



082742 – Elettrotecnica (E-O) Prima prova in itinere, 30 Giugno 2014

Prof. F. Bizzarri

Cognome _____ Nome _____

Matricola _____ Firma _____

AVVERTENZE

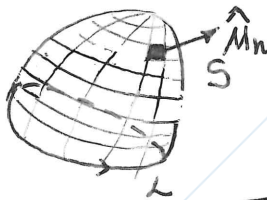
- La prova dura 2 ore e un quarto
- I punteggi massimi per ogni quesito sono indicati nella tabella sottostante; un punteggio complessivo inferiore a 8 punti invalida la prova.

Quesito o Esercizio	E1 2.0 punti	E2a 4.0 punti	E2b 3.0 punti	E2c 1.0 punto	E3a 5.0 punti	E3b 1.0 punto	E3c 2.0 punti	Voto Finale
Voto								

Riportare i risultati e i passaggi salienti nel riquadro relativo ad ogni esercizio

E1a

A partire dalle equazioni di Maxwell in forma integrale ricavare e discutere il principio di conservazione della carica elettrica.



$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{e} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot \hat{u}_n ds + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_S \vec{E} \cdot \hat{u}_n ds$$

Facendo tendere L ad un percorso chiuso infinitesimo la superficie S diventa chiusa. Allora $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{e} = 0$ (L è nulla)

$$\oint_S \vec{J} \cdot \hat{u}_n ds = - \epsilon_0 \frac{d}{dt} \oint_S \vec{E} \cdot \hat{u}_n ds = - \frac{d}{dt} \frac{Q}{\epsilon_0}$$

con Q carica netta contenuta in S chiusa

$$\oint_S \vec{J} \cdot \hat{u}_n ds = I \text{ corrente attraverso } S$$

$I = - \frac{d}{dt} Q$ se $I > 0$ allora Q^+ esce da S o Q^- entra e la $\frac{d}{dt} Q < 0$, da ciò il "-" nella formula.

Assolutamente se $I < 0$.

E2a

Per il doppio bipolo in Figura 1a si ricavano i parametri della rappresentazione equivalente "alla Thévenin" in Figura 1b (matrice [R], generatori E_1 ed E_2).

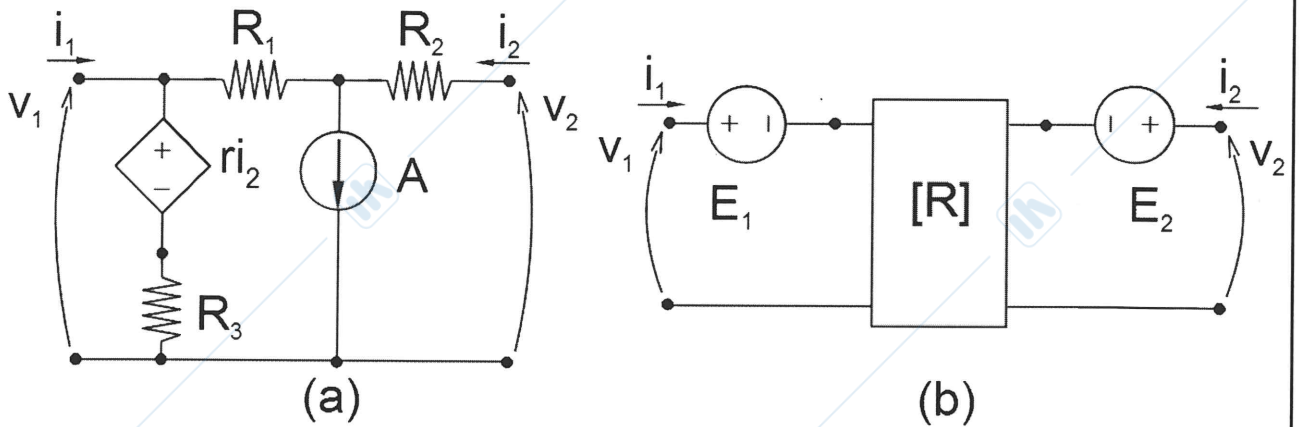


Figura 1

Prove semplici

1) tensione di circuito aperto

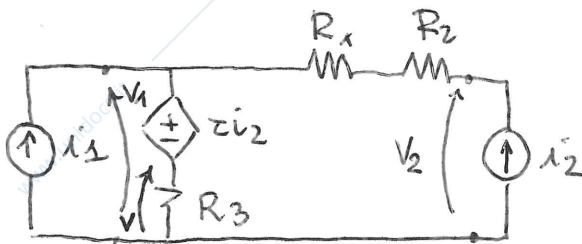
$$V_1 = -AR_3 \quad (z \cdot i_2 = \emptyset)$$

$$V_2 = -A(R_1 + R_3)$$

$$\begin{cases} V_1 = R_{11}i_1 + R_{12}i_2 + E_1 \\ V_2 = R_{21}i_1 + R_{22}i_2 + E_2 \end{cases}$$

$$V_1 \Big|_{i_1=i_2=0} = E_1 \quad V_2 \Big|_{i_1=i_2=0} = E_2$$

2) Partire A e ricavo [R]



$$V_1 = (i_1 + i_2)R_3$$

$$V_2 - (R_1 + R_2)i_2 - zi_2 - R_3(i_1 + i_2) = 0$$

$$V_2 = +R_3i_1 + (R_1 + R_2 + R_3 + z)i_2$$

$$V_1 = zi_2 + R_3(i_1 + i_2) = (z + R_3)i_2 + R_3i_1$$

$$[R] = \begin{bmatrix} R_3 & z + R_3 \\ R_3 & R_1 + R_2 + R_3 + z \end{bmatrix}$$

E2b

Si assumano adesso $R_1 = R_2 = R_3 = r = R$ e si ricavi l'equazione di stato per il circuito in Figura 2 dove $[R]$, E_1 ed E_2 sono quelli ricavati al punto precedente.

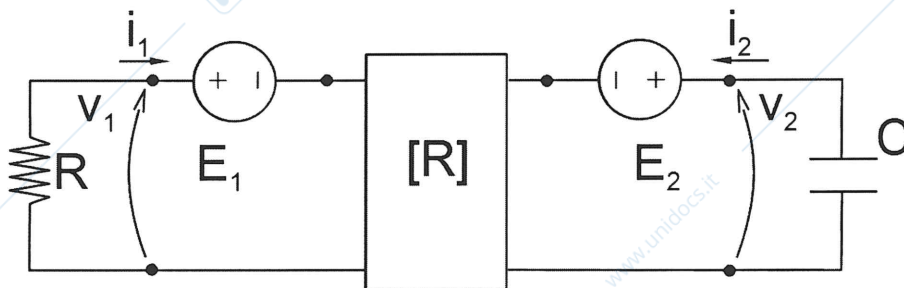


Figura 2

$$[R] = \begin{bmatrix} R & 2R \\ R & 4R \end{bmatrix} \quad E_1 = -AR \quad E_2 = -2RA$$

$$V_1 = -Ri_1 = Ri_1 + 2Ri_2 - AR$$

$$2Ri_1 = -2Ri_2 + AR \rightarrow i_1 = -i_2 + \frac{A}{2}$$

$$V_2 = R \left(-i_2 + \frac{A}{2} \right) + 4R \left(-C \frac{dV_2}{dt} \right) - 2RA$$

$$V_2 = -R \left(-C \frac{dV_2}{dt} \right) - 4RC \frac{dV_2}{dt} - 2AR + \frac{RA}{2}$$

$$3RC \frac{dV_2}{dt} = -V_2 - \frac{3AR}{2}$$

$$\frac{dV_2}{dt} = -\frac{1}{3RC} V_2 - \frac{1}{2} \frac{AR}{RC} =$$

$$= -\frac{1}{3RC} V_2 - \frac{1}{2} \frac{A}{C}$$

E2c

Quanto vale l'energia immagazzinata nel condensatore C per t che tende all'infinito?

Il circuito è asintoticamente stabile dato che $N = -\frac{1}{3RC} < 0$. Im regime stazionario $V_2 = \text{cost}$

$$\frac{dH}{dt} = 0 = -\frac{1}{3RC} H - \frac{1}{2} \frac{A}{C}$$

$$H = -\frac{1}{2} \frac{A}{C} \cdot 3RC =$$

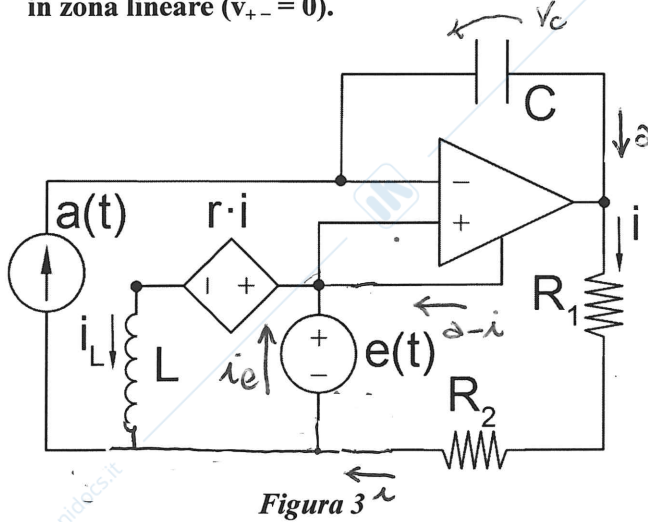
$$= -\frac{3}{2} AR$$

$$w_2^C(\infty) = \frac{1}{2} C \left(-\frac{3}{2} AR\right)^2 = \frac{9}{8} A^2 R^2 C$$

sapendo che $A = \text{cost.}$

E3a

Per il circuito in Figura 3, assumendo $e(t) = E \sin(\omega t)$ e $a(t) = A \sin(\omega t)$, si determini il fasore della corrente i_L . Il circuito opera in regime sinusoidale e l'amplificatore operazionale è ideale e funziona in zona lineare ($v_{+-} = 0$).



$$\bar{e} = -jE \quad \bar{a} = -jA$$

$$\bar{v}_c = \frac{1}{j\omega C} \bar{a}$$

$$\bar{i}R_1 + \bar{v}_c - \bar{e} + \bar{i}R_2 = 0$$

$$(\bar{R}_1 + \bar{R}_2)\bar{i} = \bar{e} - \frac{1}{j\omega C} \bar{a} = \frac{j\omega C \bar{e} - \bar{a}}{j\omega C}$$

$$\bar{i} = \frac{j\omega C \bar{e} - \bar{a}}{(\bar{R}_1 + \bar{R}_2) j\omega C}$$

$$\bar{i}_L = \frac{1}{j\omega L} (\bar{e} - \tau \bar{i}) = \frac{1}{j\omega L} \left(\bar{e} - \tau \frac{(j\omega C \bar{e} - \bar{a})}{j\omega (\bar{R}_1 + \bar{R}_2) C} \right) =$$

$$= \frac{1}{j\omega L} \frac{j\omega C \bar{e} (\bar{R}_1 + \bar{R}_2 - \tau) + \tau \bar{a}}{j\omega C (\bar{R}_1 + \bar{R}_2)} = \frac{j\omega C \bar{e} (\bar{R}_1 + \bar{R}_2 - \tau) + \tau \bar{a}}{\omega^2 LC (\bar{R}_1 + \bar{R}_2)}$$

$$= \frac{\omega C E (\bar{R}_1 + \bar{R}_2 - \tau) - j\tau A}{\omega^2 LC (\bar{R}_1 + \bar{R}_2)}$$

E3b

Calcolare la corrente $i_L(t)$ corrispondente al fasore calcolato precedentemente.

$$i_L(t) = \operatorname{Re} \left\{ \bar{i}_L e^{j\omega t} \right\} =$$

$$= \operatorname{Re} \left\{ - \frac{\omega C E (R_1 + R_2 - z) - jzA}{\omega^2 L C (R_1 + R_2)} e^{j\omega t} \right\} =$$

$$= - \frac{\omega C E (R_1 + R_2 - z)}{\omega^2 L C (R_1 + R_2)} \cos \omega t - \frac{zA}{\omega^2 L C (R_1 + R_2)} \sin \omega t$$

E3c

Per quale valore di z la potenza reattiva erogata dal generatore $e(t)$ è nulla?

$$Q_e^{(t)} = \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{2} \bar{e} \bar{i}_e^* \right\} \quad \text{Dato che } \bar{e} = -jE, \text{ questo è vero se } \operatorname{Re} \left\{ \bar{i}_e \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \bar{i}_e \right\} = 0$$

$$\bar{i}_e = -(\bar{a} - \bar{i}) + \bar{i}_L = \bar{i} + \bar{i}_L - \bar{a} = \bar{i} + \bar{i}_L + jA =$$

$$= \frac{j\omega C (-jE) + jA}{j\omega C (R_1 + R_2)} - \frac{\omega C E (R_1 + R_2 - z) - jzA}{\omega^2 L C (R_1 + R_2)} + jA$$

$$\operatorname{Re} \left\{ \bar{i}_e \right\} = \frac{A}{\omega C (R_1 + R_2)} - \frac{\omega C E (R_1 + R_2 - z)}{\omega^2 L C (R_1 + R_2)} = 0 \iff A\omega L - \omega C E (R_1 + R_2 - z) = 0$$

$$A\omega L - C E (R_1 + R_2 - z) = 0 \quad R_1 + R_2 - z = \frac{A\omega L}{C E}$$

$$z = R_1 + R_2 - \frac{A\omega L}{C E}$$