La terza eq^{ne} di Maxwell

$$\oint_L \bar{E}\cdot d\bar{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \bar{B}\cdot\hat{u}_n\, dS$$

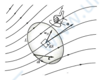
L : "bordo" di S

un campo magnetico dipendente dal tempo comporta l'esistenza di un campo elettrico, tale che la circuitazione del campo elettrico lungo un percorso chiuso arbitrario è uguale ed opposta alla derivata rispetto al tempo del flusso magnetico attraverso una superficie avente per contorno quel percorso.

Per calcolare $\int_S \bar{B}\cdot\bar{u}_n\, ds = \Phi_S(\bar{B})$

è necessario "orientare" S

Scegliamo di orientare S come $\bar{B}$



Per calcolare $\oint_L \bar{E}\cdot d\bar{l}$ dobbiamo decidere come orientare L

Scegliamo la regola della mano dx in accordo con $\hat{u}_n$

Notiamo che, nonostante l'enunciato dato, ciò che conta per avere $\oint_L \bar{E}\cdot d\bar{l} \neq 0$ è $\frac{d}{dt}\Phi_S(\bar{B}) \neq 0$ e ciò si potrebbe avere anche con $\bar{B}$ costante ma S "mobile"

Il punto chiave, però, è che se S è fissa

$$\frac{d}{dt}\int_S \bar{B}\cdot\hat{u}_n\, dS \equiv \int_S \frac{d}{dt}\bar{B}(t)\cdot\hat{u}_n\, ds$$

se S è una S(t) è tutto molto più complesso!

$$\oint_L \bar{E}\cdot d\bar{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \bar{B}\cdot\hat{u}_n\, ds = -\int_S\left(\frac{\partial}{\partial t}\bar{B} - \bar{\nabla}\times(\bar{v}\times\bar{B}) + \bar{v}\,\bar{\nabla}\cdot\bar{B}\right)\hat{u}_n ds$$

ma $\bar{\nabla}\cdot\bar{B} = 0$ $\qquad \oint_L \bar{E}\cdot d\bar{l} = -\int_S \frac{\partial}{\partial t}\bar{B}\,\bar{u}_n\, ds + \oint_L(\bar{v}\times\bar{B})\, d\bar{l}$

Affrontiamo per ora il caso S fissa

$$-\oint_L \bar{E}\cdot d\bar{l} = \int_S \frac{d}{dt}\bar{B}(t)\cdot\hat{u}_n\, ds$$

- cosa accade se L non è una linea "immaginaria" ma L è il contorno di un circuito?

Spira di materiale conduttore reale che quindi ha una sua resistenza R

$-\oint \bar{E}\cdot d\bar{l}$ è la tensione, cioè il lavoro x unità di carica necessario per muovere una carica lungo tutto il percorso chiuso

$-\oint \bar{E}\cdot d\bar{l}$ è una f.e.m (Forza Elettromotrice)

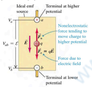
Electromotive Force

In an electric circuit there must be a device somewhere in the loop that acts like the water pump in a water fountain (**Fig. 25.12**). In this device a charge travels "uphill," from lower to higher potential energy, even though the electrostatic force is trying to push it from higher to lower potential energy. The direction of current in such a device is from lower to higher potential, just the opposite of what happens in an ordinary conductor.

The influence that makes current flow from lower to higher potential is called **electromotive force** (abbreviated **emf** and pronounced "ee-em-eff"), and a circuit device that provides emf is called a **source of emf.** Note that "electromotive force" is a poor term because emf is *not* a force but an energy-per-unit-charge quantity, like potential. The SI unit of emf is the same as that for potential, the volt (1 V = 1 J/C). A typical flashlight battery has an emf of 1.5 V; this means that the battery does 1.5 J of work on every coulomb of charge that passes through it. We'll use the symbol $\mathcal{E}$ (a script capital E) for emf.

Every complete circuit with a steady current must include a source of emf.

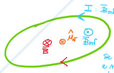
25.13 Schematic diagram of a source of emf in an "open-circuit" situation. The electric-field force $\vec{F}_e = q\vec{E}$ and the nonelectrostatic force $\vec{F}_n$ are shown for a positive charge q.



Sappiamo che nella nostra spira $-\oint \bar{E}\cdot d\bar{l} = RI$ (legge di ohm)

$$I = \frac{d}{dt}\Phi_S(\bar{B}(t)) / R$$

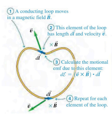
Come circola I? Per considerazioni di carattere energetico, I deve scorrere in modo da contrastare $\frac{d}{dt}\Phi_S(\bar{B})$



I : $\bar{B}_{ind}$ che si oppone alle variazioni di $\Phi_S(\bar{B}(t))$

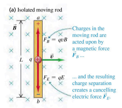
Se $R \to 0$ allora $I \to \infty$ e si crea una $\bar{B}_{ind}$ di intensità elevatissima che blocca istantaneamente $\frac{d}{dt}\Phi_S(\bar{B}(t))$

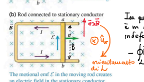
Vediamo cosa accade se S è mobile e B è costante



Si può verificare che la f.e.m. in questo caso si calcola agevolmente come

$$f.e.m. = \oint_L (\bar{v}\times\bar{B})\cdot d\bar{l}$$





The motional emf $\mathcal{E}$ in the moving rod creates an electric field in the stationary conductor.

In questo caso la barretta ab è in moto e la U è fissa ed indeformabile.

$$-\oint_L \bar{E}\cdot d\bar{l} \triangleq f.e.m = -\int_{a\to b}(\bar{v}\times\bar{B})\cdot d\bar{l} = +vB\ell$$

Anche in questo caso la f.e.m. genera una I che si oppone alle variazioni del flusso e quindi circola come in figura

Notiamo che $-\int(\bar{v}\times\bar{B})\cdot d\bar{l} = vB\ell$ e $\frac{d}{dt}\Phi_S(B) = \frac{d}{dt}(B\cdot\ell\cdot vt) = B\ell v$

Ricapitolando:

$$-\oint_L \bar{E}\cdot d\bar{l} = \frac{d}{dt}\int_S \bar{B}\cdot\hat{u}_n\, ds$$

vale sempre sia con S fissa che con S mobile. Nel secondo caso, però, non è semplice portare fuori la $\frac{d}{dt}$

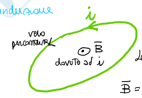
$\bar{B}(t)$ e S fissa

$$-\oint_L \bar{E}\cdot d\bar{l} = \int_S \frac{d}{dt}\bar{B}(t)\cdot\hat{u}_n\, ds$$

$\bar{B}$ costante e S variabile

$$-\oint_L \bar{E}\cdot d\bar{l} = -\oint_L(\bar{v}\times\bar{B})\cdot d\bar{l}$$

Auto induzione



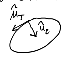
i corrente costante

Legge di Ampere Laplace

$$\bar{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}I\oint_L \frac{\hat{u}_T\times\hat{u}_r}{r^2}\, d\bar{l}$$

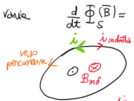
$$\Phi_S(\bar{B}) = \int_S\left[\frac{\mu_0}{4\pi}I\oint_L \frac{\hat{u}_T\times\hat{u}_r}{r^2}\, d\bar{l}\right]\hat{u}_n ds$$

nota $\hat{u}_T\times\hat{u}_r$ all'interno della spira è diretto come $\hat{u}_n$

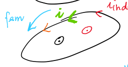


$$\Phi_S(\bar{B}) = \underbrace{\left[\qquad\qquad\right]}_{\text{autoinduttanza } L>0} I$$

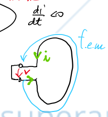
se i varia $\qquad \frac{d}{dt}\Phi_S(\bar{B}) = L\frac{di}{dt}$



$\frac{di}{dt} > 0$



$\frac{di}{dt} < 0$



$$-\oint \bar{E}\cdot d\bar{l} = L\frac{d}{dt}i(t)$$

$$V = L\frac{di}{dt}$$