Esercitazioni del corso di Fisica Generale I con Laboratorio

v2010p1.1

1 Cinematica

- ESERCIZIO 1.1

  Un'automobile che viaggia alla velocità $v_a = 105$ km/h sorpassa un'auto della polizia ferma. L'auto della polizia parte con un'accelerazione uniforme $a_p = 2.44$ m/s^2. Quanta strada L percorrerà l'automobilista prima di essere raggiunto dall'auto della polizia? [$L =$697 m]

  SOLUZIONE

  Le equazioni del moto sono:

$$\begin{aligned} x_a(t) &= v_a\, t\ ; \\ x_p(t) &= \frac{1}{2} a_p t^2\ . \end{aligned}$$

  Imponiamo x_a=x_p all'istante $t = t_i$:

$$v_a t_i = \frac{1}{2} a_p (t_i)^2 \rightarrow t_i = 2v_a/a_p\ .$$

  La velocità in metri al secondo è

$$v_a = 105km/h = 105 \times 1000/3600 = 29.17m/s\ ,$$

  quindi

$$t_i = 2v_a/a_p = 2 \times 29.17/2.44 = 23.9s\ .$$

  Lo spazio percorso risulta

$$L = v_a \times t_i = 29.17 \times 23.9 = 697m\ .$$

- ESERCIZIO 1.2

  Un sasso viene lanciato verso l'alto con velocità iniziale v_0 =14 m/s da una terrazza situata ad un'altezza h_0 =22.4 m da terra. Calcolare l'altezza massima a cui arriva il sasso. [y_{max} =32.4 m] SOLUZIONE

  Le equazioni del moto sono

$$\begin{aligned} v(t) &= v_0 - gt\ ; && (1) \\ y(t) &= y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2\ . && (2) \end{aligned}$$

  Abbiamo

$$t_{max} \leftrightarrow v(t_{max}) = 0\ .$$

Usando l'equazione (1)

$$t_{max} = v_0/g = 14/9,8 = 1,43s \ ,$$

sostituendo in (2)

$$y_{max} = y(t_{max}) = 22.,4 + 14 \times 1.43 - 4.9 \times (1.43)^2 = 22.4 + 20 - 10 = 32.4m \ .$$

- ESERCIZIO 1.3

Un punto si muove nello spazio secondo la legge del moto

$$\begin{aligned} x &= 9t^3 + 6; \\ y &= 7t; \\ z &= 8t^2 - 5. \end{aligned}$$

(x è espresso in metri, t in secondi)

Si determini il modulo della velocità e dell'accelerazione all'istante $t = 2$.

[$|v| = 112.9$ m/s, $|a| = 109.2$ m/s^2]

SOLUZIONE

La velocità è la derivata della posizione rispetto al tempo

$$x'(t) = 27t^2 \ , \ y'(t) = 7 \ , \ z'(t) = 16t \ ,$$

il suo modulo

$$|v| = \sqrt{(x')^2 + (y')^2 + (z')^2} = \sqrt{27^2t^2 + 7^2 + 16^2t^2}$$

a $t = 2$

$$|v| = \sqrt{27^2 \times 8 + 7^2 + 16^2 \times 4} = 112,9$$

e

$$|a| = \sqrt{(x")^2 + (y")^2 + (z")^2} = \sqrt{54^2 \times 4 + 16^2} = 109.2 \ .$$

SOLUZIONE

$$\vec{r} = (9t^3 + 6)\ \hat{i} + 7t\ \hat{j} + (8t^2 - 5)\ \hat{k} \ ,$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 27t^2\ \hat{i} + 7\ \hat{j} + 16t\ \hat{k} \ ,$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 54t\ \hat{i} + 0\ \hat{j} + 16\ \hat{k} \ ,$$

$$|\vec{v}|_{t=2} = \sqrt{12737} = 112.86m/s \ ,$$

$$|\vec{a}|_{t=2} = 4\sqrt{745} = 109.17m/s^2 \ .$$

- ESERCIZIO 1.4
Un'automobile viaggia a velocità costante $v_0 = 40$ m/s quando il guidatore riceve il segnale di stop. Se, prima che i riflessi nervosi gli consentano di frenare, trascorre un tempo $t_r = 0.75$ s e se la macchina si ferma dopo altri $t = 4$ s, quale è la decelerazione necessaria? Quanto spazio ha percorso la macchina dall'istante in cui è apparso il segnale di arresto? [$x_t = 110$ m]

SOLUZIONE

$$v(t) = v_0 + 4a \rightarrow a = -10 \quad .$$

$$x_1 = 0.75 \times 40 = 30m$$

$$x_2 = 40 \times 4 - \frac{1}{2} \times 10 \times (4)^2 = 80m$$

$$x_t = x_1 + x_2 = 110m$$

- ESERCIZIO 1.5
Una particella oscilla di moto armonico semplice secondo la legge $x = A\sin(\omega t)$ con ampiezza $A = 20$ cm e periodo $T = \frac{\pi}{2}$ s. Si calcoli:
a) il modulo della velocità massima [$v_{max} = 0.8$ m/s]
b) il tempo da essa impiegato per spostarsi di un tratto $A/2$ dal centro dell'oscillazione [$t = 0.13$ s]
c) il modulo dell'accelerazione al compimento di detto spostamento [$a = 1.6$ m/s^2]

SOLUZIONE

a)

$$v = \omega A\cos(\omega t) \rightarrow v_{max} = \omega A = 80cm/s$$

b)

$$\frac{A}{2} = A\sin(\omega t_{1/2}) \rightarrow \omega t_{1/2} = \frac{\pi}{6} \rightarrow t_{1/2} = 0.13s$$

c)

$$a = -\omega^2 A\sin(\omega t_{1/2}) = -\omega^2\frac{A}{2} = -1.6m/s^2$$

- ESERCIZIO 1.6
Un cannone spara proiettili con velocità iniziale v_0=1000 m/s. Con quale angolo α rispetto al suolo, si deve sparare per colpire un bersaglio posto su una collina alta h=800 m che si trova a l=2 km dal cannone? Qual'è la distanza massima a cui si può colpire un bersaglio con tale cannone? [$\alpha = 22.4°$ o $89.4°$; gittata massima: 102 km]

SOLUZIONE

Le equazioni del moto sono

$$x(t) = tv_0\cos\alpha \; ;$$

$$y(t) = tv_0\sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2 \; .$$

Troviamo l'istante T in cui $x(T) = H = 2000m$

$$T = \frac{2}{\cos\alpha} \ .$$

Imponendo $y(T) = H = 800m$

$$400 = 1000 \tan\alpha - \frac{g}{\cos^2\alpha} \ .$$

Chiamiamo $1/\cos^2\alpha = z$, $\tan\alpha = \sqrt{z-1}$ e l'equazione diventa:

$$(0.4 + 0.0098z)^2 = z - 1 \ .$$

Le due soluzioni sono

$$z = 1.1693 \quad , \quad z = 10329 \ ,$$

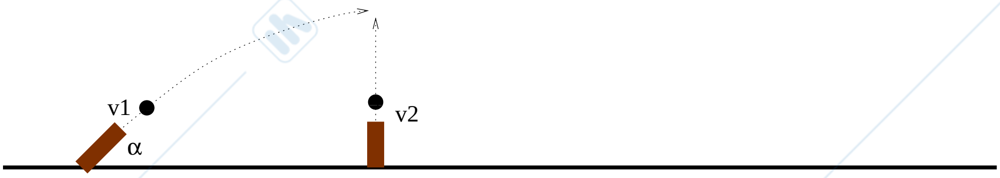
otteniamo

$$\cos\alpha = 0.9284 \quad , \quad \cos\alpha = 0.0098 \ .$$

- ESERCIZIO 1.7

Un cannone inclinato di un'angolo $\alpha = 30°$ rispetto all'orizzontale spara un proiettile ad una velocità $v_1 = 60$ m/s. Si determini la gittata x_g. [318 m]

Un secondo cannone posto sullo stesso piano ad una distanza orizzontale di $\Delta x = x_g/2$ dal primo cannone spara un proiettile verticalmente con velocità di $v_2 = 80$ m/s. Si determini l'istante t_2 a cui il secondo cannone deve sparare in modo che i due proiettili si incontrino. [$t = 2.46$ s oppure $t = -12.67$ s]



SOLUZIONE

$$v^1_{0x} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 40 = 51.96 \quad , \quad v^1_{0y} = \frac{1}{2} \times 60 = 30$$

Gittata:

$$y_1(t) = 30 \times t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y_1(t) = 0 \to t = 0s, t = 6,12s$$

$$x_1(t) = 51.96 \times t, \quad x_1(6.12) = 318m = x_g \text{ (Gittata)}$$

A $t = 3,061$ il primo proiettile si trova a

$$x_1(3.061) = 159m, \quad y_1(3.061) = 45.92m\text{(Altezza massima)}$$

Il secondo proiettile ci impiega

$$y_2(t) = 80 \times \Delta t - \frac{1}{2}g(\Delta t)^2 = 45.92 \to \Delta t = 0.596s \quad \Delta t = 15.73s$$

Il secondo cannone deve sparare all'istante

$$t_1 = 3.061 - 0.596 = 2.46s \text{ oppure } t_1 = 3.061 - 15.73 = -12.67s \ .$$

- ESERCIZIO 1.8
La pista ciclistica di un velodromo, di lunghezza complessiva L=400 m, consiste in due tratti rettilinei e di due semicirconferenze. I tratti rettilinei hanno lunghezza l=120 m, mentre i tratti curvi semicircolari hanno raggio uguale. Un ciclista percorre un chilometro lanciato con velocità costante v in un tempo T=1 min 11 sec. Determinare:
a) L'accelerazione centripeta cui è soggetto il ciclista nelle curve.
b) La velocità angolare con la quale il ciclista percorre le curve.
[a= 7.8 m/s^2; ω = 0.55 rad/s]
SOLUZIONE

$$L = 2l + 2\pi R \to R = \frac{400 - 240}{2\pi} = \frac{80}{\pi} \sim 25.5m \ ,$$

$$T = 71s \ , \ d(T) = 1000m \to v = \frac{1000}{71} \sim 14.1m/s \ ,$$

l'accelerazione

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(14.1)^2}{25.5} \sim 7.78m/s^2 \ .$$

La velocità angolare

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{14.1}{25,5} \sim 0.55rad/s \ .$$

- ESERCIZIO 1.9
Nel modello di Bohr dell'atomo di idrogeno l'elettrone si muove attorno al protone su un'orbita circolare di raggio $R_B = 5.29 \times 10^{-11}$ m a velocità $v_T = 2.2 \times 10^6$ m/s. Quale è l'accelerazione dell'elettrone in questo modello? [$|\vec{a}| = 0.91 \times 10^{23}$ m/s^2]
SOLUZIONE

$$|\vec{a}| = \omega^2 R_B = \frac{(v_T)^2}{R_B} = 0.91 \times 10^{23} m/s^2 \ .$$

- ESERCIZIO 1.10
Un satellite artificiale si muove su un'orbita che dista 640 km dalla superficie della terra. Il suo tempo di rivoluzione è di 98 minuti. Quale è il modulo della velocità del satellite? Quanto vale l'accelerazione di caduta libera da questa orbita (cioè l'accelerazione di gravità a cui è soggetto un corpo in questa orbita)? Raggio della terra: R_T=6370 km. [$v = 7.5 \times 10^3$ m/s; $a = 8$ m/s^2] SOLUZIONE
R_T=6370km e la distanza dal centro della terra è

$$R = 6370 + 640 = 7010 \times 10^3 m \ ,$$

la velocità è

$$v = \frac{2\pi R}{98 \times 60} = 7,5 10^3 m/s \ .$$

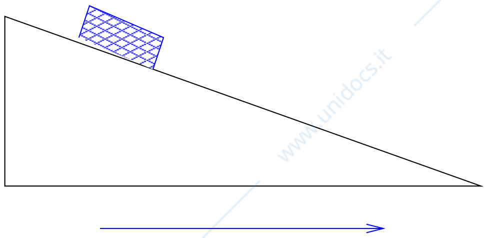
L'accelerazione

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{(7,5)^2 \times 10^6}{7010 \times 10^3} \sim 8m/s^2 \ .$$

2 Dinamica

- ESERCIZIO 2.1
  Un blocco di 7.96 kg è fermo su un piano inclinato di 22°. I coefficienti di attrito statico e dinamico sono rispettivamente uguali a μ_s=0.25 e μ_d=0.15.
  a) Quanto vale la minima forza $F^{(1)}_{min}$ parallela al piano che impedisce al blocco di scivolare verso il basso?
  b) Qual'è la forza minima $F^{(2)}_{min}$ che mette il moto in blocco in salita?
  c) Qual'è la forza necessaria a mantenere il blocco in moto con velocità costante in salita?

  [a): -11.1 N; b): -47.3 N; c): 40.1 N]



SOLUZIONE

a)

$$-F^{(1)}_{min} - mg\mu_s\cos\theta + mg\sin\theta = 0$$

$$F^{(1)}_{min} = mg(\sin\theta - \mu_s\cos\theta) = 11.5N$$

(verso l'alto)

b) come prima ma la forza di attrito punta in direzione opposta

$$-F^{(2)}_{min} + \mu_s mg\cos\theta + mg\sin\theta = 0$$

$$F^{(2)}_{min} = mg(\sin\theta + \mu_s\cos\theta) = 47.35N$$

(verso l'alto)

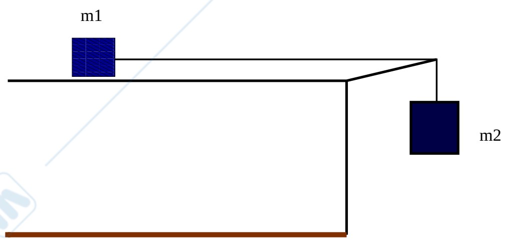
c)

$$mg\sin\theta + \mu_d mg\cos\theta - F^{(0)} = 0$$

$$F^{(0)} = mg(\sin\theta + \mu_d\cos\theta) = 40.11N$$

(verso l'alto)

- ESERCIZIO 2.2
  Due corpi di massa $m_1 = 1$ kg e $m_2 = 2$ kg sono collegati da una corda di massa trascurabile che passa attraverso una carrucola (vedi figura). Il piano è privo di attrito. All'istante $t = 0$ il sistema viene lasciato libero di scorrere. Determinare:
  a) l'accelerazione del sistema; [$a = 6.53$ m/s^2]
  b) la tensione della fune. [$T = 6.53$ N]



SOLUZIONE

(verso orario=positivo)

$$F_1 = T = m_1 a \ , \quad F_2 = m_2 g - T = m_2 a$$

sommando

$$a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2} = \frac{2 \times 9,8}{3} m/s^2$$

infine

$$T = \frac{2 \times 9.8}{3} N$$

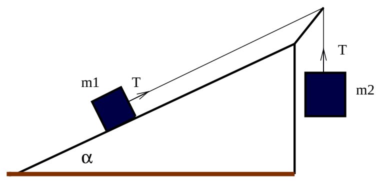
- ESERCIZIO 2.3
  Come nell'esercizio precedente, ma con coefficiente di attrito sul piano $\mu = 0.2$.
  [$a = 5.88$ m/s^2, $T = 7.84$ N]

$$F_1 = T - \mu m_1 g = m_1 a \ , \quad F_2 = m_2 g - T = m_2 a$$

sommando

$$a = \frac{m_2 g - \mu m_1 g}{m_1 + m_2}$$

- ESERCIZIO 2.4
  Un blocco di massa $m_1 = 3.70$ kg giace su un piano privo di attrito e inclinato di un angolo $\alpha = 28°$ rispetto all'orizzontale. Esso è collegato a un blocco di massa $m_2 = 1.86$ kg tramite una fune priva di massa e appoggiata a una carrucola priva di attrito. Si determini l'accelerazione di ogni blocco e la tensione della fune. [$a = 0.22$ m/s^2, $T = 17.8$ N]



SOLUZIONE

(verso positivo=orario)

$$F_1 = -m_1 g \sin\theta + T = m_1 a \ , \ F_2 = m_2 g - T = m_2 a$$

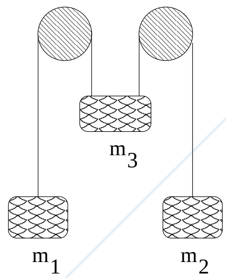
sommandole ottengo

$$F_{est} = F_1 + F_2 = (-m_1 g \sin\theta + m_2 g) = g(m_2 - m_1 \sin\theta) = a(m_1 + m_2)$$

$$a = \frac{F_{est}}{m_1 + m_2} = \frac{9.8}{5.56}(1.86 - 3.70 \times 0.47) = 0.22 m/s^2$$

$$T = m_2(g - a) = 17.83N$$

- ESERCIZIO 2.5
  Determinare l'accelerazione della massa m_3 e la tensione delle due funi nel sistema di masse, funi e carrucole mostrato in figura, dove $m_1 = m_2 = m_3 = m = 1kg$. [$|a| = g/3 = 3.27$ m/s^2,$T_1 = T_2 = 6.53$ N] SOLUZIONE



$$m_2 a = m_2 g - T_2$$

$$m_1 a = m_1 g - T_1$$

$$-m_3 a = m_3 g - T_1 - T_2$$

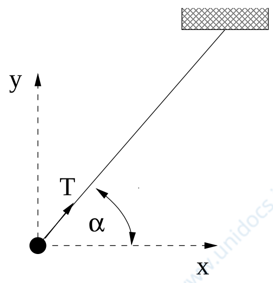
Dalle prime due ottento $T_1 = T_2$ dunque la terza diventa $ma = mg - 2T_1$. Sommo le ultime due:

$$0 = 2mg - 3T_1 \rightarrow T_1 = \frac{2}{3}mg \rightarrow 6,53N$$

dalla seconda

$$a = g - \frac{2}{3}g = \frac{1}{3}g = 3,27 m/s^2$$

- ESERCIZIO 2.6
  Un pendolo conico è costituito da una massa $m = 1$ kg appesa a un filo di lunghezza $l = 1$ m, in moto circolare uniforme su una circonferenza di raggio $R = 50$ cm. Trovare la tensione T del filo e il periodo P del moto. [$T = 11.3$ N, $P = 1.87$ s]



SOLUZIONE

Lungo x:

$$T \cos\alpha = m\frac{v^2}{R} = \omega^2 m R$$

Lungo y:

$$T \sin\alpha = mg \rightarrow T = \frac{mg}{\sin\alpha} = 11,32N$$

$$\omega = \sqrt{\frac{T\cos\alpha}{mR}} = 3,36 s^{-1} \rightarrow P = \frac{2\pi}{\omega} = 1,87s$$

- ESERCIZIO 2.7
Un blocco di 70 kg viene spinto a velocità costante verso l'alto lungo un piano inclinato di θ=15° rispetto all'orizzontale e lungo l=8 m. Il coefficiente di attrito tra la cassa ed il piano è μ=0.4. Determinare il lavoro compiuto:
a) dalla forza applicata alla cassa.
b) dalla forza di gravità
c) dalla forza di attrito.

[a): 3540 J; b): -1420 J; c): -2120 J]

SOLUZIONE

$$F_{app} - \mu mg\cos\theta - mg\sin\theta = 0 \quad (v = cost, a = 0) \tag{3}$$

$$F_{app} = 75,8 \times 0.972 \times 0.40 + 0.02334 = 457N \tag{4}$$

$$L_f = 8 \times 457 = 3659J \tag{5}$$

$$L_{peso} = mgh = -75 \times 9,8 \times 8 \times \sin\theta = -1372J \tag{6}$$

$$L_{attrito} = \mu lmg\cos\theta = -75 \times 9,8 \times 8 \times \cos\theta \times 0.4 = -2287J \tag{7}$$

$$L_{Tot} = 0 \tag{8}$$

- ESERCIZIO 2.8
Una molla è appoggiata su un piano orizzontale. Vi appoggiamo sopra un corpo di massa m=10 kg, che facciamo scendere lentamente con la mano dalla posizione di riposo della molla alla posizione di equilibrio del sistema molla+massa, che corrisponde ad una compressione x=0.14 m. Trovare:
a) il lavoro della forza di gravità L_g
b) il lavoro della forza elastica L_{el}
c) il lavoro della mano L_{mano}

SOLUZIONE

$$a = 0 \rightarrow mg - kx_f = 0 \rightarrow k = \frac{mg}{x_f} = \frac{10.9}{0.14} = 700N/m \tag{9}$$

$$L_g = mgh = 13,72J \tag{10}$$

$$L_{el} = -\frac{1}{2}kx^2 = -6,82J \tag{11}$$

$$F_{mano} = mg - kx \tag{12}$$

$$L_{mano} = -\int_0^{0.14}(mg - kx)dx = -(mgx - \frac{1}{2}kx^2)_0^{0.14} = -6,82J \tag{13}$$

$$\sum F_i = 0 \rightarrow \sum L_i = 0 \tag{14}$$

- ESERCIZIO 2.9
Un uomo salta da una costruzione alta 202 m, e finisce su un materasso spesso 2 m. Se il materasso si comprime fino ad uno spessore di 0.5 m, qual'è la decelerazione impressa dal materasso che rallenta l'uomo fino a fermarlo? (si assuma che la decelerazione sia uniforme) [$a = -133g$]

SOLUZIONE

$$E_p = Mg(H - h_0) = \frac{1}{2}mv^2 \tag{15}$$

$$v_0 = \sqrt{2g(H - h_0)} \tag{16}$$

$$2a\Delta x = v_0^2 \rightarrow a = \frac{v_0^2}{2\Delta x} \tag{17}$$

- ESERCIZIO 2.10
Un fucile a molla (k=500 N/m) inclinato di 36° spara un proiettile di 10^{-2} kg a 20 metri di altezza. Con quale velocità esce il proiettile e di quanto è stata compressa la molla? [$x = 15$ cm]

SOLUZIONE

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_{0x}^2 + v_{0y}^2) = E_k^x + E_k^y$$

al punto di altezza massima:

$$\frac{m}{2}(v_{0y})^2 = mgh \rightarrow v_{0y} = \sqrt{2gh} = 19,8m/s$$

$$v_0 = \frac{v_{0y}}{\sin 36°} = 34,1m/s$$

$$\frac{1}{2}500x^2 = \frac{1}{2}10^{-2}(34,1)^2 \rightarrow x = 15cm$$

- ESERCIZIO 2.11
Una motocicletta di massa $m = 200$ kg entra con velocità $v = 20$ m/s in una pista verticale circolare di raggio $R = 5$ m. Calcolare:
a) la velocità nei punti B e C
b) la reazione della guida nei punti A, B e C
c) il valore minimo della velocità iniziale per cui la motocicletta arriva nel punto C mantenendo il contatto con la pista.

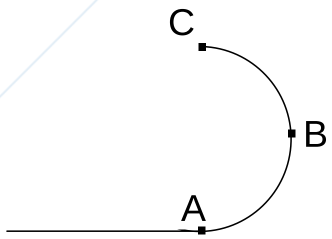
[a): $v_B = 17.4$ m/s; $v_C = 14.3$ m/s; b): $R_A = 1.79 \times 10^4$ N; $R_B = 1.21 \times 10^4$ N; $R_C = 6.22 \times 10^3$ N; c): $v_0 > 15.7$ m/s]

- ESERCIZIO 2.12
Determinare la posizione del centro di massa di un sistama di due punti materiali, posti a distanza d tra loro, di massa m_1 e m_2.

SOLUZIONE

Il problema è unidimensionale.

$$(m_1 + m_2)x_{CM} = m_1x_1 + m_2x_2$$



poiché $x_2 - x_1 = d$

$$x_{CM} = x_1 + \frac{m_2}{m_1 + m_2} d$$

ovvero la posizione del centro di massa rispetto alla posizione di m_1 è

$$x_{CM} - x_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} d$$

- ESERCIZIO 2.13
Calcolare il centro di massa di una sbarra di lunghezza $l = 20$ cm la cui densità varia secondo la relazione $\rho_l = a - bx$ dove x è la distanza dall'estremo della sbarra e $a = 0.3$ g/cm, $b = 10^{-2}$ g/cm^2. [$x_{cm} = 8.3$ cm]

- ESERCIZIO 2.14
Calcolare il centro di massa di una lamina omogenea a forma di triangolo isoscele di base $2b$ ed altezza h. [A $\frac{2}{3}h$ dal vertice]

- ESERCIZIO 2.15
Un astronauta ($m = 120$ kg) si trova nello spazio ad una distanza $d = 12$m da un'astronave ($M = 2800$ kg) a cui è legato con una fune. L'astronauta tira la fune per tornare sull'astronave. Calcolare:
a) il punto di incontro x_i rispetto alla posizione iniziale dell'astronauta;
b) lo spostamento del veicolo Δx_v.

[$x_i = 11.5$ m; $\Delta x_v = 0.5$ m]

- ESERCIZIO 2.16
Un insetto di massa $m_i = 2 \times 10^{-3}$ kg si trova su un bastoncino di massa $m_b = 10^{-2}$ kg che galleggia su uno stagno. Se l'insetto inizia a camminare ad una la velocità, calcolata da un osservatore fermo, di $v_i = 5$ cm/s, quanto vale la velocità v_b del bastoncino? Si trascuri l'attrito bastoncino-acqua.
Quale è la velocità relativa v_r dell'insetto rispetto al bastoncino?

[$v_b = -1$ cm/s; $v_r = 6$ cm/s]

SOLUZIONE

Il sistema insetto-bastoncino è isolato, si conserva la quantià del moto:

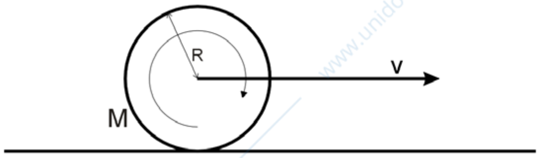
$$m_i v_i = -m_b v_b \rightarrow v_b = -\frac{m_i}{m_b} v_i = -1 cm/s$$

$$v_r = v_i - v_b = 6 cm/s$$

- ESERCIZIO 2.17
Un cannone di massa $M = 2500$ kg spara un proiettile di massa $m = 5$ kg alla velocità $v = 300$ m/s. Calcolare:
a) la velocità di rinculo del cannone;
b) l'energia cinetica del cannone;
c) la costante elastica che deve avere una molla per arrestare il rinculo del cannone in 30 cm.

[a): -0.6 m/s; b): 450 J; c): 10^4 N/m]

- ESERCIZIO 2.18
Un cilindro di massa $M = 20$ kg e raggio $R = 30$ cm, rotola su un piano. Il suo centro di massa si muove con velocità $v = 5$ m/s. Che energia cinetica possiede il corpo? [375 J]



- ESERCIZIO 2.19
Una ruota di bicicletta, che immaginiamo come un anello omogeneo di massa $m = 1$ kg e raggio $r = 30$ cm, ruota con velocità angolare $\omega_0 = 60$ rad/s attorno al suo asse. Ad un certo istante i freni (coefficiente di attrito $\mu_d = 0.4$) agiscono con una forza complessiva di $F = 8$ N. Calcolare:
a) il tempo impiegato dalla ruota per fermarsi;
b) il numero di giri compiuti prima di fermarsi;
c) il lavoro complessivo dei freni.

[a): 5.6 s; b): 26.7 giri; c): 162 J]

- ESERCIZIO 2.20
Determinare la velocità che raggiunge alla fine del percorso un corpo rigido che rotola senza strisciare lungo un piano inclinato. Quanto vale l'accelerazione del centro di massa? Quale è il valore inferiore del coefficiente di attrito che permette un moto di puro rotolamento?

SOLUZIONE

a) (Teorema di König)

$$mgh = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}m(v_{CM})^2 = \frac{1}{2}(\frac{I}{R^2} + m)(v_{CM})^2$$

$$v_{CM} = \sqrt{\frac{2gh}{1 + I/(mR^2)}}$$

Se scivolasse senza attrito

$$v'_{CM} = \sqrt{2gh} > v_{CM}$$

b) Le forze che agiscono sul sistema sono:

$$mg\sin\theta - f = ma_{CM} \ , \quad f \leq \mu_s mg\cos\theta$$

Il momento delle forze rispetto al CM:

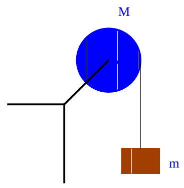
$$fR = I_0\alpha = I_0\frac{a_{CM}}{R}$$

da cui

$$a_{CM} = \frac{g\sin\theta}{1+\frac{I}{mR^2}}$$

$$f = \frac{mg\sin\theta}{1+\frac{mR^2}{I}} \leq \mu_s mg\cos\theta$$

- ESERCIZIO 2.21
  Un disco omogeneo di massa $M = 3$ kg e raggio $R = 30$ cm può ruotare nel piano verticale intorno ad un'asse fisso orizzontale passante per il suo centro. Un blocco di massa $m = 1,5$ kg è appeso ad una corda inestensibile e di massa trascurabile avvolta attorno al disco. Trovare l'accelerazione con cui scende il blocco, la tensione della corda e l'accelerazione angolare del disco.
  [$a = 4.9$ m/s^2; $T = 7.35$ N; $\alpha = 16.3$ rad/s^2]



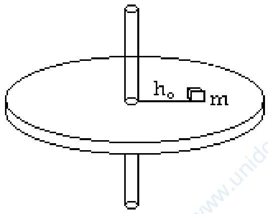
- ESERCIZIO 2.22
  Un'asta di massa trascurabile e lunghezza $l = 1$ m reca agli estremi due masse puntiformi $m_1 = 200$ g e $m_2 = 300$ g. L'asta è incernierata ad una distanza x da m_1 e ruota ad una velocità angolare ω_0. Determinare $x = x_0$ in modo che il sistema abbia un minimo di energia. [$x_0 = 60$ cm]
  SOLUZIONE

$$E_k = \frac{1}{2}I_1(\omega_0)^2 + \frac{1}{2}I_2(\omega_0)^2$$

$$I_1 = m_1x^2 \ , \quad I_2 = m_2(l-x)^2$$

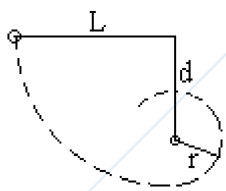
$$\frac{dE_k}{dx} = m_1x_0(\omega_0)^2 - m_2(L-x_0)(\omega_0)^2 = 0 \rightarrow x_0 = \frac{m_2}{m_1+m_2}l = 60cm$$

- ESERCIZIO 2.23
  Una piattaforma circolare di momento d'inerzia $I = 10$ kg m^2 ruota attorno al proprio asse con frequenza angolare $\omega_0 = 10$ rad s^{-1}. Sopra di essa è posta una massa $m = 1$ kg a distanza $h_0 = 20$ cm dall'asse, che ruota assieme alla piattaforma. Se la massa viene portata alla distanza $h_1 = 10$ cm, quanto vale la nuova frequenza angolare ω_1? Che lavoro si è dovuto compiere per spostare la massa? (Questo problema è l'analogo di ciò che succede quando una ballerina che sta girando su se stessa avvicina le braccia al proprio corpo) [$\omega_1 = 10.03$ rad/s; $W = 1.51$ J]



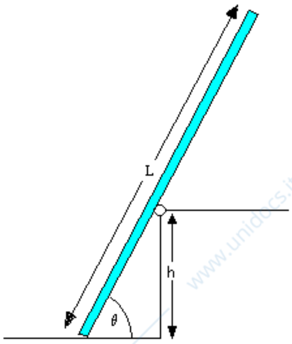
- ESERCIZIO 2.24
  Una ruota (disco omogeneo) di $R = 30$ cm e $m = 10$ kg rotola senza scivolare su un piano orizzontale con velocità $v = 3$ m/s. Ad un certo punto incontra una salita. Fino a che altezza arriva? [$h = 0.69$ m]

- ESERCIZIO 2.25
  Una pallina è attaccata a un filo di lunghezza L, la cui estremità opposta è legata a un gancio nel muro. Sotto il gancio, a una distanza d, si trova un piolo. La pallina viene lasciata cadere dalla posizione indicata in figura, e percorre i due archi di circonferenza tratteggiati. Quale è la distanza minima d a cui si deve fissare il piolo se si vuole che la pallina si avvolga attorno ad esso? (Nel punto più alto del cerchio piccolo la pallina non può essere ferma, altrimenti cade) [$d >= 3/5L$]

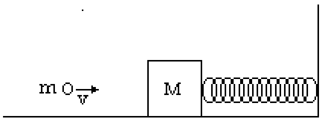


- ESERCIZIO 2.26
  Una tavola uniforme di lunghezza 6 m e massa 30 kg è posta orizzontalmente su un ponteggio, con 1.50 m della tavola che sporge oltre un estremo del ponteggio. Quanto può inoltrarsi sulla parte sporgente un imbianchino di massa 70 kg prima di ribaltarsi? [0.64 m]

- ESERCIZIO 2.27
Un'asse, del peso di 274 N e di lunghezza $L = 6.23$ m, è appoggiata al suolo e a un rullo privo di attrito posto sulla sommità di una parete di altezza h = 2.87 m. Il centro di gravità dell'asse coincide col suo centro geometrico. Detto θ l'angolo che l'asse forma con l'orizzontale, si osserva che esso rimane in equilibrio per ogni valore $\theta \geq 68.0°$ mentre scivola se $\theta < 68°$. Determinare il coefficiente di attrito statico fra l'asse e il suolo. [$\mu = 0.41$]



- ESERCIZIO 2.28
Un proiettile di massa $m = 0.3$ kg, sparato a una velocità $v = 100$ m/s si conficca in un blocco di legno di massa $M = 5$ kg, collegato ad una molla. Se la molla si comprime di 10 cm, quanto vale la sua costante elastica? [1.7×10^4 N/m]

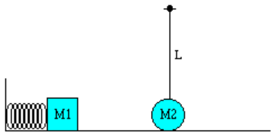


- ESERCIZIO 2.29
Un proiettile di massa $m = 50$ g è sparato ad una velocità $v = 50$ m/s su un bersaglio di massa $M = 1$ kg, che ha un foro con all'interno una molla di costante elastica $k = 10^3$ N/m. Il proiettile colpisce la molla, che si suppone molto lunga, comprimendola, e mettendo allo stesso tempo in moto la massa, che è appoggiata su un piano senza attrito.
a) Trovare la massima compressione Δx della molla. (Si osservi che nell'istante in cui la molla è al massimo della compressione, il proiettile e la massa si muovono alla stessa velocità).
b) Quali sono la velocità della massa e quella del proiettile quando la molla (che si suppone di massa trascutabile) è tornata nella posizione di riposo? [$\Delta x = 34$ cm]

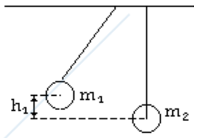
- ESERCIZIO 2.30
Un blocco di ferro di massa $m_1 = 0.5$ kg viene compresso contro una molla di costante $k = 392$ N/m, allontanandola dalla sua posizione di riposo di 4 cm. Quindi il blocco viene lasciato andare e, muovendosi su un piano orizzontale privo di attrito, urta elasticamente una sfera di ferro di massa $m_2 = 0.5$ kg appesa ad un filo inestensibile di massa trascurabile, lungo $L = 2$ m. Si calcoli l'altezza

raggiunta dalla sfera. Rifare il calcolo nel caso di un urto perfettamente anelastico, in cui i due corpi restino attaccati dopo l'urto.

[urto elastico: 6.4 cm; urto anelastico: 1.6 cm]



- ESERCIZIO 2.31
  Due palline di massa $m_1 = 0.1$ kg e $m_2 = 0.2$ kg sono sospese a due fili di uguale lunghezza. La prima pallina viene sollevata ad un'altezza $h_1 = 1$ cm rispetto alla posizione originaria, quindi viene lasciata cadere, e urta la seconda pallina. Supponendo che l'urto sia perfettamente elastico, a che altezza arriva la seconda pallina? [$h_2' = 4.4$ mm]



- ESERCIZIO 2.32
  Una sbarra lineare omogenea di massa m e lunghezza $l = 40$ cm, posta verticalmente, può ruotare senza attrito attorno ad un asse fisso passante per il suo centro C e perpendicolare alla barra. Un proiettile di massa $m/3$ che si muove con velocità costante $v = 80$ m/s colpisce la sbarra perpendicolarmente in un estremo e vi rimane attaccato. Calcolare la velocità angolare ω con cui si mette in rotazione il sistema. [$\omega = 200$ rad/s]

  SOLUZIONE

  Si conserva il momento angolare calcolato rispetto a C:

$$L_i = \frac{m}{3} v \frac{l}{2}$$

$$L_f = I\omega + \frac{m}{3}\left(\frac{L}{2}\right)^2 \omega$$

  imponendo $L_i = L_f$, trovo

$$\omega = \frac{v}{l}$$

3 Fluidi

- ESERCIZIO 3.1
  Un uomo di 85 kg deve costruirsi una zattera utilizzando delle travi di legno di sezione $S = 0.2\ \text{m}^2$, lunghezza $L = 1$ m e densità $\rho_l = 0.8\rho_{H_2O}$. Quante travi deve usare in modo che la zattera sorregga almeno il doppio del suo peso? [5]

- ESERCIZIO 3.2
  Un cilindro di rame ($\rho_{\text{Cu}} = 8,9\ \text{g/cm}^3$) di massa $M = 3$ kg è appeso mediante un filo sottile in un recipiente pieno d'acqua in modo da affiorare con la faccia superiore a pelo d'acqua. Calcolare la tensione T del filo. Quale sarà la nuova tensione T' se il cilindro emerge per metà dall'acqua? [$T = 26.1$ N; $T' = 27.7$ N]

  SOLUZIONE

  a)

$$T + F_A - Mg = 0$$

$$F_A = \rho_{H2O} V g = \frac{\rho_{H2O}}{\rho_{Cu}} Mg$$

$$T = Mg\left(1 - \frac{\rho_{H2O}}{\rho_{Cu}}\right) = 26,1N$$

  b) $F_A \to F_A/2$

$$T' = Mg\left(1 - \frac{\rho_{H2O}}{2\rho_{Cu}}\right) = 27,7N$$

- ESERCIZIO 3.3
  E' stato proposto di trasportare il gas dai giacimenti del Mare del Nord in enormi dirigibili, usando il gas stesso per mantenerli in quota. Calcolare la forza occorrente per ancorare una di queste aeronavi carica con $1.17 \times 10^6\ \text{m}^3$ di gas avente densità $0.796\ \text{kg/m}^3$. La densità dell'aria è $1.21\ \text{kg/m}^3$, il peso del dirigibile è trascurabile. [4.75×10^6 N]

- ESERCIZIO 3.4
  Un tubo a U, avente entrambe le estremità aperte è riempito parzialmente con acqua. In uno dei due lati si versa dell'olio che non è miscibile con l'acqua fino a che la sua superficie libera sia ad una distanza $d = 12.3$ mm sopra quella dell'acqua nell'altro lato, che durante l'operazione si è alzata di una distanza $a = 67.5$ mm rispetto al suo livello originale. Trovare la densità dell'olio. [$0.92\ \text{g/cm}^3$]

- ESERCIZIO 3.5
  5. Un serbatoio è riempito con acqua ed olio che consideriamo liquidi ideali; la densità dell'olio è $900\ \text{kg/m}^3$, l'altezza dello strato d'acqua è $h_1 = 1$ m, quello dello strato d'olio è $h_2 = 4$ m. Determinare la velocità con cui esce inizialmente l'acqua da un piccolo foro sul fondo del serbatoio. La pressione nell'ambiente circostante è ovunque P_0. [9.5 m/s]

- ESERCIZIO 3.6
  In un condotto orizzontale di sezione costante $S_1 = 15$ cm^2 si trova una strozzatura di sezione $S_2 = 5$ cm^2. Se nel condotto scorre un liquido omogeneo di densità $\rho = 0.9$ g/cm^3 e se la differenza di pressione fra le due sezioni è $\Delta p = 70$ mmHg, calcolare la portata in massa Q_m del condotto. [2.17 kg/s]

  SOLUZIONE

  Si ricorda che $1Pa$ $(Pascal) = 1N/m^2$ e 1mmHg = 133,3 Pa. La portata volumetrica $Q = v \times S$, quella massa $Q_m = \rho Q$.

4 Proprietà elastiche dei solidi

- ESERCIZIO 4.1
  Un filo è costituito da un tratto di alluminio, lungo 30 cm e di diametro 1 mm, e da un tratto di ferro, lungo 40 cm e di diametro 0.4 mm. Al filo è appesa la massa m e l'allungamento totale è $\Delta l = 0.82$ mm. Calcolare di quanto si è allungato ciascun filo e quanto vale m.

  [$\Delta l_1 = 0.21$ mm; $\Delta l_2 = 0.61$ mm; $m = 3.9$ kg]

- ESERCIZIO 4.2
  Un albero motore lungo $l = 1$ m gira con velocità angolare $\omega = 104.7$ rad/s fornendo una potenza $P = 10$ kW. La torsione dell'albero non deve superare $\theta = 1°$. Calcolare il valore minimo che deve avere il diametro dell'albero, fatto di acciaio con $G = 8.5 \times 10^{10}$ N/m^2 rad. [2.9 cm]

- ESERCIZIO 4.3
  Determinare la variazione percentuale di volume di una sbarra di ferro sottoposta ad una compressione uniforme con una pressione $p_0 = 1.5 \times 10^9$ N/m^2 ($\beta_{Fe} = 1.7 \times 10^{11}$ N/m^2). [-0.88%]

5 Gravitazione

- ESERCIZIO 5.1
  Un satellite si trova su un'orbita circolare a $d = 150$ km dalla superficie terrestre. Calcolare la velocità e il periodo di rivoluzione del satellite. (Raggio della Terra: $R_T = 6.38 \times 10^6$ m; $M_T = 5.97 \times 10^{24}$ kg)
  SOLUZIONE
  $$\frac{GM_T m}{(R_T + d)^2} = m\omega^2 (R_T + d)$$
  $$\omega = \sqrt{\frac{GM_T}{(R_T + d)^3}} = 1,2 \times 10^{-3} rad/s$$
  $$v = \omega(R_T + d) = 7,81 \times 10^3 m/s$$
  $$T = \frac{2\pi}{\omega} = 5,23 \times 10^3 s$$

- ESERCIZIO 5.2
  Se il satellite dell'esercizio precedente fosse fermo alla stessa distanza d dalla superficie terrestre, quale sarebbe la sua accelerazione di caduta libera?

- ESERCIZIO 5.3
  Quale è l'altezza dalla superficie terrestre di un satellite in orbita geostazionaria? [$h = 3.58 \times 10^7$ m]

- ESERCIZIO 5.4
  Calcolare la massa del Sole conoscendo solamente i seguenti dati: la costante di gravitazione universale $\gamma = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm^{2}kg^{-2}; il periodo di rivoluzione della Terra intorno al sole $T = 365$ giorni; il raggio dell'orbita della Terra supposta circolare $r = 1.488 \times 10^{11}$ m.

- ESERCIZIO 5.5
  Si trovi la velocità di fuga dalla superficie di Mercurio, la cui massa è $M = 3.33 \times 10^{23}$ kg e il cui raggio è $R = 2.44 \times 10^6$ m. [$v_f = 4,27$ km/s]
  A che altezza dalla superficie arriva un corpo lanciato alla velocità di 3 km/s? [$h = 2.39 \times 10^6$ m]

6 Oscillazioni ed onde

- ESERCIZIO 6.1
  Un punto materiale di massa $m = 100$ g si muove di moto armonico sotto l'effetto di una molla di costante elastica $k = 0.4$ N/m che gli fa compiere un moto rettilineo in un piano orizzontale liscio. Se l'ampiezza del moto è $A = 10$ cm ed al tempo $t_1 = 0.5$s il punto si trova in un estremo di oscillazione $x_1 = A$, calcolare:

  a) la fase iniziale ϕ del moto oscillatorio;
  b) la velocità iniziale v_0 al tempo $t = 0$;
  c) la posizione iniziale x_0 al tempo $t = 0$;
  d) l'accelerazione iniziale a_0 al tempo $t = 0$;
  e) l'energia totale del sistema.

- ESERCIZIO 6.2
  Calcolare la velocità di propagazione un'onda acustica in una sbarra di ferro ($\rho = 7.9$ g/cm^3, $E = 20 \times 10^{10}$ N/m^2). [$v = 5.03 \times 10^3$ m/s]

- ESERCIZIO 6.3
  Un altoparlante produce un suono di frequenza 2 kHz ed intensità $I_1 = 5.6 \times 10^{-4}$ W/m^2 alla distanza $r_1 = 6$ m. Supponendo che il suono sia emesso in modo isotropo, calcolare l'intensità I_2 alla distanza $r_2 = 30$ m. [$I_2 = 2,24 \times 10^{-5}$ W/m^2]

- ESERCIZIO 6.4
  Date due onde trasversali:

$$s_1 = 0.4 \sin(x - t) \tag{18}$$

$$s_2 = 0.4 \sin(0.5x - 0.5t) \tag{19}$$

  in cui t è espresso in s ed x in cm,

  a) Determinare la frequenza, l'ampiezza, la lunghezza d'onda, la velocità e la direzione di propagazione delle due onde.
  b) Supponendo che vengano trasmesse su una corda tesa con tensione $T = 0.002$ N determinare la densità lineare della corda.
  c) Supponendo che le due onde siano sovrapposte sulla stessa corda, determinare la frequenza di battimento.

  [a): $\nu_1 = 0.16$ Hz; $\nu_2 = 0.08$ Hz; $\lambda_1 = 6.3$ cm; $\lambda_2 = 12.6$ cm; $v_1 = v_2 = 1$ cm/s; b): 20 kg/m; c): 0.08 Hz]

- ESERCIZIO 6.5
  Le vibrazioni di un diapason da 60 Hz creano onde stazionarie del quarto modo armonico in una corda fissata ad entrambi gli estremi. La velocità dell'onda nella corda è 400 m/s.
  a) Qual è la lunghezza della corda?
  b) Quanti ventri e quanti nodi ci sono?

  [a): 13.3 m; b): 4 ventri; 5 nodi]

- ESERCIZIO 6.6
  In certe regioni della tastiera di un pianoforte, per aumentare il volume del suono più di una corda è accordata sulla stessa nota. Alla frequenza $\nu = 110$ Hz sono accordate due corde. Se la tensione di una di esse è $T_1 = 600$ N e si riduce al valore di $T_1' = 540$ N, quale frequenza di battimento si udirà quanto le due corde verranno colpite dal martelletto? [$\nu_b = 5.64$ s]

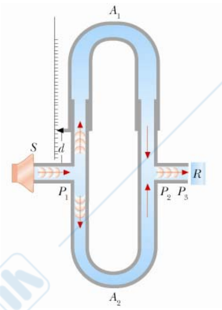
- ESERCIZIO 6.7
  Una sorgente sottomarina emette onde di frequenza $v = 200$ Hz, che si propagano successivamente in aria. Quale è il cambiamento di lunghezza d'onda nel passaggio fra i due mezzi? ($v_{aria} = 340$ m/s; $\beta_{H20} = 2.16 \times 10^9$ N/m^2). [$\Delta\lambda = 5.65$ m]

- ESERCIZIO 6.8
  A e B sono due diapason uguali di frequenza $\nu = 500$ Hz. A è fermo, mentre B si allontana da A con velocità costante $v_B = 60$ m/s. Fra i due diapason si trova un osservatore O che si allontana anch'esso da A con velocità costante $v_0 = 30$ m/s. Assumendo che la velocità del suono in aria sia $v = 340$ m/s, trovare:

  a) la frequenza ν_A' del suono proveniente da A udita dall'osservatore O.
  b) la frequenza ν_B' del suono proveniente da B udita dall'osservatore O.
  c) la frequenza di battimenti dei dei suoni delle due sorgenti percepita dall'osservatore O.

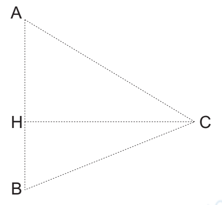
  [a): 456 Hz; b): 462 Hz, c): 6.5 Hz]

- ESERCIZIO 6.9
  Il "Tubo di Quincke" rappresentato in figura è uno strumento che permette di studiare l'interferenza delle onde sonore. S è un diapason di frequenza ν, il cui suono viene diviso nei due rami A_1, di lunghezza fissa, e A_2, di lunghezza variabile, e si somma nuovamente all'uscita R. Nella condizione iniziale $A_1 = A_2$ e il suono in R ha la stessa intensità del suono in ingresso; aumentando A_2 l'intensità in R diminuisce fino ad annullarsi, per poi tornare al valore massimo per un allungamento $\Delta_x = 76,3$ cm. Quale è la frequenza ν del diapason? [450 Hz]



- ESERCIZIO 6.10
  Due piccoli altoparlanti emettono onde sonore sferiche di frequenze diverse dai punti A e B. L'altoparlante A ha un uscita di 1.00 mW e il B di 1.50 mW. Trovare l'intensità sonora in C dovuta ad A, B e a tutti e due, sapendo che AH = 3 m, BH = 2 m, HC = 4 m.

  [$I_A = 3.18\ \mu\text{W/m}^2 = 65.0$ dB; $I_B = 5.97\ \mu$ $\text{Wm}^2 = 67.8$ dB;
  $I_{A+B} = 9.15\ \mu\text{W/m}^2 = 69.6$ dB]



- ESERCIZIO 6.11
  Un ragazzo colpisce una rotaia con un sasso. Un altro ragazzo, che si trova ad una distanza d con l'orecchio appoggiato alla rotaia, percepisce il suono $\Delta t = 1$ s prima che esso arrivi attraverso l'aria. Se la velocità del suono è di 340 m/s in aria e la rotaia è di ferro ($\rho_{Fe} = 7,9$ g/cm^3; $E_{Fe} = 20 \times 10^{10}$ N/m^2), quale è la distanza d? [$d = 365$ m]