per il circuito in Figura 2, nelle stesse ipotesi del punto E3a, si determini il valore di ω tale che il generatore indipendente di tensione eroghi solo potenza reattiva.

$$\hat{P}^{er}_{\bar{e}} = \frac{1}{2}\bar{e}\left(\bar{\imath} + \bar{\imath}_L\right)^* = \frac{1}{2}(-jE)\left(\bar{\imath} + \frac{R}{j\omega L}\bar{\imath}\right)^* =$$

$$= \frac{1}{2}(-jE)\left[\frac{R+j\omega L}{\cancel{j\omega L}}\;\frac{\cancel{j\omega L}(-jE)}{R(R-j\omega L)}\right]^* = \frac{1}{2}\frac{E^2}{R}\left(\frac{(R+j\omega L)^2}{R^2+\omega^2L^2}\right)^* =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{E^2}{R(R^2+\omega^2L^2)}\left(R^2-\omega^2L^2-2j\omega LR\right)$$

$$\hat{P}^{er}_{\bar{e}} = P^{er}_{\bar{e}} + jQ^{er}_{\bar{e}} \quad \text{e} \quad P^{er}_{\bar{e}} = 0 \iff R^2-\omega^2L^2 = 0$$

ovvero $\omega = \dfrac{R}{L}$

E4a

Per il doppio-bipolo in Figura 3 (assumendo $\alpha > 1$) si determinino i parametri della rappresentazione ibrida $\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_1 \\ A_2 \end{bmatrix}$.

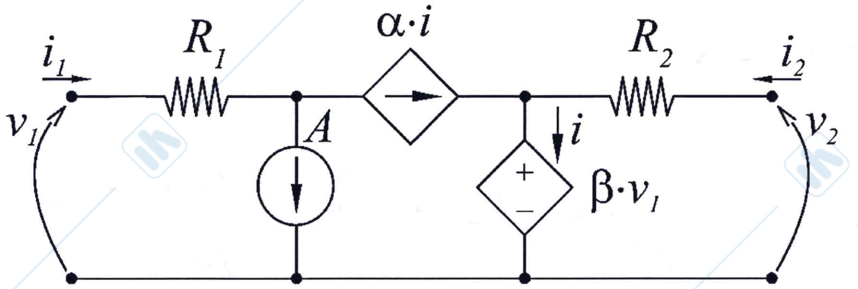

Figura 3

$$i_1 = \alpha i + A \qquad i = (i_1 - A)/\alpha$$

$$\alpha i = i - i_2 \qquad i = \frac{i_2}{1-\alpha}$$

$$i_2 = (1-\alpha)\frac{i_1 - A}{\alpha} = \underbrace{\frac{1-\alpha}{\alpha}}_{h_{21}} i_1 + \underbrace{\frac{\alpha-1}{\alpha} A}_{A_2} \qquad h_{22} = \varnothing$$

$$\beta v_1 + R_2 i_2 - v_2 = 0$$

$$v_1 = \frac{1}{\beta}\left[\left(R_2 \frac{1-\alpha}{\alpha} i_1 + R_2 \frac{\alpha-1}{\alpha} A\right) + v_2\right]$$

$$v_1 = \underbrace{\frac{R_2}{\alpha\beta}(1-\alpha)}_{h_{11}} i_1 + \underbrace{\frac{v_2}{\beta}}_{h_{12}} + \underbrace{\frac{\alpha-1}{\alpha\beta} A R_2}_{E_1}$$

E4b

Cortocircuitando la porta "2" del doppio-bipolo in Figura 3, si determini la massima potenza istantanea erogabile dal bipolo composito risultante. $(\beta > 0)$

se $V_2 = 0 \longrightarrow$

$$V_1 = \frac{\alpha - 1}{\alpha\beta} R_2 i_1 + \frac{R_2 (1-\alpha) A}{\alpha\beta} =$$

$$= h_{11} i_1 + E_1$$

$$P_{er} = -V_1 \cdot i_1 = -(h_{11} i_1 + E_1) i_1 = -h_{11} i_1^2 - E_1 i_1$$

$$\frac{d}{di_1} P_{er} = -2h_{11} i_1 - E_1 = 0 \iff i_1 = -\frac{E_1}{2h_{11}} =$$

$$= -\frac{\frac{R_2(1-\alpha)}{\alpha\beta} A}{2\,\frac{\alpha-1}{\alpha\beta} R_2} = \frac{A}{2}$$

$$\frac{d^2}{di_1^2} P_{er} = -2h_{11} < 0$$

$$P_{er}\left(\frac{A}{2}\right) = \max_{i_1} P_{er} = -\left(h_{11} \frac{A}{2} + E_1\right) \frac{A}{2} =$$

$$= -\frac{\alpha-1}{\alpha\beta} R_2 \left(\frac{A}{2} - A\right) \frac{A}{2} = \frac{\alpha-1}{\alpha\beta} R_2 \frac{A^2}{4} > 0$$