ELETTROTECNICA

Docenti: Bizzarri, Codecasa, Gruosso, Maffezzoni

Scuola di Ingegneria Industriale e dell'Informazione

Appello d'esame, 4 Luglio 2017

Cognome .... **Nome** ....

Matricola .... **Firma** ....

AVVERTENZE

- Compilare il frontespizio del foglio della prova con i propri dati anagrafici. Gli esercizi vanno svolti su di un foglio a quadretti di bella copia su cui va indicato il proprio nome e cognome e numero di matricola.
- **Nota Bene: Vanno svolti E1, E2 ed uno a scelta tra E3 o E4**
- I punteggi massimi per ogni esercizio sono indicati nella tabella sottostante.
- Il foglio della prova ed il foglio di bella copia vanno consegnati unitamente.

E1 10 punti	**E2** 10 punti	**E3** 10 punti	**E4** 10 punti

Valutazione

ESERCIZI: RIPORTARE I PASSAGGI FONDAMENTALI ED I RISULTATI SUL FOGLIO DI BELLA COPIA

E1

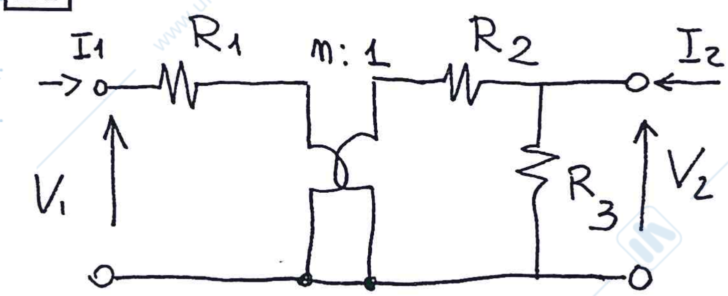


FIG. 1

Del doppio bipolo in Fig. 1, si determini la rappresentazione mediante la matrice [**R**]. Si colleghino poi, come in Fig. 2, il resistore $R_4 = 20\ \Omega$ e il generatore $E = 10$V. Assumendo $R_1 = 5\,\Omega$, $R_2 = 10\,\Omega$ e $R_3 = 20\,\Omega$, si determini il valore di n che massimizza la potenza assorbita dal bipolo composito $\mathcal{B}$.

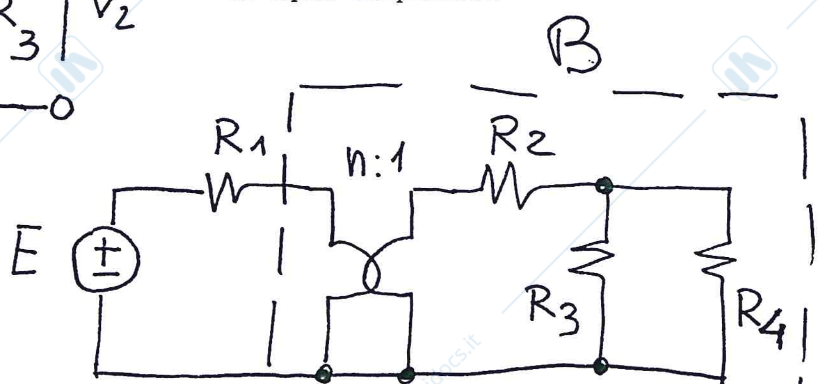


FIG. 2

E2

Il circuito in Fig. 3 evolve a regime per $t = 0^-$ e in $t = 0$ l'interruttore ideale cambia posizione connettendo il generatore costante A_1 in parallelo al generatore costante A_0. Nell'ipotesi $\alpha n + 1 > 0$, si determinino:

- L'equazione differenziale che governa la dinamica del circuito
- La tensione sul condensatore $v_c(t)$ per $t \geq 0$
- La corrente $i_2(t)$ in $t = 0^-$ e per $t > 0$

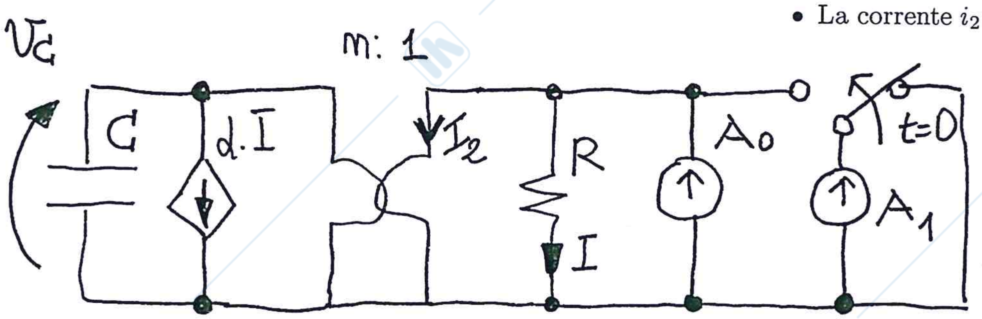


Fig. 3

E3

Il circuito in Fig. 4 opera in regime sinusoidale. Si determini:

- La funzione di rete $\mathbf{H}(j\omega) = \frac{\bar{V}_0}{\bar{E}}$ mantenedo i valori simbolici.

Quindi, si assuma $R = 3\,\mathrm{k}\Omega$, $R_s = 10\,\Omega$ $R_F = 1\,\mathrm{k}\Omega$, $L = 10$ mH, $e(t) = 2 \cdot 10^{-3}\cos(10^3 t)$ V e si determinino:

- la tensione $v_0(t)$
- la potenza attiva erogata dal generatore

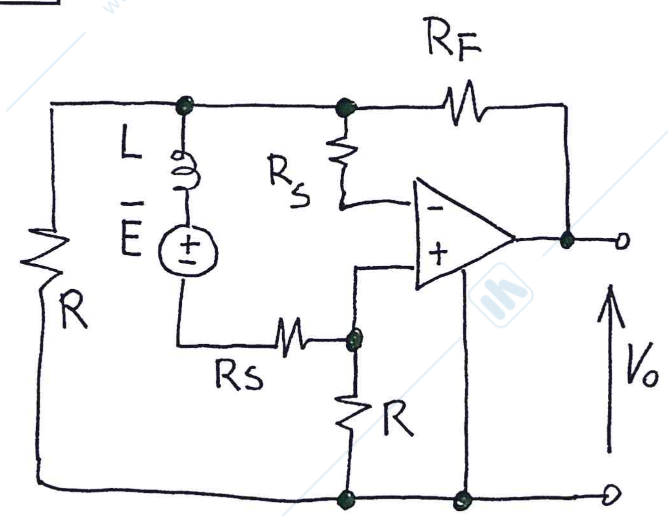


Fig. 4

E4

Il circuito in Fig. 5 opera in regime sinusoidale. Si determinino:

- la corrente $i_1(t)$
- la potenza complessa erogata dal generatore di corrente

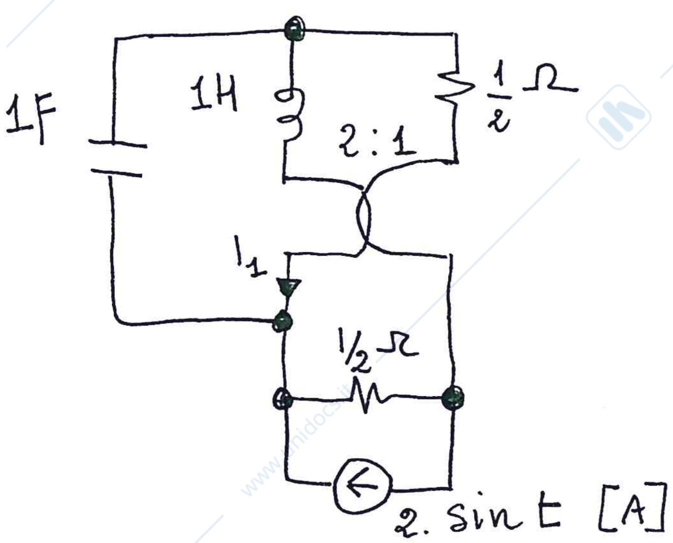


Fig. 5

E1

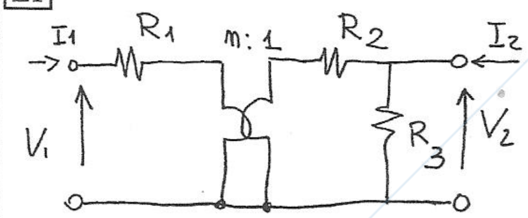


Fig. 1

Del doppio bipolo in Fig. 1, si determini la rappresentazione mediante la matrice [**R**]. Si colleghino poi, come in Fig. 2, il resistore $R_4 = 20\ \Omega$ e il generatore $E = 10$V. Assumendo $R_1 = 5\,\Omega$, $R_2 = 10\,\Omega$ e $R_3 = 20\,\Omega$, si determini il valore di n che massimizza la potenza assorbita dal bipolo composito $\mathcal{B}$.

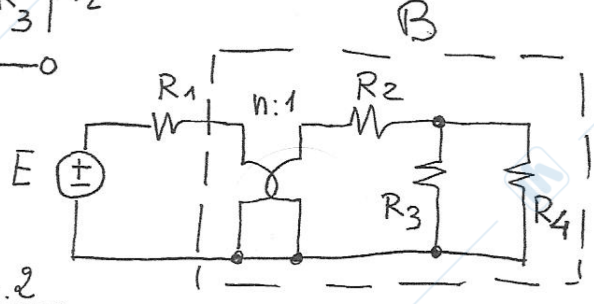
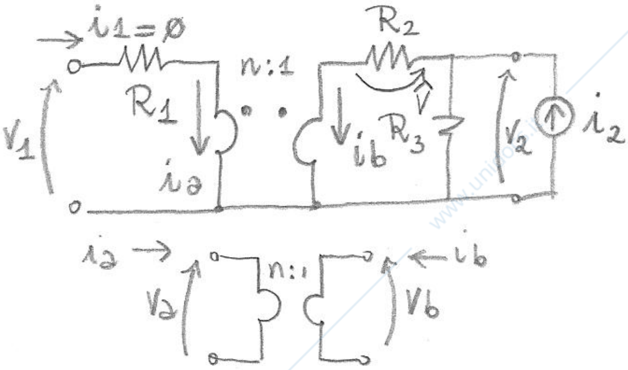


Fig. 2

Prove semplici:

1) $i_1 = 0$, $i_2 \neq 0$



$i_a = i_1 = 0$

$i_b = -n i_a = 0$

$\hat{V} = R_2 i_b = 0$

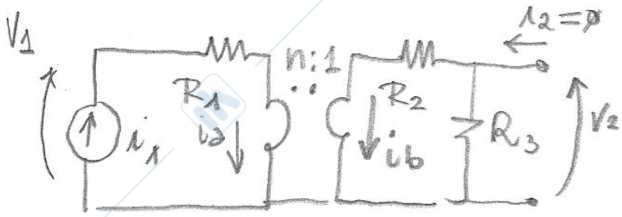
quindi $V_2 = R_3 i_2$

e $V_b = V_2$

$V_1 = R_1 i_1 + n V_b =$

$= n R_3 i_2$

2) $i_1 \neq 0$, $i_2 = 0$



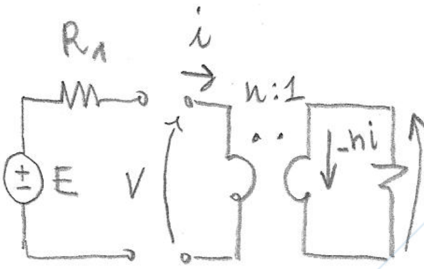
$V_b = -(R_2+R_3) i_b = n(R_2+R_3) i_a = n(R_2+R_3) i_1$

$V_1 - R_1 i_1 - n V_b = V_1 - R_1 i_1 - n^2(R_2+R_3) i_1 = 0$

$V_1 = [R_1 + n^2(R_2+R_3)] i_1$

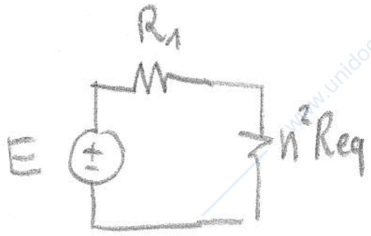
$V_2 = -R_3 i_b = -R_3(-n i_a) = n R_3 i_1$

$$R = \begin{bmatrix} R_1 + n^2(R_2+R_3) & nR_3 \\ nR_3 & R_3 \end{bmatrix}$$



$R_{eq} = R_2 + R_3 // R_4 = (10 + 20//20)[\Omega] = 20\,\Omega$

$\frac{V}{n} = -R_{eq}(-ni) = n R_{eq}\, i \qquad V = n^2 R_{eq}\, i$



P_a^B è massima se $R_1 = n^2 R_{eq}$ $\quad n = \sqrt{\frac{R_1}{R_{eq}}} = \sqrt{\frac{5}{20}} = \frac{1}{2}$

(Massimo trasferimento di potenza in DC)

E2

Il circuito in Fig. 3 evolve a regime per $t = 0^-$ e in $t = 0$ l'interruttore ideale cambia posizione connettendo il generatore costante A_1 in parallelo al generatore costante A_0. Nell'ipotesi $\alpha n + 1 > 0$, si determinino:

- L'equazione differenziale che governa la dinamica del circuito
- La tensione sul condensatore $v_c(t)$ per $t \geq 0$
- La corrente $i_2(t)$ in $t = 0^-$ e per $t > 0$

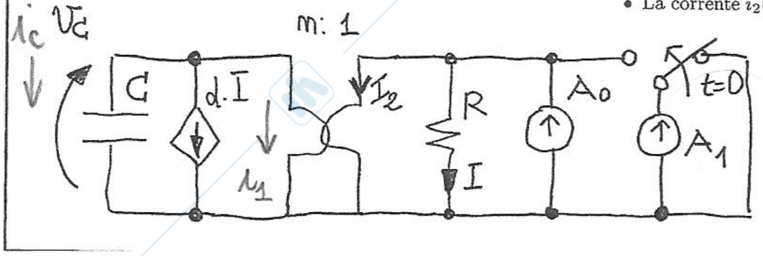


FIG. 3

$t = 0^-$ $\quad i_c(0^-) = 0 \quad i_1(0^-) = -\alpha I(0^-) \qquad i_2(0^-) = A_0 - I(0^-)$

$$I(0^-) = -\frac{i_1(0^-)}{\alpha} \qquad i_2(0^-) = A_0 + \frac{i_1(0^-)}{\alpha} = A_0 - \frac{i_2(0^-)}{n\alpha}$$

$$i_2(0^-)\left(1 + \frac{1}{n\alpha}\right) = A_0 \qquad i_2(0^-) = \frac{n\alpha A_0}{1+n\alpha}$$

$$V_c(0^-) = nRI(0^-) = nR\left(A_0 - i_2(0^-)\right) = nR\,\frac{(1+\cancel{n\alpha}-\cancel{n\alpha})A_0}{1+n\alpha} = \frac{nRA_0}{1+n\alpha}$$

in $t=0$ l'interruttore modifica l'ingresso del circuito da A_0 ad A_0+A_1. Ingresso è quindi discontinuo di 0 ma limitato. $V_c(t)$ è variabile di stato ($\nexists$ relazioni algebriche tra V_c e gli ingressi)

V non varia in $t=0$ perchè l'interruttore cambia solo gli ingressi.

Quindi: $V_c(0^-) = V_c(0^+)$

$t > 0$
$$C\frac{dV_c}{dt} + \alpha I + i_1 = C\frac{dV_c}{dt} + \alpha \underbrace{\frac{V_c}{Rn}}_{I} - \frac{1}{n}\overbrace{\left(A_0 + A_1 - \frac{V_c}{nR}\right)}^{i_2} = 0$$

$$\frac{dV_c}{dt} = \frac{1}{C}\left[-\frac{\alpha n+1}{n^2R}V_c + \frac{A_0+A_1}{n}\right] \qquad \lambda = -\frac{\overbrace{\alpha n+1}^{\text{positivo x hp.}}}{n^2RC} < 0$$

$$V_c(t) = k e^{\lambda t} + H \qquad H = \frac{nR}{\alpha n+1}(A_0+A_1)$$

$$V_c(0) = k + H \rightarrow k = -\frac{nRA_1}{\alpha n+1}$$

$V_{c_{ip}} = H =$ costante xchè $A_0 + A_1 =$ costante

$$i_2(t) = A_0 + A_1 - \frac{V_c(t)}{nR}$$

E3

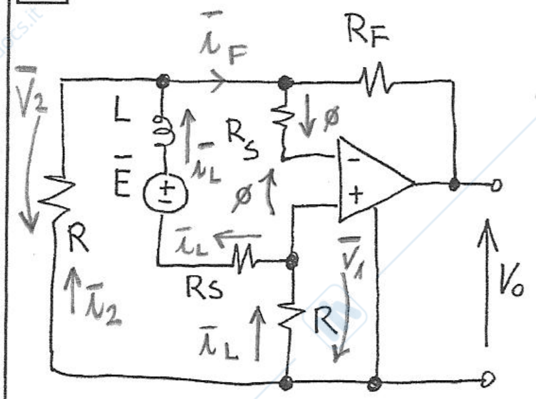


Fig. 4

Il circuito in Fig. 4 opera in regime sinusoidale. Si determini:

- La funzione di rete $\mathbf{H}(j\omega) = \frac{\bar{V}_0}{\bar{E}}$ mantenedo i valori simbolici.

Quindi, si assuma $R = 3\,\text{k}\Omega$, $R_s = 10\,\Omega$ $R_F = 1\,\text{k}\Omega$, $L = 10$ mH, $e(t) = 2 \cdot 10^{-3} \cos(10^3 t)$ V e si determinino:

- la tensione $v_0(t)$
- la potenza attiva erogata dal generatore

$$\bar{V}_1 - \bar{V}_2 = 0 \rightarrow \cancel{R}\bar{i}_L = +\cancel{R}\bar{i}_2 \qquad \bar{i}_2 = +\bar{i}_L$$

$$\bar{i}_F = \bar{i}_2 + \bar{i}_L = 2\bar{i}_L \qquad \bar{V}_0 + R_F\bar{i}_F + \bar{i}_L R$$

$$\bar{V}_0 = -R_F 2\bar{i}_L - R\bar{i}_L = -(2R_F + R)\bar{i}_L$$

$$\bar{E} - j\omega L\bar{i}_L - R_S\bar{i}_L = 0 \qquad \bar{i}_L = \frac{\bar{E}}{R_S + j\omega L}$$

$$H(j\omega) = \bar{V}_0 / \bar{E} = -\frac{2R_F + R}{R_S + j\omega L}$$

$$\bar{V}_0 = -2\cdot 10^{-3}\,V \cdot \frac{2k\Omega + 3k\Omega}{10\Omega + j10^3\cdot 10^{-2}\Omega} = \frac{2\cdot 5}{10(1+j)} = -\frac{1}{1+j} = -\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-j\pi/4}$$

$$-\frac{1}{1+j} = -\frac{1}{2}(1-j) \qquad v_0(t) = Re\{\bar{V}_0 e^{j10^3 t}\} =$$

$$= -\frac{1}{2}(\cos 10^3 t + \text{sen}\, 10^3 t)$$

$$P_e^{\bar{E}} = Re\left\{\frac{1}{2}E\bar{i}_L^*\right\} = \frac{1}{\cancel{2}}\cancel{2\cdot 10^{-3}} \cdot \frac{2\cdot 10^{-3}}{10^2 + 10^2} \cdot 10\,W = \frac{2\cdot 10^{-5}}{2\cdot 10^2}W = 0.1\mu W$$

E4

Il circuito in Fig. 5 opera in regime sinusoidale. Si determinino:

- la corrente $i_1(t)$
- la potenza complessa erogata dal generatore di corrente

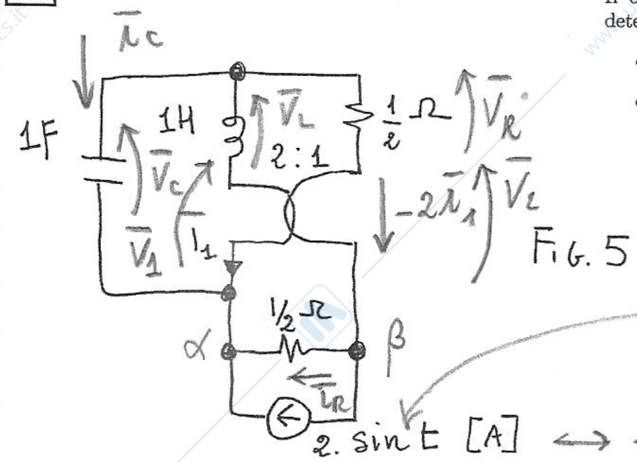


Fig. 5

$2 \cdot \sin t$ [A] $\longleftrightarrow -2J \quad (\omega = 1)$

- $\bar{i}_R = -2\bar{i}_1 - (-2J) = -2\bar{i}_1 + 2J$
- $\bar{V}_L = J\bar{i}_1$ $\qquad \bar{i}_c + \bar{i}_1 - 2\bar{i}_1 = 0 \quad \cdot\ \bar{i}_c = \bar{i}_1$
- $\bar{V}_c = \dfrac{\bar{i}_1}{J}$ $\qquad \bar{V}_1 + \bar{V}_L - \bar{V}_c = 0$

$$\bar{V}_1 + J\bar{i}_1 - \frac{\bar{i}_1}{J} = 0 \qquad \cdot\ \bar{V}_1 = \left(\frac{1}{J} - J\right)\bar{i}_1 = -2J\bar{i}_1$$

- $\bar{V}_R = \dfrac{1}{2}(-2\bar{i}_1) = -\bar{i}_1$ $\qquad \bar{V}_2 = \dfrac{1}{2}\bar{V}_1 = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{J} - J\right)\bar{i}_1 = -J\bar{i}_1$

$$\underbrace{\frac{1}{2}(-2\bar{i}_1 + 2J)}_{\bar{i}_R} \cancel{\underbrace{-J\bar{i}_1}_{\bar{V}_2}} \underbrace{-\bar{i}_1}_{\bar{V}_R} \cancel{\underbrace{-J\bar{i}_1}_{-\bar{V}_L}} \cancel{\underbrace{+2J\bar{i}_1}_{-\bar{V}_1}} = 0$$

$$-2\bar{i}_1 + J = 0 \qquad \bar{i}_1 = +\frac{J}{2} \qquad i_1(t) = \mathrm{Re}\left\{+\frac{J}{2}e^{Jt}\right\} = -\frac{1}{2}\sin t$$

$$\hat{A}_e^{\text{gen.cor.}} = -\frac{1}{2}\underbrace{\left(\frac{1}{2}\bar{i}_R\right)}_{\bar{V}_{GEN}} \cdot \bar{i}^*_{GEN} = -\frac{1}{4}\left(2J - 2\left(+\frac{J}{2}\right)\right)(-2J)^* =$$

$$= -\frac{1}{4} J\, 2J = +\frac{1}{2} \text{ VA}$$