

## ONDE:

- **Eq. ne di D'Alembert:**  $\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$

soluz:  $\xi(x, t) = f(x - vt) + g(x + vt)$

---

- **ONDA ARMONICA PIANA:**

$$\xi(\vec{r}, t) = \xi_0 \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi)$$

IN BASE AI DATI FORNITI, SOSTITUIRE  $\vec{k}$ ,  $\omega$ , USANDO:

- $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \hat{n}$

REL. DISPERSIONE

- $v = \lambda \nu = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \nu$

- **ONDA ARMONICA SFERICA in COORD. POLARI:**

$$\xi(r, t) = \frac{\xi_0}{r} \sin(kr - \omega t + \varphi),$$

sempre usando REL. di DISP.

---

- **ONDA ARMONICA STATIONARIA:**

$$\xi(x, t) = [2A \sin kx] \cos \omega t$$

ES: **CORDA TESA ESTREMI FISSATI**

$$\lambda = \frac{2L}{n}$$

(L: lung. corda, n ∈ ℤ)

$$v = \sqrt{\frac{T_c}{\rho_c}}$$

→ Fattore elastico / fatt. inerziale  
 → Tensione corda  
 → ρ<sub>c</sub> = ρ / 3 DENSITA' LIN.

⇒ **FREQUENZE AMMESSE** :

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T_c}{\rho_c}}$$

(**FONDAMENTALE n=1**)

• **BATTIMENTI** : **FREQUENZA = SOTTRAZIONE delle FREQUENZE**

• **POTENZA TRASFERITA da un' ONDA**:

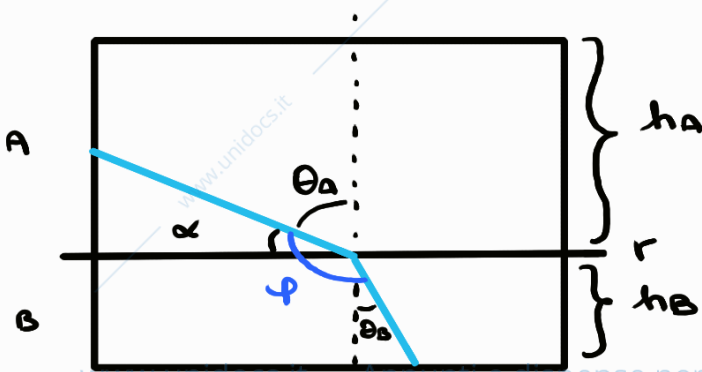
$$P = \frac{1}{2} \rho_c A^2 \omega^2 v$$

• **EFFETTO DOPPLER** :

$$v = \frac{v - v_{\text{RICEVITORE}}}{v - v_{\text{SORGENTE}}} v_0$$

- v : vel. onda nel mezzo
- v : freq. percepita
- v<sub>0</sub> : freq. naturale

• **ONDE SUPERFICIALI in un LIQUIDO**



- v<sub>A</sub> = v<sub>B</sub> = f
- v<sub>A</sub> = √(g h<sub>A</sub>) = λ<sub>A</sub> f
- v<sub>B</sub> = √(g h<sub>B</sub>) = λ<sub>B</sub> f
- n<sub>A,B</sub> =  $\frac{c}{v_{A,B}}$

**SNELL**: n<sub>A</sub> sin θ<sub>A</sub> = n<sub>B</sub> sin θ<sub>B</sub>

## • RIFLESSIONE e RIFRAZIONE:

**SNELL:**  $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$ ,

$$n_i = \frac{c}{v_i}$$

**DISTANZA RETTE / FASCI di LUCE:**  $d = h \frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\cos(\theta_2)}$   
(arriva da fuori)

**DIAMETRO CERCHIO di LUCE:**  $d = 2h \operatorname{tg} \theta_2$   
(arriva da dentro)

(considero  $\theta_1 = \pi/2$  ANGOLO LIMITE)

## • INTERFERENZA:

POTENZA RICEVUTA nel PUNTO di RICOMBINAZIONE:

$$P = \frac{1}{\cos^2(\delta/2)} \quad \text{con} \quad \delta = k(r_2 - r_1) \quad \text{e} \quad k = \frac{2\pi f}{c}$$

## • INTERFERENZA YOUNG (2 FENDITURE):

Negli es. alla fine si usa sempre questa!

**DISTANZE:**  
(2 consec. :  $n=1$ )

$$\left\{ \begin{array}{l} x_n = n \frac{L}{d} \lambda \quad \text{MASSIMI} \\ x_n = (n + \frac{1}{2}) \frac{L}{d} \lambda \quad \text{MINIMI} \end{array} \right.$$

## • INTERFERENZA da RETICOLO:

**DISTANZA 2 MASSIMI PRINCIPALI:**  $\Delta = L \frac{\lambda}{d} = \frac{L}{d} \frac{c}{v}$

Distanza FENDITURE

● **DIFFRAZIONE :**

**DISTANZA NODI (minimi) :**

$\Delta = \frac{\lambda}{a} L$

LARGHEZZA FENDITURA

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

# RELATIVITÀ :

## • ESPERIMENTO MICHELSON e MORLEY :

**OBIETTIVO** : provare attraverso l'esempio di un nuotatore in un fiume, l'esistenza del VENTO d'ETERE, cioè provare il moto relativo dell'etere (fiume) rispetto alla Terra (riva) nota la velocità della luce (nuotatore),  $c$ , risp. all'etere.

**UNICO RISULTATO** :  $c$  è la stessa in tutti i SRI.



L'esperimento più eclatante che lo conferma è il decadimento del pione neutro  $\pi^0$  in 2 fotoni (CERN, anni '60)

## • RELATIVITÀ RISTRETTA :

### • 2 POSTULATI :

1) Tutti i SRI sono fisicamente equivalenti e in ognuno di essi le leggi della fisica hanno la stessa forma.

2) La velocità della luce nel vuoto ha lo stesso valore  $c$  in tutti i SRI.

$$\Delta s^2_{AB} = \Delta s'^2_{AB}$$

### • INTERVALLO tra DUE EVENTI (invariante rel. : $\gamma$ )

$$\Delta s^2_{AB} = c^2 (t_B - t_A)^2 + (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2 =$$

$$= c^2 \Delta t_{AB}^2 - \Delta \vec{x}^2$$

Un segnale luminoso che viaggia a vel.  $c$  ha  $|\Delta \vec{x}| = c \Delta t$  e (sempre per la LUCE) vale  $\Delta S^2_{AB} = \Delta S'^2_{AB} = 0$ .

$\Delta S^2_{AB} > 0$  : int. di tipo **TEMPO**

$\Delta S^2_{AB} = 0$  : int. di tipo **LUCE**

$\Delta S^2_{AB} < 0$  : int. di tipo **SPAZIO**

## • TRASFORMAZIONI di LORENTZ

(spostam. lungo  $x$  a vel  $\sigma$ )

$$\begin{cases} x' = \gamma (x - \sigma t) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma (t - \frac{\sigma}{c^2} x) \end{cases} \rightarrow \sigma = \text{VELOCITÀ RELATIVA}$$

$$x'^M = \Lambda^M_{\nu} x^{\nu}$$

$$\begin{bmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$\beta = \frac{\sigma}{c}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\sigma^2}{c^2}}}$$

**SIMULTANEITÀ e CAUSALITÀ**

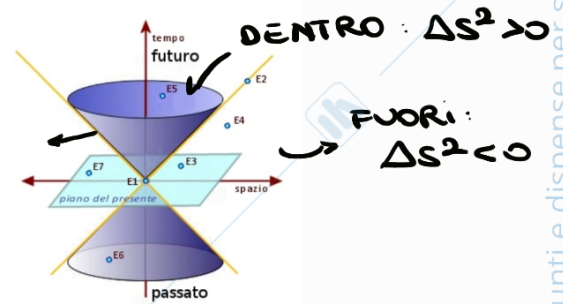
∃ un SRI in cui A e B sono **SIMULTANEI**  
 se  $\Delta S^2_{AB} = c^2 \Delta t^2_{AB} - \Delta x^2_{AB} < 0$  (tipo SPAZIO)

∃ un SRI in cui A e B **COINCIDONO SPAZIALMENTE**  
 se  $\Delta S^2_{AB} \geq 0$  (tipo TEMPO o LUCE)

Due eventi **CONNESSI CAUSALMENTE** hanno  $\Delta S^2_{AB} \geq 0$ . La causa viaggia a vel.  $u = \frac{|\Delta \vec{x}|}{\Delta t}$

**DIAGRAMMA di MINKOWSKI**

IPERCONO:  
 $\Delta S^2 = 0$



**CONTRAZIONE delle LUNGHEZZE:**  $L' = \gamma(v) L$

**DILATAZIONE dei TEMPI:**

$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\gamma(v)}$  → TEMPOTERRA:  $\Delta t = \frac{d}{c}$

ANNO LUCE: 1 ANNO · c

TEMPO IN ASTRONAVE  $\Delta t' = \frac{d}{\gamma v}$

**TRASFORMAZIONI delle VELOCITÀ:** (vel. v lungo x)

$dt' = \gamma (dt - v/c^2 dx)$

$dx' = \gamma (dx - v dt)$

$\Rightarrow u_x' = \frac{dx'}{dt'} = \dots = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2} u_x}$

$dy' = dy$

$dz' = dz$

$u_y' = \frac{dy'}{dt'} = \dots = \frac{u_y}{\gamma(1 - \frac{v}{c^2} u_x)}$

ASTRONAVI UNA VERSO L'ALTRA, VEL. REL: USO  $u^{\mu}$  CON

$u^x = -v$  e poi ne considero le val. ass:  $v_{rel} = \frac{2v}{1 + \frac{v^2}{c^2}}$

• **QUADRI VELOCITA'**:  $u^{\mu} = \gamma(u) (c, \vec{u})$

**TL**: in un SRI  $K'$  in moto risp. a  $K$  a vel.  $v$   
lungo  $x$ :

$$u'^{\mu} = \Lambda^{\mu}_{\nu} u^{\nu}$$

$$u'^{\mu} = \begin{bmatrix} \gamma_{\nu} & -\beta\gamma_{\nu} & 0 & 0 \\ -\beta\gamma_{\nu} & \gamma_{\nu} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \gamma_{\mu} \begin{bmatrix} c \\ u^x \\ u^y \\ u^z \end{bmatrix} = \gamma_{\mu} \gamma_{\nu} \begin{bmatrix} c - \frac{v}{c} u^x \\ u^x - v \\ u^y / \gamma_{\nu} \\ u^z / \gamma_{\nu} \end{bmatrix}$$

Ma dato che  $u'^{\mu} = \gamma(u') (c, \vec{u}')$

$$\Rightarrow \gamma(u') c = \gamma(u) \gamma(v) (c - \frac{v}{c} u^x)$$

$$\Rightarrow \gamma(u') = \gamma(u) \gamma(v) (1 - \frac{v}{c^2} u^x)$$

• **QUADRI IMPULSO** (quadrivettore) :  $p^{\mu} = m u^{\mu} = m \gamma(u) (c, \vec{u})$

**COMPONENTI**:

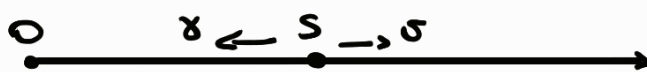
**TEMPORALE**:

$$p^0 = m \gamma(u) c$$

**SPAZIALE**:

$$\vec{p}_{rel} = m \gamma(u) \vec{u}$$

**Per un FOTONE (massa nulla e vel.  $c$ ):**



PER O:

$$p^M = \hbar k^M = \hbar \left( \frac{\omega}{c}, \vec{k} \right) = \hbar \left( \frac{v}{c}, \frac{v}{c} \hat{n} \right) = \hbar \left( \frac{v}{c}, -\frac{v}{c} \cos \alpha, 0, 0 \right)$$

lungo  $x$

con  $\cdot p_0 = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}$

$\cdot p = |\vec{p}| = p_0$

↓

$\alpha = \pi$  si ALL. S e O  
 $\alpha = 0$  si AVVICINANO

PER S:

$$p'^M = \Lambda^M_{\nu} p^{\nu}$$

• **ENERGIA CINETICA e di MASSA:**

EN. TOT:  $E = mc^2 + T = \gamma(v) mc^2 = c p^0$

$\hookrightarrow p_0 = \frac{E}{c}$

$mc^2$  : ENERGIA di MASSA

$T = (\gamma(v) - 1) mc^2 = c p^0 - mc^2$  : EN. CINETICA

Per le **PARTICELLE a MASSA NULLA** (es. FOTONI):

$$E = |\vec{p}| c$$

• **EFFETTO DOPPLER RELATIVISTICO:**

$$\underset{\text{EMESSA}}{v} = \gamma(v) (1 + \beta \cos(\alpha)) \underset{\text{OSSERVATA}}{v'}$$

$\alpha = \pi$  : si ALLONTANANO OSSERV. e SORG.

$\alpha = 0$  : si AVVICINANO

Per l'effetto Doppler relativistico, la frequenza osservata può essere molto minore di quella emessa: è il motivo per cui vediamo la luce delle stelle molto lontane spostata verso il rosso (freq. più bassa di quella realmente emessa). Il fenomeno è detto **REDSHIFT**.



Per la conservat. dell'energia, l'energia di ciascun fotone  $\sim$  energia di  $e^\pm$ :

$$E_\gamma \approx mc^2 \rightarrow |\vec{p}_\gamma| = \frac{E_\gamma}{c}$$

(ANALOGHE CONSIDERAZ. x il PIONE NEUTRO  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ )  
 $\hookrightarrow$  cambia solo la massa

• **ATOMO di BOHR**: (H: idrogeno)

LIVELLI ENERGETICI ATOMO di BOHR:  $E_n = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2}$

FONDAMENTALE:  $n=1$

Nella TRANSIZIONE di un ELETTRONE tra livelli viene:

- **EMESSO** un FOTONE (se  $n_i > n_f$ )
- **ASSORBITO** un FOTONE (se  $n_i < n_f$ )

FOTONE ha ENERGIA  $E = \nu h = |E_{n_i} - E_{n_f}|$

## • RELAZIONI di DE BROGLIE:

De Broglie associa alle particelle massive:

$$v = \frac{E}{h}$$

$$\lambda = \frac{h}{|\vec{p}'|}$$

$$\left( \begin{array}{l} \text{con } E = m\gamma(v)c^2 \\ |\vec{p}'| = m\gamma(v)v \end{array} \right)$$

La velocità di fase è:  $v_f = v\lambda = \frac{E}{|\vec{p}'|} = \frac{c^2}{v} > c$ .

Risultato strano, ma corretto: l'onda associata alla particella è necessariamente un PACCHETTO D'ONDA. Quella che dev'essere  $< c$  è la velocità di gruppo  $v_g$ .

POTENZA EMessa da LAMPADA  
MONOCROMATICA:

$$P = N E$$

↑  
# FOTONI al SEC.  
↓  
h

# ELETTROMAGNETISMO

CAMPO UNIFORME:  $\vec{A}(\vec{x}) = \vec{A}_0$  (costante nello spazio)

CAMPO CENTRALE:  $\vec{F} = \frac{\vec{r}}{r^3}$

Per questi vale  $\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = 0$  e  $\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$ .

• LA CARICA SI CONSERVA.

• LEGGE di COULOMB:  $\vec{F}_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^3} \vec{r}$   $\begin{cases} qq' > 0 \text{ ATTR.} \\ qq' < 0 \text{ REPU.} \end{cases}$

•  $\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$

• CAMPO ELETTRICO:  $[N/C]$   
(STUDIA IN COMPONENTI!  $E_x, E_y, E_z$ !)

• - Generato da carica puntiforme

MODULO  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^3} r$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \vec{r}$$

• - N cariche discrete

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3} (\vec{r}-\vec{r}_i)$$

in cui calcolo il campo

( $\vec{r}$ : vettore ORIGINE - PUNTO,  $\vec{r}_i$ : vettore ORIGINE - CARICA)

• FLUSSO ATTRAVERSO SUPERFICIE:  $\Phi_s(E) = \int_s \vec{E} \cdot \hat{n} dS$

X LE SUPERFICI CHIUSE E' VERSO L'ESTERNO

• TEOREMA di GAUSS:  $\Phi_s(E) = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$

• DENSITA' di CARICA:

- per unita' di volume:  $\rho = \frac{dq}{dV}$

- **lineare**:  $\lambda = \frac{dq}{dl}$

- **superficiale**:  $\sigma = \frac{dq}{dS}$

• **SFERA UNIF. CARICA**:

(USO GAUSS CON UNA SFERA di RAGGIO  $r$  come  $S$ )

$r < R$  :  $q_{int} = q \cdot \frac{V(r)}{V(R)}$  → VOLUME  
 $r > R$  :  $q_{int} = q$

• **TEOREMA DIVERGENZA**:

$$\Phi_S(\vec{A}) = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{A} \, dV$$

• **ENERGIA POTENZIALE**:


$$U(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r}$$

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}U$$

$= \frac{U}{q}$

**POTENZIALE ELETTRICO**:

$[V]$  1/C

$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$  

✗ - **carica puntiforme**:

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

✗ - **N cariche discrete**:

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|}$$

**SFERA UNIF. CARICA**:

Uso i risultati di  $\vec{E}$  a cui applico  $V(r) = -\int E(r) dr$

$r > R$ :  $\lim_{r \rightarrow \infty} V(r) = 0$  (x trovare la cost. +C)

$r < R$ :  $\lim_{r \rightarrow R^+} V(r) = \lim_{r \rightarrow R^-} V(r)$

✗ • **CONDENSATORI**:

$$\Delta V_c = q/C$$

**SERIE**:  $C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ ,  $q_1 = q_2$ ,  $\Delta V_1 + \Delta V_2$

**PARALLELO:**  $C_{eq} = C_1 + C_2, \quad q_1 + q_2, \quad \Delta V_1 = \Delta V_2$

**ENERGIA INTERNA CONDENSATORE CARICO:**

$E = \frac{1}{2} C \Delta V^2 = \frac{q^2}{2C}$

**CORRENTE:**  $I \equiv \frac{dQ}{dt} \quad [A]$

**DENSITA' di CORRENTE:**  $\vec{j}$

**EQ. NE di CONTINUITA':**  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0$

**I LEGGE OHM (Resistenza):**  $R = \frac{\Delta V}{I} \quad [\Omega]$

**II LEGGE OHM (Resistivita'):**  $R = \rho \frac{l}{S}$

**POTENZA:**  $P = \frac{dE}{dt} \quad (\text{ENERGIA}) \quad \text{opp.} \quad \frac{dL}{dt} \quad (\text{LAVORO})$

**POTENZA DISSIPATA x EFFETTO JOULE:**  $\text{Ma } P = \frac{dU_R}{dt} \Rightarrow \text{CALORE (EN.) DISSIPATO: } U_R = \int_0^t P(t) dt$

$P = \Delta V \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{\Delta V^2}{R}$

**RESISTENZE:**  $\Delta V_R = R I$

**SERIE:**  $R_{eq} = R_1 + R_2, \quad I_1 = I_2, \quad \Delta V_1 + \Delta V_2$

**PARALLELO:**  $R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \quad I_1 + I_2, \quad \Delta V_1 = \Delta V_2$

**X** • LEGGI di KIRCHHOFF :

**I** (Nodi)  $\sum_i I_i = 0$ ,  $I_i > 0$  USCENTE,  
 $I_i < 0$  ENTRANTE.

(RAMI)

**II**  $\sum_i \Delta V_i = 0$  (  $f = \Delta V_1 + \Delta V_2 \dots$  )

**EFFETTI di  $\vec{B}$  su I**

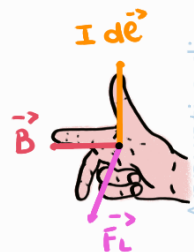
• FORZA di LORENTZ:  $\vec{F}_L = q \vec{v} \times \vec{B}$   
 ( forza di  $\vec{B}$  sulla singola carica )  $\perp$  a  $\vec{v}$  e  $\vec{B}$

( UNITA' di MISURA  $[\vec{B}] = T$  )

**X** • LEGGE di LAPLACE  
 ( forza di  $\vec{B}$  sulla corrente )

$d\vec{F}_L = I d\vec{s} \times \vec{B}$

$\vec{F}_L = \int_{\text{FILO}} d\vec{F}$



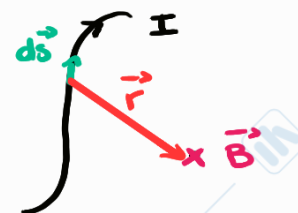
• MOMENTO SPIRA RIGIDA:  $\vec{M} = IS \hat{n} \times \vec{B}$

**$\vec{B}$  GENERATO DA I**

**X** • LEGGE FONDAM. MAGNETOSTATICA:

$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$

$\Rightarrow \vec{B} = \int_{\text{FILO}} d\vec{B}$



**X** •  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A}$

**X** • CAMPO MAGN. FILO  $\infty$  :

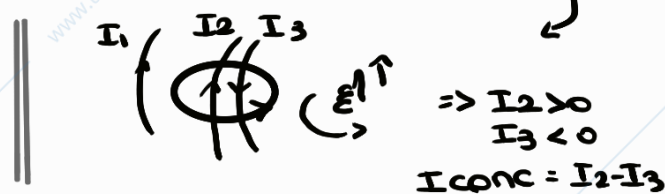
$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

Ottenuto con Ampère, usando come C un cerchio di raggio R coincidente con una delle linee di  $\vec{B}$   $\rightarrow$  dist. dal filo

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

**X** • **TEOREMA di AMPÈRE** :  $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{e} = \mu_0 I_{conc}$



⚠ **SOLO SE B VARIABILE** ←

**I INDOTTA da  $\vec{B}$**

**X** • **FLUSSO MAGNETICO CONCATENATO**  
 al circuito:  $\Phi_C(B) = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} dS$  ( $C = \partial S$ )

**X** • **LEGGE di FARADAY** :  $f_i = - \frac{d\Phi_C(B)}{dt}$  (DI SOLITO INTEGRA SOTTO IL SEGNO MINUS, MA QUI SI PRENDI IL MODULO → SENZA)

**X** • **CORRENTE INDOTTA**:  $I = \frac{f_i}{R}$

↓  
 Che ha **VERSO** dato dalla **LEGGE di LENZ**:  
 la corrente gira in verso tale da generare un nuovo campo magn. che si oppone alla variazione del flusso.

**AUTOINDUZIONE**

**AUTOINDUZ.** **NON SI TRASCURA** se:

- 1) Molte spire
- 2)  $\frac{dI}{dt} \neq 0$

• **INDUTANZA** :

$$L = \frac{\Phi(B)}{I}$$

(coeff. di autoinduzione):

**X** • **F.E.M. AUTOINDOTTA**:  $f_a = - \frac{d\Phi}{dt} = - L \frac{dI}{dt}$

⚠ È UNA F.E.M. !! **ATTENZIONE ALL'ANALISI CIRCUITALE**

⚠ **ATTENZIONE** SE I CRESCE ( $\frac{dI}{dt} > 0$ ) O DECRESCIE ( $\frac{dI}{dt} < 0$ )

✗ **ENERGIA** nell'INDUTTANZA:  $U_L = \int_0^I L I dI$   
EN. x GENERARE CAMPO MAGN.

✗  $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

✗ **VALOR MEDIO**:  $M[a,b] = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$

✗ **EDO LINEARI I ORDINE (non omogenee)**

$$\begin{cases} y'(t) = a(t)y(t) + b(t) \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

$$y(t) = e^{\int a(s) ds} \left[ y_0 + \int_{t_0}^t b(s) e^{-\int a(u) du} ds \right]$$