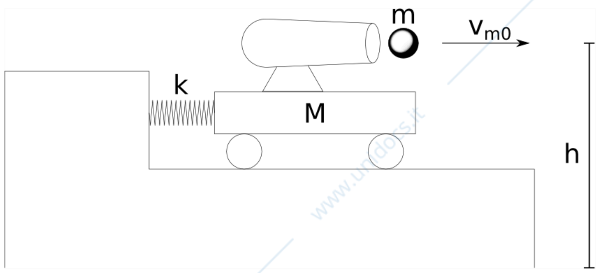
Prova in itinere di Fisica Medica A.A. 2014/2015
CdL in Medicina e Chirurgia

VERSIONE A

Esercizio 1

Un cannone è fissato su di un carrello, che e' collegato a un muro con una molla di costante elastica $k = 260\ N/m$, come mostrato in figura. Il sistema composto dal cannone e dal carrello e' inizialmente fermo. Il cannone spara orizzontalmente un proiettile di massa m = 5 *kg* a una velocità iniziale v_{m0} = 25 *m/s*.



Sapendo che la massa del cannone e del carrello è $M = 1500\ kg$, che il proiettile viene sparato da un'altezza $h = 20\ m$ e trascurando le forze di attrito, determinare:

a) La velocità v_{M0} del cannone immediatamente dopo l'esplosione (quando la molla è ancora a riposo)
b) La massima compressione Δx della molla
c) La distanza d dalla bocca del cannone in cui il proiettile colpisce il suolo
d) L'energia cinetica K_m del proiettile quando questo colpisce il suolo.

$g = 9.8\ m/s^2$, *la figura non è in scala, M non include la massa del proiettile*

Soluzione 1

a) Per la conservazione della quantità di moto:

$$m v_{m0} + M v_{M0} = 0 \quad \Rightarrow \quad v_{M0} = -\frac{m v_{m0}}{M} = \mathbf{-0.083\ m/s}$$

b) Per la conservazione dell'energia:

$$\frac{1}{2} M v_{M0}^2 = \frac{1}{2} k \Delta x^2 \quad \Rightarrow \quad |\Delta x| = \sqrt{\frac{M}{k}}\, v_{M0} = \mathbf{20\ cm}$$

c) Dalle relazioni cinematiche del moto parabolico:

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2.02\ \mathrm{s}$$

$$d = v_{m0} t = \mathbf{50.51\ m}$$

d) Per la conservazione dell'energia:

$$K_m = mgh + \frac{1}{2}mv_{m0}^2 = \mathbf{2542.5\ J}$$

Esercizio 2

A un paziente viene iniettato un medicinale per via endovenosa attraverso una siringa. La portata del liquido e' Q = 1,0 10^{-7} m^3/s. La canna della siringa ha un diametro interno d_{st} = 1 *cm* mentre l'ago, di lunghezza L = 3 *cm*, ha un diametro interno d_{ago} = 0,3 *mm*. La pressione relativa del sangue nella vena del paziente nel punto in cui penetra l'ago e' P_{vena} = 1000 *Pa*.
Assumendo che il flusso del liquido nella siringa sia laminare, che la viscosità del liquido sia η = 1,0 10^{-3} *Pa s* e che la siringa sia posta in posizione orizzontale, determinare:

a) la velocità v_{in} con la quale il liquido viene iniettato in vena
b) la resistenza idraulica dell'ago della siringa (considerare trascurabile la resistenza idraulica della canna). Esprimere la resistenza idraulica in $kg/(m^4\ s)$
c) la differenza di pressione ai capi della siringa
d) la forza che bisogna applicare allo stantuffo della siringa affiche' il liquido venga iniettato in vena con la portata indicata

Soluzione 2

a) In base alla definizione di portata e per l'equazione di continuità, in ogni sezione S della siringa deve verificarsi:

$$Q = S \cdot v = \text{cost}$$

dove v e' la velocita del fluido attraverso S.

Quindi:

$$v_{in} = \frac{Q}{S_{ago}} = \mathbf{1{,}41 m/s}$$

dove $S_{ago} = \pi d_{ago}^2 / 4$ area della sezione interna dell'ago

b) La resistenza idraulica per una condotta cilindrica di raggio r e lunghezza L in cui scorre un fluido in regime laminare e' data da (legge di Poiseuille):

$$R = \frac{8\eta L}{\pi r^4} = \mathbf{1{,}51\,10^{11}\,kg / m^4 s}$$

dove $r=d_{ago}/2$ e' il raggio interno dell'ago

c) la differenza di pressione ai capi della siringa si determina applicando la legge di Poiseuille:

$$\Delta P = R\,Q = \mathbf{1{,}51\ 10^4\ Pa}$$

essendo trascurabile la caduta di pressione ai capi della canna della siringa.

d) La forza che bisogna applicare allo stantuffo si determina a partire dalla pressione da applicare sullo stantuffo della siringa, P_{st}; essa deve essere superiore alla pressione del sangue in vena P_{vena} e si ottiene sommando la ΔP calcolata al punto c) alla pressione P_{vena} :

$$P_{st}=\Delta P+P_{vena}= 1{,}61\ 10^4 \text{ Pa}$$

E la forza da applicare allo stantuffo sarà data da:

$$F_{st} = P_{st} \cdot S_{st} = \mathbf{1{,}26N}$$

dove $S_{st} = \pi d_{st}^2/4$ area dello stantuffo, essendo d_{st} il diametro interno della canna della siringa (uguale a quello dello stantuffo).

Esercizio 3 con soluzione

Una massa di ghiaccio è posta in un recipiente di capacita' termica trascurabile, e posto sopra un fornello elettrico che somministra calore al ghiaccio. Sapendo che il ghiaccio si trova a una temperatura iniziale T_I= -8 *°C*, che la sua massa e' di 4 *kg* e che il calore specifico e' c_s = 2090 *J/(kg °C),* calcolare:

a) quanto calore bisogna somministrare alla massa di ghiaccio per trasformarla in acqua a T_F = 0 *°C*
Q= 1398880J

Il fornello elettrico puo' essere schematizzato come un semplice circuito composto da una resistenza elettrica *R* e da un generatore di tensione ΔV.

b) Sapendo che *R* = 20 *Ω* e che ΔV = 220 *V* calcolate quanto tempo Δt_1 e' necessario per portare il ghiaccio in acqua
Δt_1= 578s

Adesso si vuole ridurre il tempo, calcolato nel punto b, per portare il ghiaccio in acqua. Si ha a disposizione un'altra resistenza elettrica sempre del valore *R* = 20 *Ω*. Il generatore di tensione rimane invariato.

c) Specificare come si deve porre questa seconda resistenza rispetto alla prima, disegnando il circuito elettrico da realizzare, e, indicando con Δt_2 il nuovo intervallo di tempo necessario per fondere il ghiaccio, calcolare la frazione $\Delta t_2/\Delta t_1$.

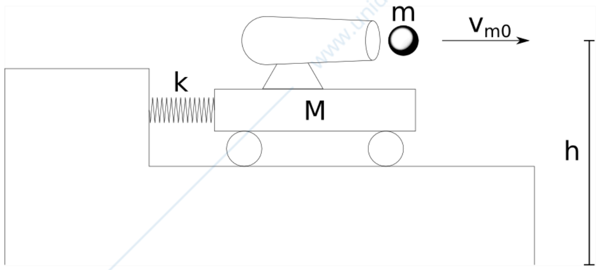
le resistenze vengono messe in parallelo e $\Delta t_1/\Delta t_2$=0.5

calore latente di fusione del ghiaccio λ_F=333 kJ/kg

Prova in itinere di Fisica Medica A.A. 2014/201529/1/2014
CdL in medicina e chirurgia
VERSIONE B

Esercizio 1

Un cannone è fissato su di un carrello, che e' collegato a un muro con una molla di costante elastica k incognita, come mostrato in figura. Il sistema composto dal cannone e dal carrello e' inizialmente fermo. Il cannone spara orizzontalmente un proiettile di massa $m = 4\ kg$. Il proiettile parte a una velocità iniziale $v_{m0} = 22.5\ m/s$ e colpisce il suolo a una distanza $d = 60\ m$ dalla bocca del cannone.



Sapendo che, immediatamente dopo l'esplosione, il cannone e il carrello hanno una velocità $v_{M0} = 0.05\ m/s$, orientata in direzione opposta a quella del proiettile, che la massima compressione della molla è $\Delta x = 15\ cm$ e trascurando le forze di attrito, determinare:

a) La massa del sistema cannone + carrello, escluso il proiettile
b) La costante elastica k della molla
c) L'altezza h da cui spara il cannone
d) L'energia cinetica K_m del proiettile quando questo colpisce il suolo.

$g = 9.8\ m/s^2$, *la figura non è in scala*

Soluzione 1

a) Per la conservazione della quantità di moto:

$$m v_{m0} + M v_{M0} = 0 \quad \Rightarrow \quad M = -\frac{m v_{m0}}{v_{M0}} = \mathbf{1800\ kg}$$

b) Per la conservazione dell'energia:

$$\frac{1}{2} M v_{M0}^2 = \frac{1}{2} k \Delta x^2 \quad \Rightarrow \quad k = M \frac{v_{M0}^2}{\Delta x^2} = \mathbf{200\ N/m}$$

c) Dalle relazioni cinematiche del moto parabolico:

$$d = v_{m0}t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{d}{v_{m0}} = 2.7 \text{ s}$$

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = \mathbf{34.8\ m}$$

d) Per la conservazione dell'energia:

$$K_m = mgh + \frac{1}{2}mv_{m0}^2 = \mathbf{2378.4\ J}$$

Esercizio 2

A un paziente viene iniettato un medicinale per via endovenosa attraverso una siringa. La velocità con la quale il liquido viene iniettato in vena e' $v_{in} = 1\ m/s$. La canna della siringa ha un diametro interno $d_{st} = 1{,}5\ cm$ mentre l'ago, di lunghezza $L = 3{,}5\ cm$, ha un diametro interno $d_{ago} = 0{,}25\ mm$. La forza che bisogna applicare allo stantuffo della siringa affiche' il liquido venga iniettato in vena con la velocita' data e' $F_{st} = 3{,}7\ N$. Assumendo che il flusso del liquido nella siringa sia laminare, che la resistenza idraulica dell'ago della siringa sia R = 4,0 10^{11} $kg/(m^4\ s)$ (la resistenza idraulica della canna e' da considerarsi trascurabile) e che la siringa sia posta in posizione orizzontale, determinare:

a) la portata del liquido
b) la viscosità del liquido espressa in *Pa s*
c) la differenza di pressione ai capi della siringa
d) la pressione relativa del sangue nella vena del paziente nel punto in cui penetra l'ago

Soluzione 2

a) In base alla definizione di portata e per l'equazione di continuità, in ogni sezione S della siringa deve verificarsi:

$$Q = S \cdot v = \text{cost}$$

dove v e' la velocita del fluido attraverso S.

Quindi:

$$Q = v_{in}S_{ago} = \mathbf{4{,}91\ \ 10^{-8}}\ \boldsymbol{m^3/s}$$

dove $S_{ago} = \pi d_{ago}^2 / 4$ area della sezione interna dell'ago

b) La resistenza idraulica per una condotta cilindrica di raggio r e lunghezza L in cui scorre un fluido in regime laminare e' data da (legge di Poiseuille):

$$\eta = \frac{R\pi r^4}{8L} = \mathbf{0{,}0011Pa\ s}$$

dove $r = d_{ago}/2$ e' il raggio interno dell'ago

c) la differenza di pressione ai capi della siringa si determina applicando la legge di Poiseuille:

$$\Delta P = R\ Q = \mathbf{1{,}96\ 10^4}\ \boldsymbol{Pa}$$

essendo trascurabile la caduta di pressione ai capi della canna della siringa.

d) Dalla forza sullo stantuffo si determina la pressione P_{st} esercitata sul fluido all'ingresso della canna della siringa;

$$P_{st} = F_{st} / S_{st} = 2{,}09\ 10^4\ Pa$$

dove $S_{st} = \pi d_{st}^2 / 4$ area dello stantuffo, essendo d_{st} il diametro interno della canna della siringa (uguale a quello dello stantuffo).
Dal momento che:

$$P_{st} - P_{vena} = \Delta P$$

La pressione del sangue in vena P_{vena} si ottiene sottraendo a P_{st} la caduta di pressione ai capi della siringala ΔP calcolata al punto c)

$$P_{vena} = P_{st} - \Delta P = \mathbf{1{,}30\ 10^3\ Pa}$$

Esercizio 3 e soluzione

Una massa di ghiaccio è posta in un recipiente, di capacita' termica trascurabile, sopra un fornello elettrico che somministra calore al ghiaccio trasformandolo in acqua a $T_F = 0$ °*C*.
Sapendo che la massa di ghiaccio è di 3 *kg*, che il calore specifico del ghiaccio e' $c_s = 2090$ *J/(kg °C)* e che il calore somministrato e' Q= 1050 *kJ*, calcolare:

a) la temperatura iniziale della massa di ghiaccio
   T_I=-8.1 °C

Il fornello elettrico puo' essere schematizzato come un semplice circuito composto da una resistenza elettrica R percorsa da una corrente I e da un generatore di tensione ΔV.

b) Sapendo che R = 25 *Ω* e che I = 12 *A* calcolare quanto tempo Δt_1 e' necessario per trasformare il ghiaccio in acqua
   Δt_1=291.7s

Adesso si vuole diminuire la potenza (indicata come P_1) del circuito, usato nel punto b, per portare il ghiaccio in acqua. Si ha a disposizione un'altra resistenza elettrica sempre del valore R = 25 *Ω*. Il generatore di tensione rimane invariato.

c) Specificare come si pone questa seconda resistenza rispetto alla prima disegnando il circuito elettrico da realizzare. Indicando la nuova potenza con P_2, calcolare la frazione P_2/P_1.
   le resistenze vengono messe in serie e P_2/P_1=0.5

calore specifico acqua e'c_s= 4186 J/(kg °C), calore latente di fusione del ghiaccio λ_F=333 kJ/kg)