FORMULARIO DI FISICA I

IL MOTO

moto unidimensionale

VELOCITÀ MEDIA $= \vec{v}_m = \dfrac{\Delta \vec{x}\ (m)}{\Delta t\ (s)} = \dfrac{(\vec{x}_f - \vec{x}_i)}{(t_f - t_i)}$

LEGGE ORARIA DEL MOTO RETTILINEO UNIFORME:
$$\begin{cases} a(t) = 0 \\ v(t) = v \\ x(t) = x_0 + v(t - t_0) \end{cases}$$
con $t = 0$: $x(t) = x_0 + vt_0$

ACCELERAZIONE MEDIA: $\vec{a}_m = \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ $\quad \vec{a}_m = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{d^2\vec{s}}{dt}$

LEGGE ORARIA DEL MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO:
$$\begin{cases} a(t) = a \\ v(t) = v_0 + a(t - t_0) \\ x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 \end{cases}$$
con $t_0 = 0$: $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

caduta dei gravi.

$a(g) =$ COSTANTE : $9{,}81\ m/s^2$

CADUTA LIBERA DA ALTEZZA h: condizioni iniziali: $y_0 = h$ $\quad v_0 = 0$
$$v(t) = -gt$$
$$y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$$

TEMPO DI CADUTA: $\tau = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$

VELOCITÀ DI IMPATTO: $v_{max} = -\sqrt{2gh}$

CORPO LANCIATO VERSO L'ALTO CON VELOCITÀ $= v_0$: condizioni iniziali $y_0 = 0$ $\quad v_0 > 0$
$$v(t) = v_0 - gt$$
$$y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

TEMPO PER RAGGIUNGERE LA QUOTA MASSIMA: $\tau_h = \dfrac{v_0}{g}$

QUOTA MASSIMA: $h_{max}\ (y_{\tau_h}) = v_0 \tau_h - \frac{1}{2} g \tau_h^2 = v_0 \dfrac{v_0}{g} - \frac{1}{2} g \left(\dfrac{v_0}{g}\right)^2 = \dfrac{v_0^2}{2g}$

TEMPO AL QUALE AVVIENE L'IMPATTO : $\tau = \dfrac{2V_0}{g}$

VELOCITA' DI IMPATTO AL SUOLO : $V_i = V_0 - \cancel{g}\dfrac{2V_0}{\cancel{g}} \Rightarrow V_i = -V_0$

moto nel piano e nello spazio

vettore posizione = $\vec{r}$

VELOCITA' MEDIA = $\vec{V}_m = \dfrac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

ACCELERAZIONE MEDIA = $\vec{a}_m = \dfrac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

- ACCELERAZIONE TANGENZIALE : $\alpha \cdot r = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$
- ACCELERAZIONE NORMALE (CENTRIPETA) : $\omega^2 r = \dfrac{v^2}{r}$

moto del proiettile

Due moti indipendenti.

Condizioni iniziali : $\begin{cases} x(0) = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} V_x(0) = V_0 \cos\theta_0 \\ V_y(0) = V_0 \operatorname{sen}\theta_0 \end{cases}$ $\begin{cases} a_x = 0 & \text{(moto uniforme)} \\ a_y = -g & \text{(moto uniformement. accel.)} \end{cases}$

EQUAZIONE ORARIA (lungo x) = $x(t) = V_0 \cos(\theta_0) t$

EQUAZIONE ORARIA (lungo y) = $y(t) = V_0 \operatorname{sen}(\theta_0) t - \frac{1}{2} g t^2$

VELOCITA' $\begin{cases} V_x(t) = V_0 \cos\theta_0 \\ V_y(t) = V_0 \operatorname{sen}\theta_0 - gt. \end{cases}$

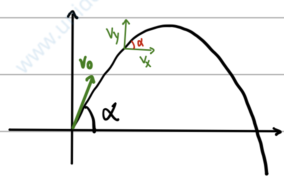
TRAIETTORIA (parabola) : $y = x \tan\theta_0 - \frac{1}{2} g \dfrac{x^2}{V_0^2 \cos^2\theta_0}$

GITTATA : $X_G = \dfrac{V_0^2}{g} \operatorname{sen} 2\theta_0$ GITTATA MASSIMA $\Rightarrow \theta_0 = 45°$

DURATA DEL MOTO : $t_G = 2 \dfrac{V_0 \operatorname{sen}\theta_0}{g}$

ALTEZZA MASSIMA : $y_{max} = \dfrac{V_0^2 \operatorname{sen}^2\theta_0}{2g}$

$V_y = V_x \tan(\alpha) \longrightarrow \tan(\alpha) = \dfrac{V_y}{V_x} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1} \dfrac{V_y}{V_x}$



TEMPO AD ALTEZZA MASSIMA: $t = \frac{t_G}{2} = \frac{V_0 \operatorname{sen}\theta_0}{g}$ $\begin{cases} V_y = 0 \\ \tan(\alpha) = 0 \\ \alpha = 0 \end{cases}$

VELOCITÀ AD ALTEZZA MAX = $V_0 \cos(\theta_0)$

QUANDO IL CORPO TOCCA TERRA: $\begin{cases} x = x_G \\ t = t_G \\ V_y = -V_{0y} \end{cases}$

moto circolare uniforme CONDIZIONI ACCELERAZIONI: $a_T = 0 \Rightarrow a = a_c$

VELOCITÀ ANGOLARE = $w = \frac{\Delta\theta\,(rad)}{\Delta t\,(s)}$ $\quad w = \frac{2\pi}{\underset{\text{periodo}}{T}}$ $\quad \theta(t) = wt$

COORDINATE CARTESIANE $\begin{cases} x(t) = r\cos\theta(t) \rightarrow r\cos(wt) \\ y(t) = r\operatorname{sen}\theta(t) \rightarrow r\operatorname{sen}(wt) \end{cases}$ SI DERIVA $\rightarrow$ $\begin{cases} V_x(t) = -rw\operatorname{sen}(wt) \\ V_y(t) = rw\cos(wt) \end{cases}$

MODULO DELLA VELOCITÀ $= |w|r$

LEGGE ORARIA IN FORMA ANGOLARE $\begin{cases} \theta(t) = \theta_0 + w_0(t - t_0) \\ s(t) = r\theta(t) = r[\theta_0 + w_0(t - t_0)] \end{cases}$

ACCELERAZIONE CENTRIPETA = $a_c = w^2 r = \frac{V^2}{r} = V|w|$

PERIODO = $T = \frac{2\pi}{w}$

FREQUENZA = $f = \frac{1}{T}$ (Hertz: $1s^{-1}$)

moto circolare uniformemente accelerato.

ACCELERAZIONE TANGENZIALE a_t = COSTANTE = αr

ACCELERAZIONE ANGOLARE = $\alpha(t) = \frac{a_t}{r}$ $\quad \alpha = \frac{d\vec{w}}{dt}$

VELOCITÀ ANGOLARE = $\omega(t) = \omega_0 + \alpha(t - t_0)$

VELOCITÀ LINEARE = $v(t) = [\omega_0 + \alpha(t - t_0)]r$

LEGGE ORARIA IN FORMA ANGOLARE = $\begin{cases} \theta(t) = \theta_0 + \omega_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2 \\ s(t) = [\theta_0 + \omega_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2]r \end{cases}$

RELAZIONE DI POISSON = $\frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{u}$

DINAMICA DEL PUNTO MATERIALE

II° principio della dinamica

FORZE RISULTANTE = $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ (N (Newton = $kg \cdot m \cdot s^{-2}$))

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE: $\vec{R} = \sum_i \vec{F}_i \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{R}}{m}$

Su un corpo agiscono più forze.

Ricavare l'ACCELERAZIONE RISULTANTE:

1) Fissare un sistema di assi cartesiani

2) Determinare le forze che agiscono sul corpo e calcolare le componenti.

3) Trovare le componenti della forza risultante R_x, R_y, R_z. Si sommano algebricamente le componenti.

4) Avendo $R = m \cdot a$, calcolare le componenti dell'accelerazione sugli assi.

$$\begin{cases} a_x = \frac{R_x}{m} \\ a_y = \frac{R_y}{m} \\ a_z = \frac{R_z}{m} \end{cases}$$

III° principio della dinamica

PRINCIPIO DI AZIONE - REAZIONE $\Rightarrow F_{BA} = -F_{AB}$

QUANTITÀ DI MOTO = $\vec{p} = m\vec{v}$

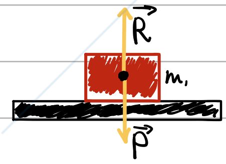
FORZA AD m COSTANTE = $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ (derivata della quantità di moto rispetto al tempo)

IMPULSO DI UNA FORZA = $\Delta \vec{p} = \vec{I}$

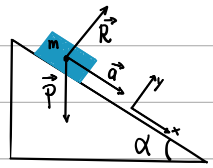
FORZA PESO = $P = m \cdot g$

reazioni vincolari

REAZIONE VINCOLARE = $\sum \vec{F} = -\vec{R} = 0 \longrightarrow$



VINCOLI LISCI IDEALI = $\vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a} \longrightarrow$



REAZIONE LUNGO x $\rightarrow$ REAZIONE LUNGO y $\rightarrow$
$$\begin{cases} a = g\,\mathrm{sen}(\alpha) \\ R = mg\cos(\alpha) \end{cases}$$

COMPONENTI REAZIONE VINCOLARE $\vec{R} = \underbrace{\vec{R}_T}_{\text{PARALLELA AL PIANO}} + \underbrace{\vec{R}_n}_{\text{PERPENDICOLARE AL PIANO}}$

Funi e carrucole

• Funi

TENSIONE DELLA FUNE = $T = -m \cdot \vec{a}$

RISOLUZIONE PROBLEMI CON FUNI $\overset{\text{Fune inestensibile.}}{\text{IDEALI}}$:

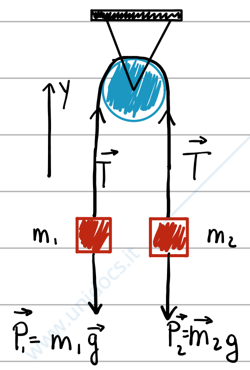
1) T ha stessa intensità nei suoi estremi. T può adattarsi alle sollecitazioni, quindi di solito è incognita.

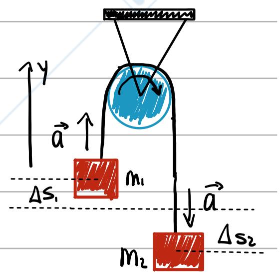
2) Due corpi collegati da una fune ideale hanno lo stesso modulo dell'accelerazione

• carrucole

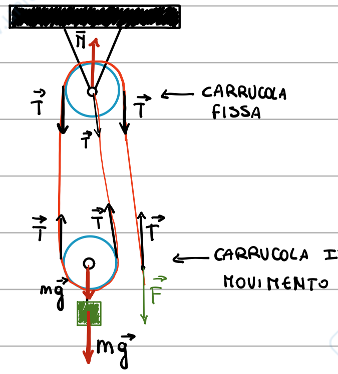
MACCHINA DI ATWOOD / CARRUCOLA SEMPLICE =

$$\begin{cases} T - P_1 = T_1 \\ T - P_2 = -T_2 \end{cases} \quad \begin{cases} T - m_1 g = m_1 a \\ T - m_2 g = -m_2 a \end{cases} \quad \begin{cases} a = g\,\dfrac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \\ T = 2g\,\dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \end{cases}$$





• combinazioni di carrucole



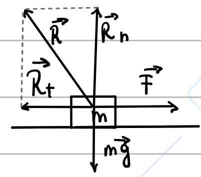
FORZA APPLICATA ALL'ESTREMO LIBERO DELLA CORDA : $F = T = \frac{mg}{2}$

REAZIONE VINCOLARE CARRUCOLA FISSA : $N = 3T = \frac{3}{2}mg = mg + F$

FORZA PER SOLLEVARE IL CORPO CON PIÙ DI DUE CARRUCOLE : $F = \frac{mg}{\underbrace{n}_{\text{numero di carrucole}}}$

n° carrucole mobili = n° carrucole fisse

Attrito radente



FORZA DI ATTRITO RADENTE ⇒ R_t ⇒ $\begin{cases} x \to F - R_t = 0 \\ y \to R_n - mg = 0 \end{cases}$

• statico

$R_t^{MAX} = \mu_s R_n$ $\quad \mu_s$ = COEFFICIENTE DI ATTRITO STATICO

• dinamico

ATTRITO RADENTE DINAMICO = $R_t = \mu_D R_n$ $\quad \mu_D$ = COEFFICIENTE DI ATTRITO DINAMICO

ATTRITO VISCOSO

FORZA DI ATTRITO VISCOSO ⇒ $\vec{F}_v = -\gamma \vec{v}$

γ = COEFFICIENTE DI ATTRITO VISCOSO { dipende da : • forma e dimensione del corpo • viscosità (η) del fluido.

VELOCITÀ BASSA se Numero di Reynolds $(N_R) = \rho_0 v r / \eta < 1$

LEGGE DI STOKES = $\gamma = 6\pi r \eta$

DENSITÀ CORPO ≫ DENSITÀ FLUIDO = $\vec{P} + \vec{F}_v = m \cdot \vec{a}$ ⇒ $\vec{P} - \gamma \vec{v} = m \cdot \vec{a}$

$$v(t) = \frac{mg}{\gamma}\left(1 - e^{-\frac{\gamma}{m}t}\right)$$

MOTI OSCILLATORI

moto armonico semplice

X NELLA POSIZIONE DI EQUILIBRIO DELLA MOLLA = 0

$F = m a = -(m\omega^2)x$

LEGGE DI HOOKE = $\vec{F}_s = -\underset{\text{costante elastica}}{k}\,\vec{x}$

$k = m\omega^2$

EQUAZIONE MOTO ARMONICO SEMPLICE ISOLATO = $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$

SPOSTAMENTO = $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$

PULSAZIONE = $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

PERIODO = $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{2\pi}{\omega}$

VELOCITA' = $v(t) = -\omega A\,\mathrm{sen}(\omega t + \varphi_0)$

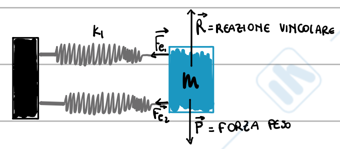
ACCELERAZIONE = $-A\omega^2\cos(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x(t)$

molle in parallelo e in serie

• parallelo

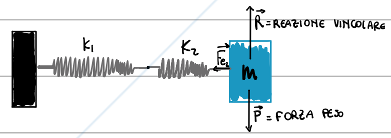
EQUAZIONE DEL MOTO LUNGO L'ASSE DELLE X : $F_{e_1} + F_{e_2} = ma = -k_1 x - k_2 x$

In parallelo



$A\omega^2\cos(\omega t + \varphi_0) + \omega^2 x(t) = 0$

In serie.



$\omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} = \sqrt{\frac{k_{eq}}{m}}$

- serie

POSIZIONE DEL CORPO RISPETTO ALLA POSIZIONE DI EQUILIBRIO DELLE DUE MOLLE = $x = x_1 + x_2$

FORZE ELASTICHE SI COMPENSANO = $Fe_1 = Fe_2 \Rightarrow k_1 x_1 = k_2 x_2$

DIREZIONE DI Fe_2 $\quad x_2 = \dfrac{k_1}{k_1 + k_2} x \longrightarrow$

$$\begin{cases} x_1 = x - x_2 \\ k_1(x - x_2) = k_2 x_2 \rightarrow k_1 x - k_1 x_2 = k_2 x_2 \end{cases}$$

$k_1 x_2 + k_2 x_2 = k_1 x$

$x_2 (k_1 + k_2) = k_1 x$

$x_2 = \dfrac{k_1}{k_1 + k_2} x$

MOTO DELLA MASSA m (dato da Fe_2) = $Fe_2 = ma = -k_2 x_2 = -\dfrac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} x$

PULSAZIONE = $\omega = \sqrt{\dfrac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \dfrac{1}{m}}$ $\qquad$ COSTANTE ELASTICA DI EQUILIBRIO $\dfrac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

pendolo semplice

EQUAZIONE DEL MOTO = $\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$

PERIODO DELL'OSCILLAZIONE = $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\dfrac{\ell}{g}}$

TENSIONE DELLA FUNE = $T = m \dfrac{v^2}{\ell} + mg$

moto armonico smorzato

PULSAZIONE PROPRIA $\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

EQUAZIONE DIFFERENZIALE DI SECONDO ORDINE : $\ddot{\theta} + \dfrac{\gamma}{m}\dot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$

Δ EQUAZIONE $\Rightarrow \left(\frac{\gamma}{2m}\right)^2 - \omega_0^2$ CON COEFFICIENTE DI SMORZAMENTO $\gamma \stackrel{?}{=} \frac{b}{2m}$ $b =$ COEFFICIENTE LEGATO ALLA VELOCITA'

$\Delta < 0 \Rightarrow$ SOTTOCRITICO

$\Delta = 0 \Rightarrow$ CRITICO

$\Delta > 0 \Rightarrow$ SOVRACRITICO

$$\theta(t) = \theta_0 e^{-\frac{\gamma}{2m}t} \cos(\omega t + \varphi_0) \qquad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{\gamma}{2m}\right)^2}$$

moto armonico forzato

LEGGE ORARIA : $x(t) = A(\omega) \cos[\omega t - \varphi(\omega)]$

MODULO DELL'AMPIEZZA DELL'OSCILLATORE $= \quad A(\omega) = \dfrac{F_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\gamma\omega}{m}\right)^2}}$

FASE DEL MOTO $= \varphi(\omega) = \arctan\left(\dfrac{\frac{\gamma\omega}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)$

AMPIEZZA AL DIMINUIRE DELLO SMORZAMENTO $= A(\omega_{MAX}) = \dfrac{mF_0}{\gamma\omega_0}$

VELOCITA' $\Rightarrow V = \omega A \cos(\omega t + \varphi)$

POTENZA ISTANTANEA $\Rightarrow P(t) = \frac{1}{2}\omega F_0 \cos(\varphi)\, sen^2(\omega t) - \omega A F_0\, sen(\omega t)$

LAVORO ED ENERGIA

LAVORO $\Rightarrow L = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \Delta r \cos\theta$ (Joule)

POTENZA $\Rightarrow P = \dfrac{dL}{dt} = \dfrac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$ (watt : $1 J/s$)

ENERGIA CINETICA $\Rightarrow K = \frac{1}{2} m V^2$ (Joule)

LAVORO DESCRITTO DALL'E. CINETICA $\Rightarrow L_{AB} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$

TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA $\Rightarrow L_{AB} = \Delta K_{AB}$

FORZA CONSERVATIVA = LAVORO CHE COMPIE IN UN CICLO È NULLO

ENERGIA POTENZIALE $\Rightarrow U_{(P)} \Rightarrow \Delta U = -L$

y = altezza.

ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE => $U(y) = mgy$

ENERGIA POTENZIALE ELASTICA => $U(y) = \frac{1}{2}kx^2$

FORZA CENTRALE A SIMMETRIA SFERICA = $\vec{F} = F(r)\vec{u}_r$ (forza in direzione verso il centro)

ENERGIA MECCANICA => $E = K + U$

CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA : $\underbrace{K(A) + U(A) = K(B) + U(B)}$

E = COSTANTE

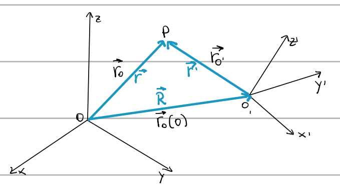
CONSERVAZIONE E. MECCANICA E F. NON CONSERVATIVE => LAVORO TOT = $L_{TOT} = L_{F.peso} + L_{reaz.\ vincolare} + L_{Attrito}$

$L_{TOT} = \Delta K = \underbrace{L_{F.peso}}_{=-\Delta U} + \underbrace{L_{reaz.\ vinc}}_{=0} + L_{attrito} \longrightarrow \Delta K = -\Delta U_{F.peso} + L_{attrito}$

LAVORO DELL'ATTRITO => $L_{attrito} = \Delta E$ => $L_{F.\ non\ conservative} = \Delta E$.

MOTI RELATIVI

moto relativo



osservatori in movimento relativo uno rispetto all'altro.

LEGGE DI COMPOSIZIONE DEGLI SPOSTAMENTI = $\vec{r}_{o'}'(P) = \vec{r}_o(P) - r_o(O')$

utilizzata per misurare un vettore spostamento da due posizioni misurate in due sistemi di riferimento differenti

VELOCITÀ RELATIVA = $\vec{V}' = \vec{v} - (\vec{V} + \vec{\omega} \times \vec{r}')$

VELOCITÀ DI TRASCINAMENTO = $\vec{V}_t = (\vec{V} + \vec{\omega} \times \vec{r}_o'(P))$

velocità di O' rispetto ad O

TRASFORMAZIONI GALILEIANE (TRA DUE SISTEMI INERZIALI)

COORDINATE : $x' = x - V_{o'}t$ $\quad y' = y$ $\quad z' = z$

VELOCITÀ : $V_x' = V_x - V_{o'}$ $\quad V_y' = V_y$ $\quad V_z' = V_z$

ACCELERAZIONI : $a_x' = a_x$ $\quad a_y' = a_y$ $\quad a_z' = a_z$

(MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO RISPETTO ALL'ALTRO)

LEGGE DI COMPOSIZIONE DELLA VELOCITÀ $= \vec{v}' = \vec{v} - \vec{v}_t$

LEGGE DI COMPOSIZIONE DELLE ACCELERAZIONI $= \vec{a}' = \vec{a} - \underbrace{\vec{A}}_{\text{accelerazione di } O' \text{ rispetto ad } O} - \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}' - \omega \times (\omega \times \vec{r}') - 2\vec{\omega} \times \vec{v}'$

ACCELERAZIONE DI TRASCINAMENTO $= \vec{a}_t = \vec{A} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}' + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')$

ACCELERAZIONE DI CORIOLIS $= \vec{a}_c = 2\vec{\omega} \times \vec{v}'$

FORZA DI CORIOLIS $= F_c = -2m(\omega \times \vec{v}')$

Dinamica relativa a F apparenti (d'inerzia, fittizie)

FORZA APPARENTE $= \vec{F}_a = -m\vec{a}_t - m\vec{a}_c$

FORZA CENTRIFUGA : $\vec{F}_{CF} \; -m[\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}')]$

FORZA CORIOLIS : $\vec{F}_C = -m\vec{a}_c = -2m(\vec{\omega} \times \vec{v}')$

TRASFORMAZIONI TRA SISTEMI DI RIFERIMENTO NON INERZIALI

COORDINATE : $r' = r - r_{o'}$ $\quad x' = x - v_{in}t - \frac{1}{2}a_t t^2$

$y' = y \quad z' = z$

VELOCITÀ : $v' = v - v_{o'}$ $\quad v_x' = v_x - v_{in} - a_t t$

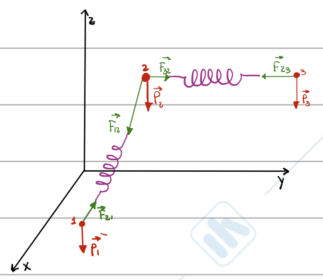
$v_y' = v_y \quad v_z' = v_z$

ACCELERAZIONI : $a' = a - a_{o'}$ $\quad a_x' = a_x - a_t$

$a_y' = a_y \quad a_z' = a_z$

DINAMICA DEI SISTEMI DI PARTICELLE

moto di un sistema di punti materiali.



QUANTITÀ DI MOTO $= \vec{p} = m\vec{v}$

I° equazione cardinale della dinamica

"La derivata rispetto al tempo della quantità di moto totale di un sistema meccanico, è uguale al risultante delle sole forze esterne agenti sul sistema" $= \vec{F}_{TOT}^{\,est.} = \frac{d\vec{P}_{tot}}{dt}$

Legge della conservazione della quantità di moto

SISTEMA ISOLATO $\Rightarrow \vec{F}^{est}_{TOT} = 0 \Longrightarrow \frac{d\vec{p}_{tot}}{dt} = 0 \qquad \frac{d\vec{p}_{tot}}{dt} = \text{COSTANTE}$

IMPULSO TOTALE $= \vec{I}_{tot} = \Delta\vec{p}_{tot}$

centro di massa di un sistema di particelle

CENTRO DI MASSA $= \vec{r}_{cm} = \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{N} m_k \vec{r}_k$

MASSA TOT. DEL SISTEMA $= M = \sum_{k=1}^{N} m_k$

QUANTITÀ DI MOTO TOTALE $\Rightarrow \vec{p}_{tot} = M\vec{v}_{cm}$

TEOREMA CENTRO DI MASSA $= \vec{F}^{est}_{TOT} = M\vec{a}_{cm}$

momento di una F e momento angolare.

MOMENTO DI UNA FORZA $\Rightarrow \vec{M}_o = \vec{r}_o \times \vec{F}$

MOMENTO ANGOLARE $\Rightarrow \vec{L}_o = \vec{r}_o \times \vec{p}$

Se $\vec{M}_o = 0$ allora $\vec{L}_o$ = COSTANTE

per un polo O fisso.

$$\vec{M}_o = \frac{d\vec{L}_o}{dt} + \vec{V}_o \times \vec{p}$$ per un polo O in movimento.

momento di una forza di un sistema e baricentro

MOMENTO FORZA PESO $\Rightarrow M_{F.peso,O} = \vec{r}_{br,O} \times \vec{F}_P$

$\vec{r}_{bro}$ = è la posizione rispetto al polo O scelto.

LEGGE GRAVITAZIONE UNIVERSALE $\Rightarrow F = G\,\frac{m_1 \cdot m_2}{r}$

G = COSTANTE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE $= 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2/Kg^2$

r = distanza tra le masse $\qquad \vec{r}_{br,O} = \left(\frac{1}{M\vec{g}} \sum m_j \vec{r}_{j,O}\vec{g}_j\right) \times M\vec{g}$

$g = G \cdot \frac{M_T \text{ (massa Terra)}}{r \text{ (distanza tra Terra e corpo}}$

II° Equazione cardinale

• polo Fisso

MOMENTO CON POLO (O) FISSO = $\vec{M}^{est}_{tot,O} = \frac{d}{dt}\vec{L}_{tot,O}$

$\vec{F}^{est}_{tot} = \frac{d}{dt}\vec{p}_{tot}$

• polo mobile

MOMENTO CON POLO (O) MOBILE => $\vec{M}^{est}_{tot,cm} = \frac{d}{dt} L_{tot,cm}$.

M. con polo differente

$\vec{M}^{est}_{tot,O'} = \vec{M}^{est}_{tot,O} - \vec{r}_{O',O} \times \vec{F}^{est}_{tot}$

TEOREMI DI KÖNIG

I° TEOREMA => $\vec{L}_{tot,O} = \underbrace{\vec{L}_{cm}}_{\text{L centro di massa}} + \overbrace{\vec{L}'_{TOT}}^{\text{L del sistema.}}$

II° TEOREMA => $K_{TOT} = \frac{1}{2} M v_{cm}^2 + \sum_{j=1}^{M} \left(\frac{1}{2} m_j v_j'^2\right) = K_{cm} + K_{int}$.

MECCANICA DEGLI URTI

URTI

QUANTITÀ DI MOTO = $\vec{p} = m\vec{v}$

TEOREMA DELL'IMPULSO = $I = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt = \Delta p = \vec{F}\Delta t$

urto elastico

si conservano sia la quantità di moto che l'energia cinetica: $m_1 V_{1i} + m_2 V_{2i} = m_1 V_{1f} + m_2 V_{2f}$

$$\frac{1}{2} m_1 V_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 V_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 V_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 V_{2f}^2$$

VELOCITÀ FINALE 1: $V_{1f} = \dfrac{2m_2 V_{2i} + (m_1 - m_2) V_{1i}}{m_1 + m_2}$

VELOCITÀ FINALE 2: $V_{2f} = \dfrac{2m_1 V_{1i} + (m_2 - m_1) V_{2i}}{m_1 + m_2}$

3 CASI:

- SECONDO CORPO FERMO $(V_{2i} = 0)$ e $m_1 \neq m_2$ $= \begin{cases} V_{1f} = \dfrac{(m_1 - m_2) V_{1i}}{m_1 + m_2} \\ V_{2f} = \dfrac{2 m_1 V_{1i}}{m_1 + m_2} \end{cases}$

- $m_1 \gg m_2$ corpo di m_2 = FERMO $= \begin{cases} V_{1f} = V_{1i} \\ V_{2f} = 2V_{1i} \end{cases}$

- $m_1 \ll m_2$ corpo di m_2 = FERMO $\begin{cases} V_{1f} = -V_{1i} \\ V_{2f} = 0 \end{cases}$

urto elastico due pendoli. m_1, m_2

VELOCITÀ m_1 ISTANTE PRIMA URTO CON m_2 $= V_1 = \sqrt{2gh_0}$

VELOCITÀ m_2 ISTANTE DOPO URTO $= V_{2f} = \left(\frac{2}{3}\right) V_1$

urti perfettamente anelastici

VELOCITÀ $\Rightarrow V_f = \dfrac{m_1 V_{1i} + m_2 V_{2i}}{m_1 + m_2}$

Pendolo balistico

$$\underset{\text{FINALE}}{\text{VELOCITÀ}} = \frac{m}{(m+M)} \underset{\text{(VELOCITÀ PROIETTILE)}}{v_p} \Rightarrow \sqrt{2gL(1-\cos\theta)}$$

$$\text{VELOCITÀ PROIETTILE} \Rightarrow v_p = \frac{m+M}{m}\sqrt{2gL(1-\cos\theta)}$$

m = massa proiettile
M = massa blocco.

urti nel sistema di riferimento del centro di massa

LE QUANTITÀ DI MOTO SONO $\Rightarrow \vec{p}\,'_{1f} = -\vec{p}\,'_{2f}$

urti anelastici

e = coefficiente di restituzione

VARIAZIONE DELL'ENERGIA CINETICA NELL'URTO $= \frac{\Delta K}{K_i} = \frac{K_f - K_i}{K_i} = e^2 - 1$

se $e = 1 \Rightarrow$
$\Rightarrow$ energia cinetica conservata nell'urto (elastico)

$$\text{VELOCITÀ}_1 = v_{1f} = \frac{(m_1 - e m_2) v_{1i} + m_2 (1+e) v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

$$\text{VELOCITÀ}_2 = v_{2f} = \frac{m_1 (1+e) v_{1i} + (m_2 - e m_1) v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

se $e = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow$ en. cinetica trasformata in urto perfettamente anelastico.

FORMULE UTILI

Figura	PERIMETRO	Formula perimetro	AREA	Formula area	Formula inversa area
QUADRATO		2p = 4 x ℓ		A = ℓ x ℓ oppure A = ℓ²	ℓ = √A
RETTANGOLO		2p = 2 x (h + b)		A = b x h	h = A/b b = A/h
TRIANGOLO		2p = a + b + c		A = (b x h)/2	h = 2 x A/b b = 2 x A/h
ROMBO		2p = 4 x ℓ		A = (D x d)/2	D = 2 x A/d d = 2 x A/D
PARALLELOGRAMMA		2p = 2 x (a + b)		A = b x h	h = A/b b = A/h
TRAPEZIO SCALENO		2p = b+B+a+c		A = (B + b) x h/2	B + b = 2 x A/h h = 2 x A/(B + b)

Legenda: ℓ = lato; 2p = perimetro; A = area; b = base (nel trapezio: b = base minore, B = base maggiore); D = diagonale maggiore, d = diagonale minore; h = altezza.

Triangoli rettangoli	Triangoli qualunque
$b = a\sin\beta = a\cos\gamma = c\tan\beta$ $a = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{b}{\cos\gamma}$; $\tan\beta = \frac{b}{c}$	$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$
$c = a\sin\gamma = a\cos\beta = b\tan\gamma$ $a = \frac{c}{\sin\gamma} = \frac{c}{\cos\beta}$; $\tan\gamma = \frac{c}{b}$	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$
	$Area(ABC) = \frac{1}{2}bc\sin\alpha = \frac{1}{2}ac\sin\beta = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$

goniometria

Formule goniometriche

addizione e sottrazione	
$sin(\alpha+\beta) = \sin(\alpha)\cdot\cos(\beta) + \sin(\beta)\cdot\cos(\alpha)$	$tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan(\alpha)+\tan(\beta)}{1-\tan(\alpha)\cdot\tan(\beta)}$
$sin(\alpha-\beta) = \sin(\alpha)\cdot\cos(\beta) - \sin(\beta)\cdot\cos(\alpha)$	$tg(\alpha-\beta) = \frac{\tan(\alpha)-\tan(\beta)}{1+\tan(\alpha)\cdot\tan(\beta)}$
$cos(\alpha+\beta) = \cos(\alpha)\cdot\cos(\beta) - \sin(\alpha)\cdot\sin(\beta)$	$cot(\alpha+\beta) = \frac{\cot(\alpha)\cdot\cot(\beta)-1}{\cot(\beta)+\cot(\alpha)}$
$cos(\alpha-\beta) = \cos(\alpha)\cdot\cos(\beta) + \sin(\alpha)\cdot\sin(\beta)$	$cot(\alpha-\beta) = \frac{\cot(\alpha)\cdot\cot(\beta)+1}{\cot(\beta)-\cot(\alpha)}$

duplicazione		
$sin(2\alpha) = 2sin(\alpha)\cdot\cos(\alpha)$		$tan(2\alpha) = \frac{2\tan(\alpha)}{1-tan^2(\alpha)} = \frac{2}{\cot(\alpha)-\tan(\alpha)}$
$\cos(2\alpha) = cos^2(\alpha) - sin^2(\alpha)$	$\cos(2\alpha) = 1 - 2sin^2(\alpha)$ $\cos(2\alpha) = 2cos^2(\alpha) - 1$	$cot(2\alpha) = \frac{cot^2(\alpha)-1}{2\cot(\alpha)} = \frac{\cot(\alpha)-\tan(\alpha)}{2}$

bisezione	
$sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1-\cos(\alpha)}{2}}$	$tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1-\cos(\alpha)}{1+\cos(\alpha)}} = \frac{\sin(\alpha)}{1+\cos(\alpha)} = \frac{1-\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$
$cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1+\cos(\alpha)}{2}}$	$cot\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{1+\cos(\alpha)}{1-\cos(\alpha)}} = \frac{\sin(\alpha)}{1-\cos(\alpha)} = \frac{1+\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$

parametriche o razionali $t = tg\left(\frac{\alpha}{2}\right)$	
$sin(\alpha) = \frac{2t}{1+t^2}$	$tan(\alpha) = \frac{2t}{1-t^2}$
$\cos(\alpha) = \frac{1-t^2}{1+t^2}$	$cot(\alpha) = \frac{1-t^2}{2t}$

prostaferesi	
$sin\,(p) + sin\,(q) = 2\,sin\frac{p+q}{2}\cdot cos\frac{p-q}{2}$	$\sin(p) - sin\,(q) = 2\,sin\frac{p-q}{2}\cdot cos\frac{p+q}{2}$
$cos\,(p) + cos\,(q) = 2\,cos\frac{p+q}{2}\cdot cos\frac{p-q}{2}$	$\cos(p) - \cos(q) = -2\,sin\frac{p+q}{2}\cdot sin\frac{p-q}{2}$

Werner	
$\sin(\alpha)\cdot\sin(\beta) = \frac{cos(\alpha-\beta) - cos(\alpha+\beta)}{2}$	$\sin(\alpha)\cdot\cos(\beta) = \frac{sin(\alpha-\beta) + sin(\alpha+\beta)}{2}$
$\cos(\alpha)\cdot\cos(\beta) = \frac{cos(\alpha-\beta) + cos(\alpha+\beta)}{2}$	

v 2.0 1 di 1

BUONA FORTUNA PER L'ESAME!