Fisica

-Cinematica

PREMESSE di SEMPLIFICAZIONE

Il moto si studia usando un PUNTO MATERIALE, ovvero un oggetto geometrico dotato di massa

Non si può parlare di moto senza fissare un SISTEMA di RIFERIMENTO (S.R.) cioè qualcosa rispetto al quale misurare gli spostamenti, le velocità e le accelerazioni

MOTO RETTILINEO UNIFORME

- Traiettoria rettilinea
- La velocità è costante in qualsiasi Δt, quindi accelerazione nulla ($acc = 0$)
  - UNIDIREZIONALE
  - VELOCITÀ COSTANTE $v(t') = v(t)$

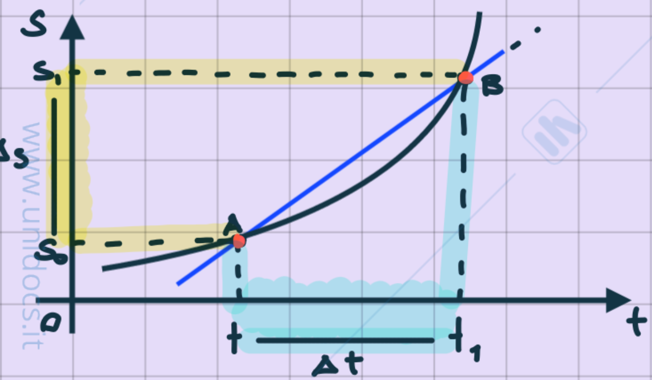
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{S(t) - S(t_0)}{t - t_0} = \text{costante}$$

- LEGGE ORARIA $S(t) - S(t_0) = V(t - t_0)$

$$S_t = S(t_0) + V(t - t_0)$$

VELOCITÀ MEDIA

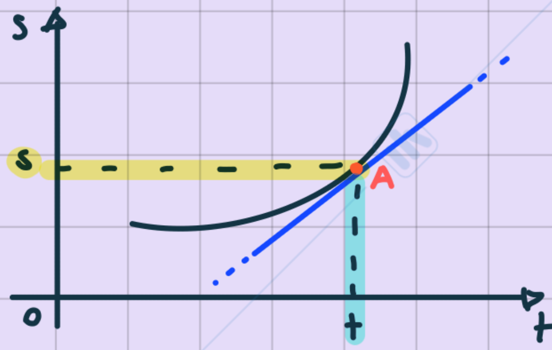
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$



La V_m è la pendenza, cioè il coeficente angolare (tan) della retta passante per i punti A e B

VELOCITÀ ISTANTANEA

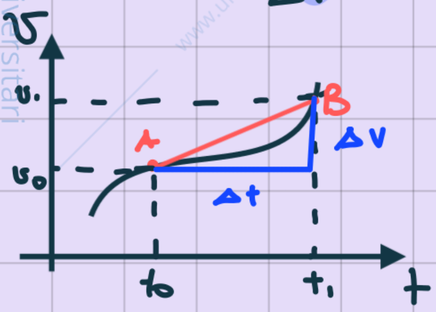
$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$



La V_i è la pendenza, cioè il coeficente angolare le retta tangente al punto A

ACCELLERAZIONE MEDIA

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$



ACCELLERAZIONE ISTANTANEA

$$a(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

MOTO UNIFORMENTE ACCELLERATO

L'accelerazione istantanea è costante

$$a = \frac{dv}{dt} = \text{Costante} = \frac{v(t) - v(t_0)}{t - t_0}$$

Separando le variabili ed integrando:

$$a = \frac{dv}{dt} \longrightarrow a \cdot dt = dv$$

$$\int_{t_0}^{t_1} a \cdot dt' = \int_{V_0 = v(0)}^{v(t)} dv' \longrightarrow a \int_{t_0}^{t_1} dt' = \int_{V_0 = v(t_0)}^{v(t)} dv'$$

* proprietà integrali $\int_a^b K \, dx \rightarrow K(b-a)$

$$a(t_1 - t_0) = v(t) - v(t_0) \longrightarrow v(t) \rightarrow v(t_0) + a(t_1 - t_0)$$

Per trovare la legge oraria bisogna integrare una seconda volta:

$$V = \frac{ds}{dt} \longrightarrow V(t) = v(t_0) + a(t - t_0) = \frac{ds}{dt} \longrightarrow ds = v(t_0) + a(t_1 - t_0) dt$$

$$\int_{S_0}^{S(t)} ds' = \int_{t_0}^{t_1} v(t_0) dt' + a(t_1 - t_0) dt' \longrightarrow \int_{S_0}^{S(t)} ds' = \int_{t_0}^{t_1} v_0 \, dt' + \int_{t_0}^{t_1} a(t_1 - t_0) dt'$$

$$\int_{S_0}^{S(t)} ds' = v(t_0) \int_{t_0}^{t_1} dt + a \int_{t_0}^{t_1} (t_1 - t_0) dt' \longrightarrow s(t) - S_0 = V_0 (t_1 - t_0) + a \int_{t_0}^{t_1} t_1 \, dt \int_{t_0}^{t_1} t_0 \, dt$$

$$s(t) - S_0 = v_0 (t_1 - t_0) + a \int_{t_0}^{t_1} \frac{t_1^2}{2} - t_0 \int_{t_0}^{t_1} 1 \, dt \rightarrow s(t) - s_0 = v_0 (t_1 - t_0) a \cdot \left[\frac{t^2}{2} - t_0 t \right]_{t_0}^{t_1}$$

$$s(t) - S_0 = V_0 (t_1 - t_0) + a \left[\frac{t^2}{2} - t_0 t - \left(\frac{t_0^2}{2} - t_0^2 \right) \right] \longrightarrow s(t) - S_0 = V_0 (t_1 - t_0) + a \left[\frac{t^2 - t_0^2}{2} - t_0 t + t_0^2 \right]$$

$$s(t) - S_0 = V_0 (t_1 - t_0) + a \left[\frac{t^2 \cancel{-} t_0^2 - 2 t_0 t \cancel{+} 2 t_0^2}{2} \right] \rightarrow s(t) - S_0 = V_0 (t_1 - t_0) + a \left[\frac{t^2 - t_0 t + t_0^2}{2} \right]$$

$$s(t)-S_0 = V_0(t_1-t_0)+a\left[\frac{(t_1-t_0)^2}{2}\right] \rightarrow s(t)-S_0=V_0(t_1-t_0)+\frac{1}{2}\cdot a\cdot(t_1-t_0)^2$$

LEGGE ORARIA $s(t)-S_0=V_0(t_1-t_0)+\frac{a}{2}(t_1-t_0)^2$

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x-x_0}{t-t_0}=\frac{x-x_0}{t}$$

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v-v_0}{\cancel{t}}\cdot\cancel{t} \longrightarrow at=v-v_0 \longrightarrow v=v_0+at$$

$$\bar{v}=\frac{x-x_0}{\cancel{t}}\cdot\cancel{t}=\bar{v}t=x-x_0 \longrightarrow x=x_0+\bar{v}t$$

poiché la velocità cresce a un ritmo uniforme la velocità media $\bar{v}$ è una media tra v_f e v_i

$$\bar{v}=\frac{v_0+v}{2}$$

Quindi $x=x_0+\bar{v}t \longrightarrow x=x_0+\left(\frac{v_0+v}{2}\right)t$

$$x=x_0+\left(\frac{v_0+v_0+at}{2}\right)t$$

da cui $x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$

MA in ASSENZA di TEMPO

$$* \; v=v_0+at \longrightarrow t=\frac{v-v_0}{a} \;\Big|\; x=x_0+\bar{v}t \longrightarrow x=x_0+\left(\frac{v_0+v}{2}\right)t$$

$$x=x_0\left(\frac{v+v_0}{2}\right)\left(\frac{v-v_0}{a}\right) \longrightarrow x=x_0+\left(\frac{v^2-v_0^2}{2a}\right)$$

$$v^2=v_0^2+2a(x-x_0)$$

IN SINTESI

$v=v_0+at$	$[a=\text{costante}]$
$x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$	$[a=\text{costante}]$
$v^2=v_0^2+2a(x-x_0)$	$[a=\text{costante}]$
$\bar{v}=\frac{v+v_0}{2}.$	$[a=\text{costante}]$

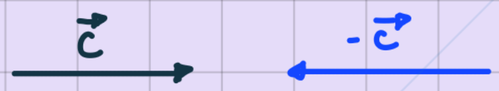
CALCOLO VETTORIALE

• SOMMA di VETTORI

$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$

• OPPOSTO di un VETTORE

$\vec{c} + (-\vec{c}) = 0$



• SOMMA di VETTORI in COMPONENTI

$\vec{a} = (a_x, a_y)$

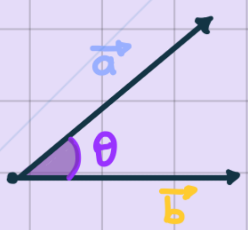
$\vec{b} = (b_x, b_y)$ $\quad \vec{a} + \vec{b} = [(a_x + b_x), (a_y + b_y)]$

MODULO di un VETTORE

$\vec{a} = (a_x, a_y)$ $\quad |a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$

• PRODOTTO SCALARE

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |a| \cdot |b| \cdot \cos(\theta)$



se $\vec{b} = \vec{a}$

$\hookrightarrow \vec{a} \cdot \vec{a} = |a^2| = a^2$

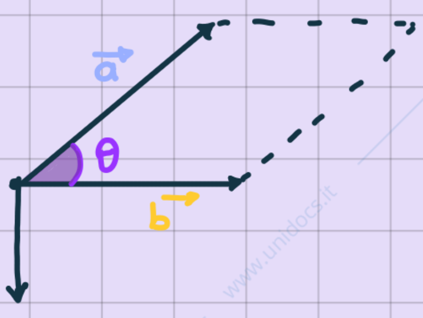
• PRODOTTO VETTORIALE

$\vec{c} = \vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{a} \times \vec{b}$

$|\vec{c}| = ab\sin(\theta)$

$\downarrow$

è un vettore perpendicolare al piano di $\vec{a}$ e $\vec{b}$

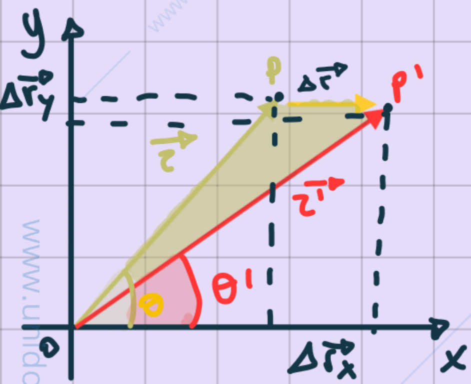


$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$

$\vec{a} \times \vec{a} = 0$

• regola della mano destra

VETTORE POSIZIONE



$r(t)$

$\vec{r} = \vec{r}(0)$

$\vec{r'} = \vec{r}(t)$

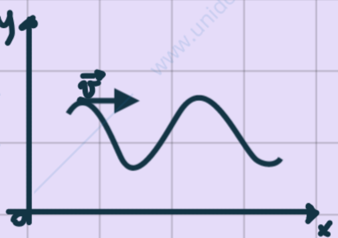
Spostamento $\Delta\vec{r} = \vec{r'} - \vec{r} = \vec{r}(t') - r(t)$

$$V_M = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta\vec{t}} = \frac{\vec{r}(t)-\vec{r}(t_0)}{t-t_0} = \left(\overset{V_{mx}}{\frac{\Delta r_x}{\Delta t}}, \overset{V_{my}}{\frac{\Delta r_y}{\Delta t}}\right)$$ velocità media in Δt

$$V_m \xrightarrow[\Delta t \to 0]{} \vec{v}(t) = (v_x(t), v_y(t))$$ velocità istantanea al tempo t

$$v(t) = (v_x(t), v_y(t)) = \left(\frac{dr_x(t)}{dt}, \frac{dr_y(t)}{dt}\right)$$

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \left(\frac{d^2 r_x(t)}{dt^2}, \frac{d^2 r_y(t)}{dt^2}\right)$$ accellerazione istantanea



$$\vec{a} = \underbrace{(a_x, a_y)}_{\text{costante}} = \left(\frac{dv_x(t)}{dt}, \frac{dv_y(t)}{dt}\right) = \begin{cases} \frac{dv_x(t)}{dt} = a_x = cost \\ \frac{dv_y(t)}{dt} = a_y = cost \end{cases}$$

$a_x = cost$

$a_y = cost$

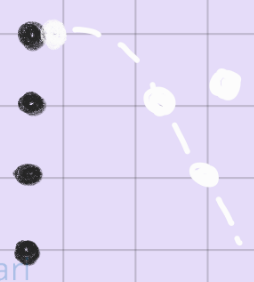
$$\begin{cases} v_x(t) = v_x(0) + a_x t \\ r_x(t) = r_x(0) + v_x(0)t + \frac{1}{2}a_x t^2 \\ v_y(t) = v_y(0) + a_y t \\ r_y(t) = r_y(0) + v_y(0)t + \frac{1}{2}a_y t^2 \end{cases}$$

t=0

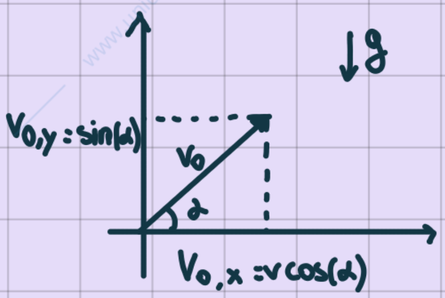
t=1

t=2

t=3



MOTO PARABOLICO



- moto uniforme lungo x

$$\begin{cases} V_x(t) = V_{0,x} + a_x t \\ x(t) = x_0 + V_{0,x} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \end{cases} \xrightarrow[\vec{x}_0 = (0,0)]{\vec{a} = (a_x, a_y) = (0,-g)} \begin{cases} V_x(t) = V_{0,x} \\ x(t) = V_{0,x} t = V_0 \cos(\alpha) t \end{cases}$$

- moto uniformemente accellerato lungo y

$$\begin{cases} V_y(t) = V_{0,y} + a_y t \\ y(t) = y_0 + V_{0,y} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \end{cases} \xrightarrow[\vec{x}_0 = (0,0)]{\vec{a} = (a_x, a_y) = (0,-g)} \begin{cases} V_y(t) = -gt = V_0 \sin(\alpha) - gt \\ y(t) = V_{0,y} t - \frac{1}{2} g t^2 = V_0 \sin(\alpha) t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

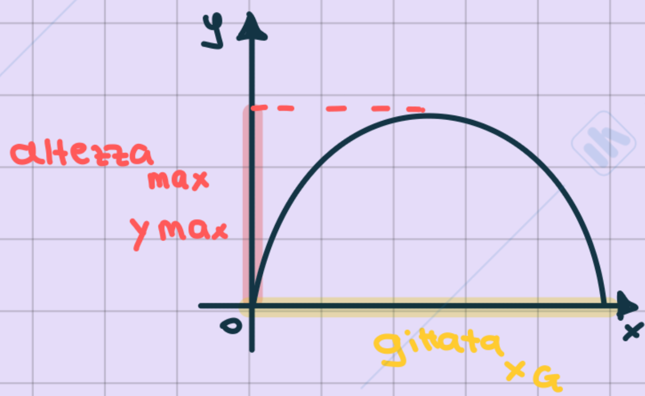
$$t = \frac{x}{V_{0,x}} = \frac{x}{V_0 \cos(\alpha)}$$ componente x della velocità costante

$$y = \frac{V_{0,y}}{V_{0,x}} x - \frac{g}{2(V_{0,x})^2} x^2$$ sostituendo nell'eq. per y(t)

↓

EQUAZIONE di una PARABOLA

$$y = \tan(\alpha) x - \frac{g}{2(V_0)^2 \cos^2(\alpha)} x^2$$



GITTATA $y = 0 \quad x > 0$

$$x_G = \frac{(V_0)^2 \sin(2\alpha)}{g}$$

TEMPO di VOLO $= T_G = \frac{x_G}{V_{0,x}} = \frac{2 V_{0,y}}{g}$

ALTEZZA MAX

$$y_{max} = \frac{(V_0)^2 \sin^2(\alpha)}{2g}$$