ESERCIZI ELETTROMAGNETISMO (STILE ESAME)

In REMOTO: 2 esercizi BOFFETTA
Domande a crocette + risp. aperta GAMBINO

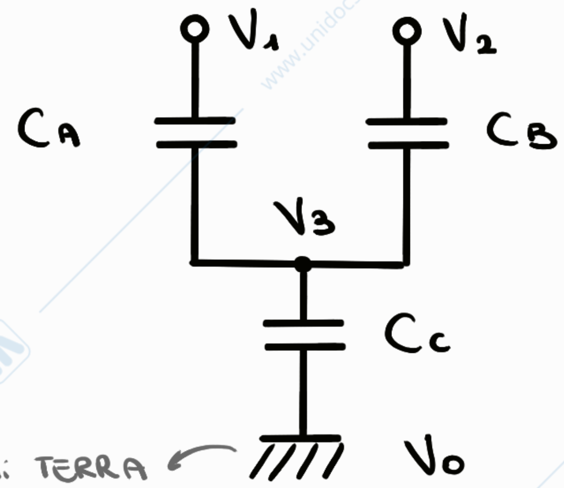
2h TOTALI

In PRESENZA: 3 esercizi e più domande.
Più tempo.

Sì calcolatrice, No formulario

ESERCIZIO 1 (ANALISI CIRCUITO, NO KIRCHHOFF)

Considero un sistema di 3 CONDENSATORI, fatto nel seguente modo:



Simbolo di TERRA
(mettere a terra un circuito significa metterlo ad un potenziale uguale a zero)

I dati sono:

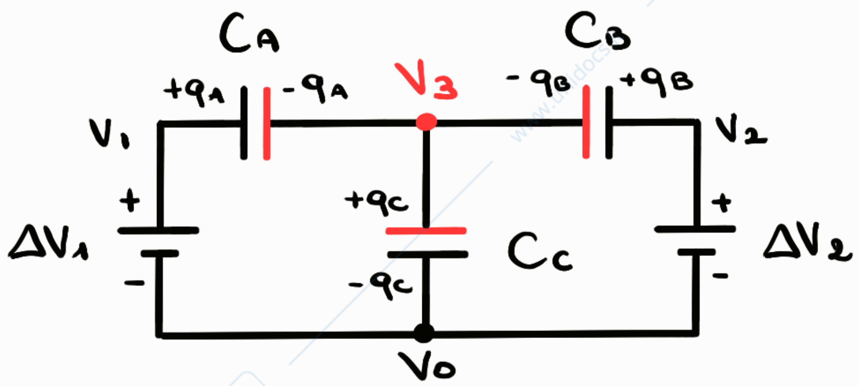
$C_A = C$ $\quad V_0 = 0\,V$

$C_B = 2C$ $\quad V_1 = 10\,V$

$C_C = 3C$ $\quad V_2 = 40\,V$

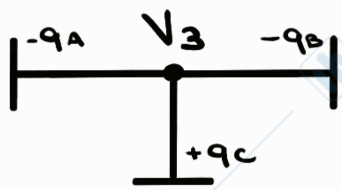
Quanto vale V_3?

Questo sistema si rappresenta con il seguente circuito:



Dobbiamo calcolare il potenziale V_3, cioè potenziale che ho nel nodo evidenziato e quindi essendo collegate tramite conduttori, il potenziale che ho sulle 3 armature evidenziate.

Ovvero tutto questo sistema:



(*)

è isolato dal resto del sistema e si trova tutto ad uno stesso potenziale V_3 da determinare.

Poi, i 3 condensatori sono collegati a delle ddp => si caricano (un'armatura con una certa carica $+q_{A,B,C}$, l'altra armatura per induzione con una carica = e opposta $-q_{A,B,C}$)

Allora, il fatto che questa (*) porzione di circuito sia isolata ci dice che lì la carica totale dev'essere $q_{TOT} = 0$ (quella porzione di circuito è iniz. scarica, è isolata e la carica si conserva → semplicemente c'è stata una ridistribuz. di cariche dovuta al fatto che le armature A e B hanno x induzione un accumulo di cariche negative, ottenuto con uno spostamento delle cariche positive da A, B a C e quindi C infatti ci risulta carica positivamente).

$$\rightsquigarrow \quad -q_A - q_B + q_C = 0 \quad \leftrightarrow \quad q_C = q_A + q_B .$$

Possiamo a questo punto usare $C = \frac{q}{\Delta V}$:

- $q_A = C_A \cdot (V_1 - V_3)$
- $q_B = C_B \cdot (V_2 - V_3)$
- $q_C = C_C \cdot (V_3 - V_0)$

$$\Rightarrow \quad C_C V_3 = C_A (V_1 - V_3) + C_B (V_2 - V_3)$$

$$(3C) V_3 = (10V) C - C V_3 + (40V) 2C - 2C V_3$$

$$(6\cancel{C}) V_3 = (90V) \cancel{C}$$

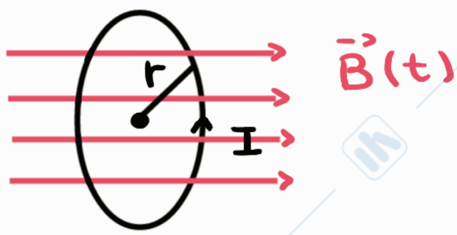
$$\boxed{V_3 = 15V}$$

ESERCIZIO 2 (LEGGE di FARADAY)

Consideriamo una spira circolare di raggio $r = 5\ cm$ immersa in un campo B uniforme $\perp$ alla spira con legge $B(t) = a + bt$, dove $a = 0{,}2\ T$ e $b = 0{,}32\ \frac{T}{s}$.

Calcolare la f.e.m. indotta e la corrente I sapendo che $R = 1{,}2\ \Omega$.

Calcolare la potenza dissipata (effetto Joule)



Se non viene richiesto il verso in cui gira la corrente si cercano i risultati in valore assoluto.

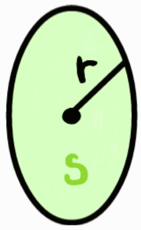
REM f.e.m. indotta: $f_i = -\dfrac{d\Phi(B)}{dt}$

Il meno però non ci interessa perché nell'es. non chiede il senso in cui gira la corrente -> ci interessa il modulo.

$\Phi(B)$ è il flusso attraverso una qls superficie appoggiata al circuito

In questo esercizio il circuito è una spira circolare piana => prendiamo come superficie il cerchio delimitato dalla spira :

$$S = \pi r^2$$



$$\Phi_S(B) = \int \vec{B} \cdot \underbrace{d\vec{S}} = BS = B\pi r^2$$

$dS \cdot \hat{n}$, $\hat{n}$ versore $\perp$ a S => $\parallel$ a $\vec{B}$

$$\Rightarrow \vec{B} \cdot d\vec{S} = \vec{B} \cdot dS\,\hat{n} = B\,dS$$

$\vec{B}$ è uniforme => B costante nello spazio.

πr^2 costante nel tempo

$$\Rightarrow \frac{d\Phi}{dt} = \pi r^2 \frac{dB(t)}{dt} = \pi r^2 \frac{d}{dt}(a + bt) =$$

$$= \pi r^2 b$$

$$\Rightarrow f_i = \pi r^2 b = \pi (0{,}05\ m)^2 (0{,}32\ \tfrac{T}{s}) =$$

$$\simeq 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ V.$$

Immediatamente così abbiamo anche la corrente :

$$I = \frac{f_i}{R} = \frac{2{,}5 \cdot 10^{-3}\ V}{1{,}2\ \Omega} \simeq 0{,}2 \cdot 10^{-2}\ A$$

Per calcolare la potenza dissipata dobbiamo ricordarci la sua definizione per effetto Joule:

$$P = f_i \cdot I = (2{,}5 \cdot 10^{-3}\ V)(0{,}2 \cdot 10^{-2}\ A) =$$

$$= 0{,}5 \cdot 10^{-5}\ W$$

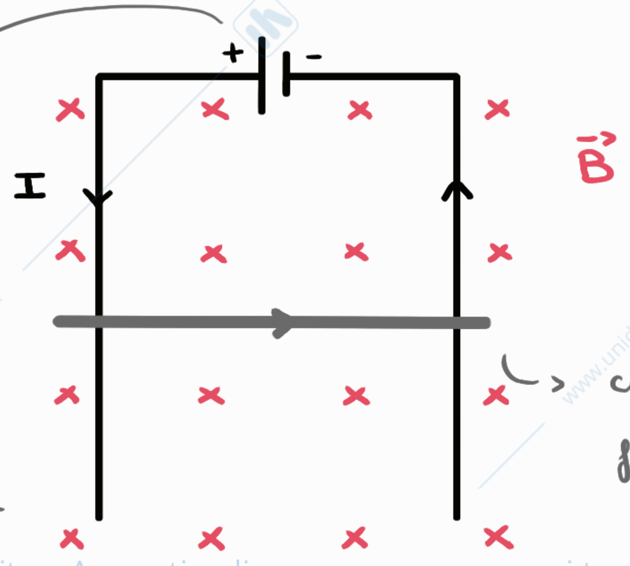
ESERCIZIO 3 (FORZA di LAPLACE)

Abbiamo un CONDUTTORE con DENSITÀ LINEARE di MASSA $\rho = 0{,}04\ kg/m$, sospeso tra due fili.

Quale corrente e in quale verso deve attraversare il conduttore affinché sia in equilibrio in un campo magnetico $\vec{B}$ uniforme entrante nel foglio e di intensità $B = 3{,}5\ T$.

Partiamo dal disegno, poi ragioniamo:

Supponiamo di avere una fem che fa scorrere una corrente. La mettiamo noi x chiudere il circuito e per mettere che scorra corrente.



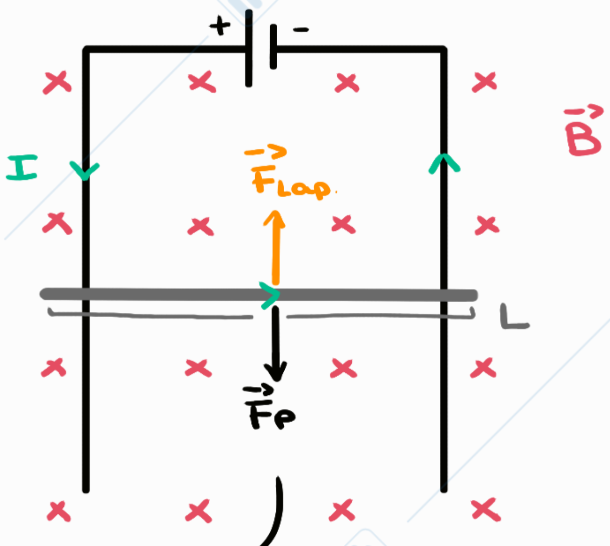
conduttore sospeso su 2 fili

La domanda è: quale corrente devo far scorrere in questo conduttore affinché resti sospeso nell'aria?

Intanto perché sospeso? Perché se scorre una corrente abbiamo una corrente che scorre immersa in un campo magnetico e ci ricordiamo che questo ha a che fare con la:

LEGGE di LAPLACE : $d\vec{F}_{Lap} = I \, d\vec{s} \times \vec{B}$

Innanzitutto, per la REGOLA della MANO DX, la forza è messa in questo modo:



POLLICE I
INDICE $\vec{B}$
MEDIO $\vec{F}_{Lap}$

Ma la barretta conduttrice è contemporaneamente soggetta ad una forza peso! Che ha modulo $F_P = mg$ ed è opposta a $\vec{F}_{Lap}$.

È chiaro dunque che affinché la barretta resti sospesa in aria in equilibrio non deve prevalere nessuna delle due forze:

$F_{Lap} > F_p$: si sposta in alto

$F_{Lap} < F_p$: si sposta in basso

$\boxed{F_{Lap} = F_p}$ → è la CONDIZIONE di EQUILIBRIO

$$F_L = \int_0^L I \underbrace{|\vec{ds} \times \vec{B}|}_{} = I B L$$

I costante, va fuori da $\int$

barretta ⊥ al campo magn.
⇒ $\vec{ds} \times \vec{B}$ ha modulo ds B, dove B unif., quindi costante e va fuori dall'integr. che diventa $\int_0^L ds = L$.

$F_p = mg$

⇝ Voglio $I B \cancel{L} = mg$
$\qquad\qquad\qquad\qquad \| $
$\qquad\qquad\qquad\quad \ell \cancel{L} g$

$$\Rightarrow I = \frac{\ell g}{B} = \frac{(0{,}04 \ kg/m)(9{,}8 \ m/s^2)}{(3{,}5 \ T)} =$$

$$= 0{,}112 \ A$$

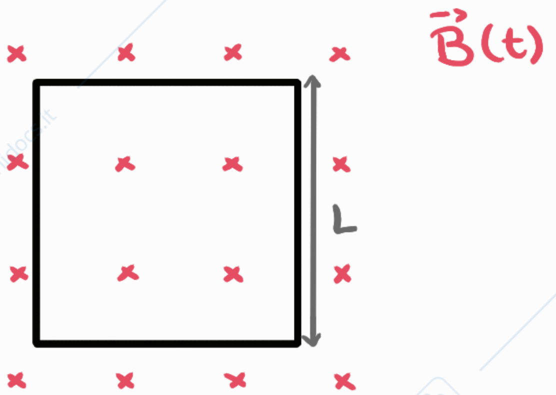
Il verso della corrente è quello che abbiamo disegnato in quanto t.c. F_{Lap} e F_p abbiano verso opposto.

ESERCIZIO 4 (LEGGE di FARADAY)

⚠ MOLTI FANNO ERRORI IN QS ESERCIZIO

Abbiamo una spira quadrata di lato $L = 10$ cm e resistenza $R = 10\ \Omega$. È immersa in un campo magnetico uniforme ⊥ alla spira, che varia nel tempo con modulo $B(t) = B_0 \sin(\omega t)$ con $B_0 = 0{,}2$ T e $\omega = 5$ rad/s.

Calcolare I_{max} nella spira e calcolare la FORZA su un lato della spira (sono tutti uguali, è indifferente quale) esercitata dal campo magnetico e il suo valore massimo F_{max}.



Usiamo la LEGGE di FARADAY :

calcolato nell'es. 2

$$f_i = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt}(BS) = L^2 \frac{dB(t)}{dt} =$$

(NON ci CHIEDE IL VERSO della CORRENTE → mi BASTA IL MODULO)

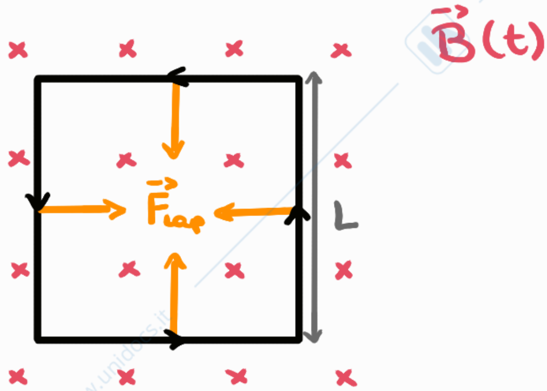
$$= L^2 \frac{d}{dt}\left(B_0 \sin(\omega t)\right) = L^2 B_0 \,\omega \cos(\omega t)$$

$$I = \frac{f_i}{R} = \frac{L^2 B_0 \omega}{R} \cos(\omega t)$$

$$-1 \leq \cos(\omega t) \leq 1 \quad \Rightarrow \quad \max \cos(\omega t) = 1$$

$$\Rightarrow I_{max} = \frac{L^2 B_0 \omega}{R} = \ldots = 10^{-3}\ A.$$

Per la LEGGE di LAPLACE, su un lato della spira : $\vec{F}_{Lap} = I \vec{L} \times \vec{B}$



DIREZIONE e VERSO:

(in questo partic. caso con B entrante e I in s. antiorario)

↳ Non vengono richiesti però

MODULO :
$$F_{Lap}(t) = \frac{L^2 B_0 \omega}{R} \cos(\omega t)\, L\, B_0 \sin(\omega t)$$

$$= \frac{L^3 B_0^2 \omega}{R} \sin(\omega t)\cos(\omega t) =$$

$\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$

$$= \frac{L^3 B_0^2 \omega}{2R} \underbrace{\sin(2\omega t)}_{\max \sin(2\omega t) = 1}$$

$$\Rightarrow F_{max} = \frac{L^3 B_0^2 \omega}{2R} = \ldots = 10^{-5}\ N.$$

ATTENZIONE : $F_{max} \neq I_{max} L B_{max}$!

Se infatti avessi preso $I_{max} = \frac{L^2 B_0 \omega}{R}$ e

$B_{max} = B_0$ e calcolato la forza massima come $I_{max} L B_{max}$ avrei ottenuto:

$$F = \frac{L^3 B_0^2 \omega}{R} = 2 F_{max} !$$

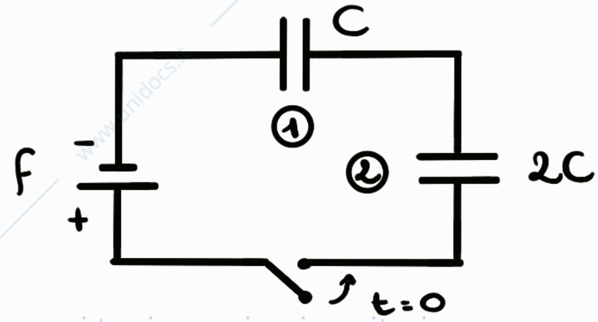
Il motivo è che la corrente e il campo magnetico, essendoci una derivata, sono sfasate! (Una è un COSENO, l'altra un SENO)

Per questo devo ricavare F_{Lap} in fne del tempo e solo dopo trovare il massimo di quel prod. $\sin(\omega t)\cos(\omega t)$ che è, essendo sin e cos sfasati, $\neq$ dal prodotto dei massimi $(\max \sin(\omega t))(\max \cos(\omega t))$!

↳ FACCI ATTENZIONE in QLS FENOMENO FISICO!

ESERCIZIO 5

$f = 6V$



Al tempo $t=0$ viene chiuso l'interruttore e viene chiesto di calcolare la ddp sul condensatore di capacità $2C$, ΔV_2, in condizioni di regime (ossia su tempi lunghi, $t \gg 0$, dopo un assestamento iniziale)

ATTENZIONE: Condensatori + dipendenza dal tempo -> CAMPANELLO D'ALLARME: problema di: carica / scarica dei condensatori !

Ricordiamo, che durante il processo di carica e scarica la corrente scorre (nei condensatori, abbiamo visto, passa la cosiddetta corrente di spostamento), ma non appena il condensatore è completamente carico o completamente scarico, non passa più nessuna corrente (un condensatore ha il vuoto o un dielettrico tra le due armature)

=> In condizioni di regime: $I = 0$.

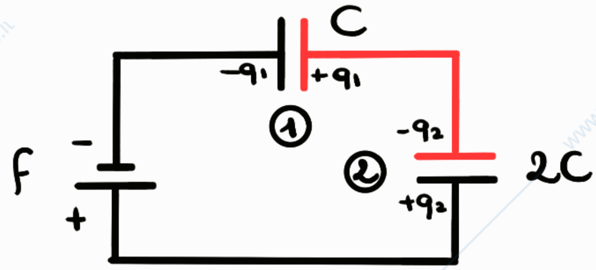
Quelle che ci sono, sono solo delle ddp e avendo una sola maglia scrivo un'unica l. di Kirchhoff:

$$F = \Delta V_1 + \Delta V_2$$

La capacità è definita come: $C = \frac{q}{\Delta V}$.

Facciamo ora un ragionamento spesso utile con i condensatori collegati:

il pezzo di circuito qui evidenziato è isolato dal resto, quindi lì la carica totale è nulla:



$$q_1 - q_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad q_1 = q_2 = q.$$

$$\Rightarrow \quad \Delta V_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q}{C} \quad e \quad \Delta V_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{q}{2C}$$

E quindi: $f = \frac{q}{C} + \frac{q}{2C} = \frac{3q}{2C}$

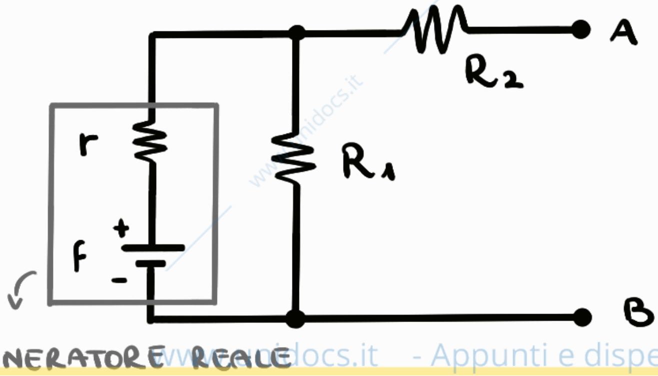
$$\Rightarrow q = \frac{2Cf}{3}$$

E quindi: $\Delta V_1 = \frac{q}{C} = \frac{1}{\cancel{C}} \frac{2}{3} \cancel{C} f = 4\,V$

$$\Delta V_2 = \frac{q}{2C} = \frac{1}{\cancel{2C}} \frac{\cancel{2}}{3} \cancel{C} f = 2\,V.$$

ESERCIZIO 6 (ANALISI CIRC. RESISTENZE, NO KIRCH.)

Abbiamo un circuito fatto nel seguente modo:

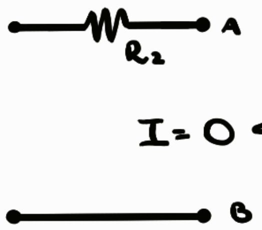


$f = 10V \qquad r = 2\,\Omega$

$R_1 = 10\,\Omega \qquad R_2 = 5\,\Omega$

ΔV_{AB} a circuito aperto = ?

"CIRCUITO APERTO" significa che non c'è nulla che collega direttamente A e B:



$I=0$ ← vuol dire che qui in mezzo non scorre corrente.

Ma non solo! La corrente può scorrere solo se il circuito è chiuso ⇒ nel nostro circuito scorre solo nella maglia a sx e dunque abbiamo $I=0$ in entrambi i rami disegnati qui sopra.

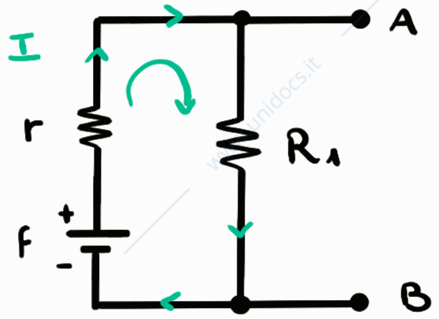
⇒ La corrente che attraversa R_2 è $I_{R_2}=0$.

Ma $R=\frac{\Delta V}{I}$ ⇒ $\Delta V = RI$

⇒ La ddp ai capi di R_2 è $\Delta V_{R_2}=0$.

⇝ R_2 è come se non ci fosse, come se fosse un conduttore! (se in una resist. non passa corrente ⇒ non c'è caduta di potenziale ⇒ è come se non ci fosse)

Quindi alla fine è come se avessi:



e dunque $\Delta V_{AB} = \Delta V_{R_1}$ (la ddp tra A e B è la stessa che ho ai capi di R_1).

Singola maglia → non ho bisogno di fare l'analisi con Kirchhoff.

r e R_1 sono in SERIE ⇒ si sommano:
$R_{TOT} = r + R_1$ e dunque la corrente che scorre nella maglia sarà:

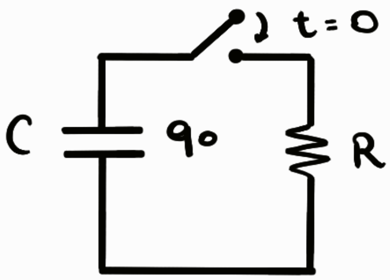
$$I = \frac{f}{R_{TOT}}$$

$$\Rightarrow \Delta V_{R_1} = R_1 \cdot I = \frac{R_1}{R_1 + r} f = \frac{10\,\cancel{\Omega}}{12\,\cancel{\Omega}} \cdot 10V =$$

$$= 8,33\ V$$

ESERCIZIO 7 (SCARICA CONDENSATORE)

Consideriamo il seguente circuito:



carica iniziale $q(0) = q_0$

$C = 4\,\mu F$ $R = 5\,M\Omega$

Calcolare il tempo t t.c. l'energia del condensatore si sia dimezzata risp. al tempo iniziale $t=0$: $U_C(t) = \frac{1}{2} U_C(0)$

Al tempo $t=0$ chiudo l'interruttore, la corrente inizia a scorrere, il condensatore si scarica esponenzialmente nel tempo, bisogna calcolare dopo quanto tempo l'energia nel condensatore si è dimezzata.

L'energia in un condensatore è:

$$U_C = \frac{1}{2} C \Delta V^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} .$$

$C = q/\Delta V$

Poi, la SCARICA di UN CONDENSATORE su una RESISTENZA, avviene in modo esponenziale con la costante di tempo RC, cioè:

$$q(t) = q_0 \, e^{-t/RC}$$

Sostituisco sopra:

$$U_C(t) = \frac{1}{2C} q_0^2 \, e^{-2t/RC} = \frac{1}{2} \frac{1}{2C} q_0^2 = \frac{1}{2} U_C(0)$$

Risolvo l'eq.ne in t:

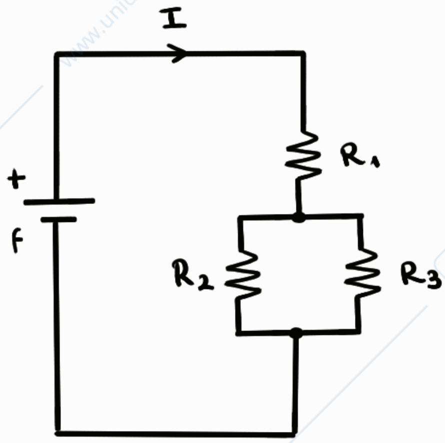
$$e^{-2t/RC} = \frac{1}{2}$$

$$-\frac{2t}{RC} = \ln(1/2)$$

$$t = -\frac{RC}{2} \ln(1/2) \simeq 6,93 \text{ s}$$

(DAL CAP. 2)

Esempio 1 : TECNICA NON NECESSARIA



Si capisce subito che:

- R_2, R_3 in PARALLELO
- R_1 in SERIE con la Req data da R_2 e R_3

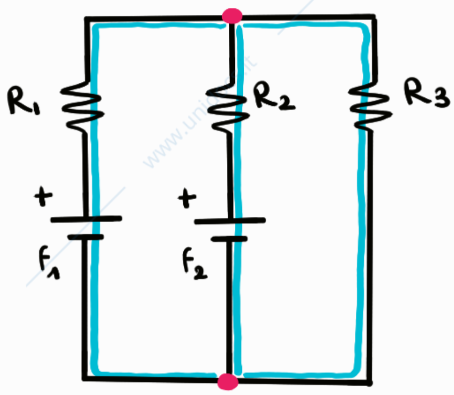
$$\Rightarrow R_{TOT} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

E la corrente è $I = \dfrac{f}{R_{TOT}}$.

→ RISOLTO!

Esempio 2 : TECNICA NECESSARIA

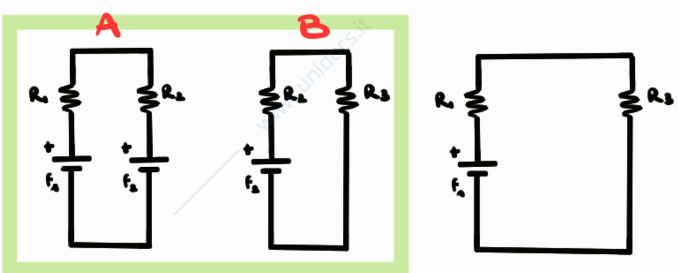
(Questa è la max difficoltà dei circuiti che troverai all'esame)



- \# NODI = 2
- \# RAMI = 3

(1) \# MAGLIE INDIP. = \# RAMI - \# NODI + 1 = 3 - 2 + 1 = 2

Di 3 maglie totali:

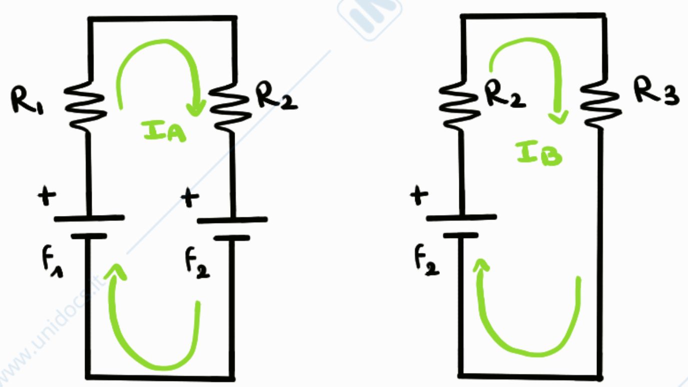


due sono indipendenti.

NOTA: Quali due considerare indipendenti è arbitrario. Per es. prendendo le 2 piccole, ho già considerato tutti i rami del circuito, quindi sono ok. Ma potremmo anche prendere una maglia piccola e la grande.

Prendiamo le DUE PICCOLE.

2) Suppongo che la corrente in queste due maglie giri in senso orario.
Chiamo I_A la corrente che scorre nella prima maglia e I_B la corrente che scorre nella seconda.



3) Scrivo la II KIRCHHOFF per queste due maglie:

MAGLIA A: $f_1 - f_2 = R_1 I_A + R_2 I_A - R_2 I_B$

- Le f si considerano (+) se percorse da - a +
  (−) se percorse da + a -
- Devo cons. tutte le correnti che passano nelle

resistenze. Ai termini $R \cdot I$ metto segno + quando I è la corrente della maglia che sto considerando. Invece per i termini $R \cdot I$ dove I è la corrente di altre maglie, metto + se I ha lo stesso verso della corrente della maglia, − altrim.
(Qui in R_2 scorrono sia I_A che I_B, con versi opposti dentro R_2 => essendo nella maglia A, $R_2 I_A$ è + e $R_2 I_B$ è −).

MAGLIA B: $f_2 = R_2 I_B - R_2 I_A + R_3 I_B$

4 Risolvo il sistema di 2 eq.ni, riscritte evidenziando a sx le incognite I_A e I_B e a dx i termini noti:

$$\begin{cases} (R_1 + R_2) I_A - R_2 I_B = f_1 - f_2 \\ -R_2 I_A + (R_2 + R_3) I_B = f_2 \end{cases}$$

=> (Cramer)

$$I_A = \frac{\begin{vmatrix} f_1 - f_2 & -R_2 \\ f_2 & R_2 + R_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_2 + R_3 \end{vmatrix}}$$

Il valore di I_A e I_B sarà positivo se ho assunto il verso effettivo, negativo altrim.

$$I_B = \frac{\begin{vmatrix} R_1 + R_2 & f_1 - f_2 \\ -R_2 & f_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_2 + R_3 \end{vmatrix}}$$

⚠ **ATTENZIONE**: spesso gli esercizi non chiedono la corrente che scorre nelle maglie, ma quella che scorre in una precisa resistenza

Es I valori assoluti della corrente che scorre in R_1, R_2, R_3 sono rispettivam.:

$I_1 = |I_A|$

$I_2 = |I_A - I_B|$

$I_3 = |I_B|$