CINEMATICA

Velocità e accelerazione

$v_m \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t_2)-x(t_1)}{t_2-t_1}$

$v(t) \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \equiv \frac{dx(t)}{dt}$

$a_m \equiv \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t_2)-v(t_1)}{t_2-t_1}$

$a(t) = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx(t)}{dt}\right) \equiv x''(t)$

Moto rettilineo uniforme

$v(t) = v_0 = cost \neq 0$

$x(t) = v_0 t + x_0$

Moto armonico

$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$

$v(t) = \omega x(t)$; $a(t) = -\omega^2 x(t)$

$A^2 = x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}$; $\phi = \begin{matrix} \arcsin(x_0/A) \\ \arccos(v_0/A\omega) \end{matrix}$

Moto circolare uniforme

$a_N = \frac{v^2}{R} = \omega^2 r$; $\omega \equiv \frac{v}{r} = \frac{2\pi}{T}$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v}$; $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$

$v_x(t) = -r\omega \sin\theta(t)$

$v_y(t) = r\omega \cos\theta(t)$ $\quad \theta = \frac{s}{r}$

$x(t) = r\cos\theta(t)$

$y(t) = r\sin\theta(t)$ $\quad \theta = \omega t$

Moto uniform. accelerato

$a(t) = a_0 = cost$

$\begin{cases} v(t) = a_0 t + v_0 \\ x(t) = \frac{1}{2}a_0 t^2 + v_0 t + x_0 \end{cases}$

$x = \frac{v^2 - v_0^2}{2a_0} + x_0$

$v^2 = 2a_0(x - x_0) + v_0^2$

DINAMICA

Forze

$F_G = -G\frac{mM_T}{r^2}$; $F_P = mg$

$F_e = -ky$; $F_{a.d.} = \mu_d N$

$F_{a.s.} = -F = \mu_s N$;

$F = ma$; $F_c(r) = \frac{mv^2}{r}$;

Moto nel campo della forza peso

$\sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i = 0$

$\begin{cases} v_y(t) = -gt + v_{0_y} \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0_y}t + y_0 \end{cases}$

$t_h = \sqrt{2h/g}$; $\quad v_h = \sqrt{2gh}$

$d = v_{0x}\sqrt{2h/g}$; $\quad x(t) = v_{0x}t$

$v_{0x} = v_0\cos\theta$; $v_{0y} = v_0\sin\theta$

$t_{h_{max}} = \frac{v_{0y}}{g}$; $\quad h_{max} = \frac{{v_{0y}}^2}{2g}$

$Git = v_{0x}2t_h$; $\quad y = -\frac{gx^2}{2v_{0y}^2}$

Quantità di moto: $\mathbf{q} = m\mathbf{v}$; $\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{q}}{dt}$; conservazione: $m_1 v_{1\,f} + m_2 v_{2\,f} = m_1 v_{1\,i} + m_1 v_{1\,i}$

FORZA, LAVORO ED ENERGIA

Lavoro

$L \equiv \mathbf{F}\cdot\mathbf{s} = F\,s\cos\alpha$

$L_{AB}(\gamma) \equiv \int_{A\gamma B}^{i} \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$

Energia cinetica

$E_K \equiv \frac{1}{2}mv^2$; $v = \sqrt{2a\cdot s}$

$L_{AB}(\gamma) = \Delta E_K = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$

Potenza

$W_m \equiv \frac{L}{\Delta t}$; $\quad W = \frac{dL}{dt}$;

$W = \mathbf{F}\cdot\mathbf{v}$; met: $R \equiv \frac{E}{\Delta t}$

Conservazione dell'energia

$\Delta E_K + \Delta U = 0$

$L_{AB} = U(A) - U(B) = -\Delta U$

$U_i + E_{K,i} = U_f + E_{K,f}$

$L = \oint_l \mathbf{F}ds = 0$ campi di f. conservativi

$\mathbf{F} = -\nabla U = -\mathbf{grad}\,U$

Energia potenziale gravitazionale

$U(y) = mgy$

$U(r) = -\frac{G\cdot m_1 m_2}{r}$

Velocità di fuga:

$\frac{1}{2}mv^2 > G\frac{mM_T}{R_T}$

Punti di equilibrio

$v = \sqrt{\frac{2(E-U)}{m}}$

$U(x) \approx U_0 + \frac{1}{2}k\,(x - x_0)^2$;

$k = d^2\frac{U(x_0)}{dx^2}$ (serie di Taylor)

Energia potenziale elastica

$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx} = -k(x - x_0)$;

$U(x) = \frac{1}{2}kx^2$; $\quad L_{AB} = \frac{1}{2}k({x_A}^2 - {x_B}^2)$

$E = \frac{1}{2}m\,\omega^2 A^2$; $\quad E = \frac{1}{2}kA^2$

Oscillatore armonico

$a = -\frac{k}{m}x$; $\quad F(x) = -kx$;

$x(t) = A\sin(\omega t + \phi)$; $\quad \omega = \sqrt{k/m}$

$v(t) = \omega\,A\cos(\omega t + \phi)$; $\quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Forze tra atomi e/o molecole

$U(r) = \varepsilon\left[\left(\frac{r_0}{r}\right)^{12} - 2\left(\frac{r_0}{r}\right)^{6}\right]$

$U(r) \cong -\varepsilon + \frac{1}{2}k(r - r_0)^2$

$F(r) \cong -k(r - r_0)$

Pendolo oscillante

$U = mgy = mg\ell(1 - \cos\theta)$; $\quad T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$

$v = \sqrt{2g\ell(\cos\theta - \cos\theta_{max})}$ $(\theta_{max} = \frac{\pi}{2})$

$v_{max} = \sqrt{2g\ell(1 - \cos\theta_{max})}$ $(\theta = 0)$

$s(t) = \ell\theta_{max}\sin(\omega t + \phi)$ [legge oraria]

Massa sospesa ad una molla

$y_{eq} = -\frac{mg}{k}$; $\omega = \sqrt{k/m}$

$y(t) = s(t) + y_{eq} = A\sin(\omega t + \phi) - \frac{mg}{k}$

Urti elastici

$v_{1f} = v_{1i}\,(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2) + v_{2i}\,2m_2/(m_1 + m_2)$

$v_{2\,f} = v_{1\,i}\,2m_1/(m_1 + m_2) + v_{2\,i}(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2)$

Urti anelastici (dissipazione di energia)

$m_1\mathbf{v}_{1\,i} + m_2\mathbf{v}_{2\,i} = (m_1 + m_2)\,\mathbf{v}_f$ $\quad L_{nc} = -f_c x$

$\Delta(U + E_K) = L_{nc}$ (forze non conservative)

SISTEMI ESTESI

Centro di massa

$\mathbf{r}_{CM} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{N} m_i\mathbf{r}_i$;

$\sum_{i=1}^{N}\mathbf{F}_i^{int} = 0$;

$\boldsymbol{a}_{CM} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{N}\mathbf{F}_i^{ext}$

Momento di una forza

$\mathbf{M} \equiv \mathbf{r}\wedge\mathbf{F}$ $\quad M = rF\sin\phi$

Momento di una coppia di F

$M = F_1|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|\sin\alpha = |\mathbf{F}_1|b$

Momento angolare

$\mathbf{L}_i \equiv \mathbf{r}_i \wedge \mathbf{q}_i$ $\quad \mathbf{L}_{tot} = cost$

$L_i = m_i r_i v_i \sin\phi = m_i b_i v_i$

$\frac{d\mathbf{L}_i}{dt} = \mathbf{r}_i \wedge \mathbf{F}_i = \mathbf{M}_i$

Moto del corpo rigido

$v_i = \omega r_i$(rotazione corpo rigido)

$\mathbf{L}_i \equiv \mathbf{r}_i \wedge m_i\mathbf{v}_i = m_i{r_i}^2\boldsymbol{\omega}$

$\mathbf{L} = (\sum_{i=1}^{N} m_i{r_i}^2)\boldsymbol{\omega} = I\boldsymbol{\omega}$

Momento d'inerzia

$I \equiv \sum_{i=1}^{N} m_i{r_i}^2 = \int_V^f \rho r^2\,dV$; $\quad I\boldsymbol{\alpha} = \sum_j \mathbf{M}_j^{ext}$; $\quad I = I_{CM} + mh^2$

$\boldsymbol{\alpha}$ = accelerazione angolare = $\Delta\omega/\Delta t$

sistema isolato $\mathbf{M} = 0 \rightarrow \mathbf{L} = I\boldsymbol{\omega} = cost$ $\quad I_1\boldsymbol{\omega}_1 = I_2\boldsymbol{\omega}_2$

Condizioni di equilibrio per il corpo rigido

1) $\sum_j \mathbf{F}_j^{ext} = 0$; $\quad$ 2) $\sum_j \mathbf{M}_j^{ext} = \sum_j \mathbf{r}_j \wedge \mathbf{F}_j^{ext} = 0$

se la retta di una F passa per O, il momento di F rispetto a O è 0

Lavoro ed energia cinetica rotazionale

$E_{K,R} = \frac{1}{2}I\omega^2$; $dL = M\,d\theta$ (giro antiorario segno +)

$W = M\frac{d\theta}{dt} = M\omega$; $\quad M = I\,d\omega/dt$; $\quad dL = I\,\omega\,d\omega$

$L = \frac{1}{2}I\omega_f^2 - \frac{1}{2}I\omega_i^2 = \Delta E_{K,R}$; $\quad \alpha = \frac{M}{I} = \pm\frac{rF_T}{I}$

$\begin{cases} \omega(t) = \alpha t + \omega_0 \\ \theta(t) = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \omega_0 t + \theta_0 \end{cases}$ $\quad \underbrace{E_K = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2}_{ruota\ e\ trasla}$

Leve

$\sum_j \mathbf{M}_j^{ext} = 0$; $\quad G \equiv b_M/b_R$

$\mathbf{R} = -(\mathbf{F}_R + \mathbf{F}_M)$ $\quad b_M|\mathbf{F}_M| = b_R|\mathbf{F}_R|$

1°: F_M<F<F_R: G >/</= 1

2°: F<F_R<F_M: G>1; $\quad$ 3°: F<F_M<F_R: G<1

Pulegge

$b|\boldsymbol{F}_A| = b|\boldsymbol{F}_B| \;\Rightarrow\; \boldsymbol{F}_A = \boldsymbol{F}_B$

$\mathbf{R} + \mathbf{F}_A + \mathbf{F}_B = 0 \;\Rightarrow\; \mathbf{R} = -(\mathbf{F}_A + \mathbf{F}_B)$

- Paranchi e polipasti (verticali) $G = n$
- Polipasti (paralleli) $G = 2^{n-1}$

Rotolamento

rotazione attorno al CM + traslazione

$E_K = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$ $\quad \omega = \frac{v}{r}$

$E_K = \frac{1}{2}mv^2\left(1 + \frac{I}{mr^2}\right)$

SFORZI, DEFORMAZIONI E FRATTURE

Legge di Hooke

Trazione: $\Delta\mathbb{L} = \left(\frac{1}{\mathbb{E}}\right)\mathbb{L}\left(\frac{F}{A}\right)$

$\mathbb{E}$ = modulo di Young;

Compressione: $\frac{F}{A} = \mathbb{E}\left(\frac{\Delta\mathbb{L}}{\mathbb{L}}\right)$

$F/A \equiv \sigma_L$ = sforzo assiale;

$\Delta\mathbb{L}/\mathbb{L} \equiv \varepsilon_L$ = deformazione assiale;

$\sigma_L = \mathbb{E}\,\varepsilon_L$

$\Delta\mathbb{D}/\mathbb{D} \equiv \varepsilon_D$ = contrazione relativa

$\nu \equiv -\frac{\varepsilon_D}{\varepsilon_L}$ = rapporto di Poisson

Sforzo max di compressione o trazione nelle ossa

$\sigma_{max} = \mathbb{E}\frac{r}{R}\begin{bmatrix} r = raggio\ osso \\ R = raggio\ curvatura \end{bmatrix}$

Frattura: $\sigma_{max} > \Sigma$

Σ = sforzo compressivo (o tensile) terminale

Elasticità di scorrimento

$\frac{F}{A} = G\frac{x}{h}$ $\quad \sigma_S = G\varepsilon_S \cong G\alpha$

G = modulo di scorrimento

$\frac{F}{A} = \sigma_S$ = sforzo di scorrimento

$x/h = \varepsilon_S = \tan\alpha \cong \alpha$ = deformazione di scorrimento

$G = \frac{\mathbb{E}}{2(1+\nu)}$ $\quad G \cong \mathbb{E}/2$

Compressione vertebre

$\mathbf{F}_i = \left(m_{testa} + \sum_{j=1}^{i-1} m_j\right)\mathbf{g}$

eq. $\rightarrow \mathbf{R}_i + m_i\mathbf{g} + \mathbf{F}_i = 0$

Elasticità di torsione

deformazione di scorrimento $\alpha(r) = r\phi/h$

$\sigma_S(r) = G\varepsilon_S(r) = G\alpha(r) = G\frac{r\phi}{h}$

momento dovuto agli sforzi interni: $M = \frac{G\phi}{h}\frac{\pi R^4}{2}$

$\phi = \frac{2hM}{\pi G R^4}$ $\quad r = aR \rightarrow M_{cavo} = 2a^2 M_{pieno}$

FLUIDI IDEALI

Densità

$\rho = m/V$; $\quad m = Nm_p$;

$N = nN_A$; $m_{mole} = N_A\, m_p$

$\rho = \frac{n\, m_{mole}}{V} = n\frac{N_A m_p}{V}$

Pressione

$p = \frac{F_n}{A}$

1 atm = 760 mm Hg = 101 325 Pa ≅ 0,1 MPa

Modulo di volume

Compressibilità: $C = -\frac{\Delta V/V}{\Delta p} = -\frac{variazione\ relativa\ di\ volume}{aumento\ di\ pressione}$

Modulo di volume: $B = -V\frac{\Delta p}{\Delta V}$

$-V\frac{\Delta p}{\Delta V} = B \rightarrow \infty$ (fluidi ideali, incomprimibili, viscosità = 0)

Legge di Pascal

$p_1 A - p_2 A = (p_1 - p_2)\, A = 0$

$\Rightarrow p_1 = p_2$ (stessa profondità)

Legge di Stevin

$p_1 A - p_2 A - mg = 0$

$p = p_0 + \rho_F\, gh$

Pressione relativa

$p_r \equiv p - p_{Atm} = \rho gh$

(manometro a tubo aperto)

Principio di Pascal (torchio)

$\Delta p = \frac{F_i}{A_i} = \frac{F_0}{A_0}$ $\quad d_0 = d_i\frac{A_i}{A_0}$

Legge di Archimede

$P_{app} \equiv F_y = m_C g - F_A < m_C g$

$\mathbf{F}_A \equiv (p_2 - p_1)\, A > 0$

$\mathbf{F}_A = \rho_F\, V_C\, \mathbf{g}$

$\mathbf{F}_y = \mathbf{F}_A - m_C\mathbf{g} = (\rho_F - \rho_C)\, V_C\mathbf{g}$

$\rho_F = \rho_C \Rightarrow \mathbf{F}_y = 0$

$\rho_F > \rho_C \Rightarrow \mathbf{F}_y > 0$

$\rho_F < \rho_C \Rightarrow \mathbf{F}_y < 0$

Portata massiccia

$\Delta M = \rho(v\Delta t)S$

$\Phi \equiv \lim_{\Delta t\to 0} \Delta M/\Delta t$

$\rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2$

Equazione di Leonardo (continuità)

$\Phi = \rho\, A\, v = cost$ $\quad Q \equiv A\, v = cost$

$Q \equiv \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta V}{\Delta t}$ $\quad v_1\, S_1 = v_2\, S_2$

La portata volumica nel flusso stazionario è costante.

Teorema di Bernoulli

$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = cost$

Legge di Torricelli

$v = \sqrt{2gh}$; $d = 2\sqrt{h[a + (H+h)]}$

$h_0 = a + (H+h)$; $t_{h_0} = \sqrt{2h_0/g}$;

Aneurisma / Stenosi

$p_2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2\left(1 - \frac{S_1{}^2}{S_2{}^2}\right)$

Venturimetro

$V = a\sqrt{\frac{2gh}{A^2 - a^2}}$; $\frac{v}{V} = \frac{a}{A}$

FLUIDI VISCOSI

Fluidi reali

$p_1 - p_2 > 0$ (E non si conserva → forze viscose nel fluido)

regime laminare: $F = S\eta\frac{u}{h}$

u = velocità della piastra

η = coeff. viscosità dinamica

Poiseuille: 1 Pl = 1 kg m^{-1} s^{-1}

Tipi di fluidi

$v(y) = \frac{u}{h}y$ $\quad F = S\eta\frac{dv}{dy}$

dv/dy = portata di taglio

Viscosità rispetto a dv/dy

Newtoniani: è costante

Pseudoplastici: invers. prop.

Dilatanti: dir. proporzionale

Flusso laminare su tubo

$v_{max} = \frac{r_0^2(p_1 - p_2)}{4\eta L}$

$v(r) = v_{max}\left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right)$

$Q = \frac{p_1 - p_2}{R}$ **(legge Poiseuille)**

$R = \frac{8\eta L}{\pi r_0^4}$ **(resistenza)**

Legge di Poiseuille

$Q = \frac{p_1 - p_2}{L}\frac{\pi r_0^4}{8\eta}$

$Q = \frac{dV}{dt} = -\frac{\pi r_0^4}{8\eta}\frac{dp(x)}{dx}$

$v_m = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{\pi r_0^2} = \frac{r_0^4(p_1 - p_2)}{8\eta L}$

Moto turbolento

regime turbolento: $v > v_{critica}$

$Re \equiv \frac{\rho r_0 v_c}{\eta}$ **(numero di Reynolds)**

$R = KQ$ $\quad K$ = fattore di attrito

$p_1 - p_2 = RQ = KQ^2$

$Q = \sqrt{(p_1 - p_2)/K}$

Trascinamento viscoso

Corpo in moto in un fluido:

$\mathbf{F}_f = -\gamma\eta\mathbf{v} = -f\mathbf{v}$

γ = dipende dalla forma

f = coefficiente di attrito

$f = 6\pi\eta r$ **(formula Strokes)**

Legge moto attrito viscoso

$v(t) = v_{lim} + (v_0 - v_{lim})\, e^{-\frac{f}{m}t}$

Centrifugazione

$\mathbf{F}_C = m_P\,\boldsymbol{\omega}^2\mathbf{R} = m_P\mathbf{a}_c$

$a_c = \omega^2 R \gg g$

$\mathbf{F}_B = -m_F\mathbf{a}_c = -m_F\,\boldsymbol{\omega}^2\mathbf{R}$

Sedimentazione

$\mathbf{v}_{lim} = \mathbf{F}/f$ $\quad$ p. sferica:

$V_P = \frac{4}{3}\pi r^3$; $\quad f = 6\pi\eta r$

$\rightarrow v_{lim} = \frac{2}{9}\frac{g\, r^2(\rho_P - \rho_F)}{\eta}$

$v_{lim} = [(m_P - m_F)\,\omega^2 R]/f$

$v_{lim} = S\omega^2 R$ [1 sv=10^{-13}s]

$S \equiv \frac{v_{lim}}{\omega^2 R} = \frac{(\rho_P - \rho_F)V_P}{f}$

TENSIONE SUPERFICIALE

Tensione superficiale

$F = \tau\, l$ $\quad L_{ext} = \tau\cdot\Delta S = \Delta U$

$\tau = \frac{L_{ext}}{\Delta S} = \frac{r_{az}F_m\Delta N}{\Delta S}$ $\quad \tau = p_c r_{az}$

Superfici concave: $p_{aria} > p_{liquid}$

Gocce e bolle

$\Delta p = \frac{2\tau}{R}$ **[legge di Laplace]**

$\mathbf{F}_\tau = \sum_i \mathbf{f}_{\tau,i}\,\Delta l_i = \mathbf{n}2\pi r\cos\theta$

Contagocce: goccia si stacca quando $mg > 2\pi r\,\tau$

Goccia: $\Delta p = 2\tau/R$;

Ellissoide: $\Delta p = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)\tau$;

Cilindro: $\Delta p = \tau/R$;

Bolla di sapone: $\Delta p = \frac{4\tau}{R}$

Capillarità

$\theta < 90°$ (menisco concavo) risale di $h = 2\tau\cos\theta/\rho gr$

$\theta = 0$ bagna $h = \frac{2\tau}{\rho gr}$

$\theta > 90°$ (menisco convesso) non bagna, h<0 scende

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

TERMODINAMICA

Temperatura
$L(T) = L_0(1+\alpha T)$
$[°C] = ([°F] - 32) \cdot \frac{5}{9}$
$[°F] = \left([°C] \cdot \frac{9}{5}\right) + 32$
$T(K) = 273.15 + T(°C)$

Gas perfetti
$pV = nRT$
$R = 8{,}314\, J/K \cdot mol$
$V/T = cost \quad V = V_0(1+\alpha T_c)$
$p/T = cost \quad p = p_0(1+\alpha T_c)$
$\alpha = 1/T_0 = 0{,}0037$

Energia cinetica dei gas
$< E_K > = \frac{3}{2} k_B T \qquad M = N_A m$
$k_B \equiv \frac{R}{N_A} = 1{,}37 \cdot 10^{-23}\, J/K$
$v_{qm} = \sqrt{\frac{2<E_K>}{m}} = \sqrt{\frac{3k_BT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

Legge di Dalton
Pressioni parziali:
$p = \frac{RT}{V} \sum_j n_j$
ogni gas si comporta come se gli altri non ci fossero (p pareti).

Calore
$Q = m\,c\,\Delta T \; > 0 \; (T_f > T_i)$
$1\, cal = 4{,}186\, J$
$Q = m \int_{T_i}^{T_f} c(T)\, dT$
$C = c \cdot m \qquad Q = C \cdot \Delta T$

Trasmissione del calore
Conduzione: $P_{cond} \equiv \frac{Q_{cond}}{t} = K \frac{A}{d}(T_b - T_a)$
Convezione: $P_{conv} \equiv \frac{Q_{conv}}{t} = A \cdot K_{conv}(T_b - T_a)$
Irraggiamento: $I = \varepsilon\, \sigma\, T^4$;
$P_{net} = P_e - P_a = \varepsilon \sigma A (T^4 - T_{amb}^4)$

Equilibrio termico
$T_f = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} \qquad pV = cost$ (Boyle)
Vasi Dewar e calorimetri:
$c_1 m_1 (T_f - T_1) + c_2 m_2 (T_f - T_2) = 0$

Calori latenti
$Q = \lambda \cdot m \quad [\lambda = \text{c.l. fusione}]$
(isoterma di Van der Waals)
$\left(p + a\frac{n^2}{V^2}\right)(V - nb) - nRT = 0$
$p = \frac{nRT}{V - nb} - a\frac{n^2}{V^2}$

Umidità
U(rel) $= \frac{p_{H2O}}{tens\ vapore\ saturo}$

Termoregolazione corpo
$R \equiv \frac{E_{met}}{t}; \; \eta = \frac{P_{mec}}{R} = 20\%$

Primo principio termodin.
$\Delta U = Q - L$ ($Q > 0$: assorbito)

Scambi di calore corpo umano
Conduzione interna: $P_{int} = C_t (T_{corpo} - T_{pelle}) \quad C_t = K\frac{A}{d}$
Conduzione esterna: $P_{cond} = K \frac{A_{pelle}}{d}(T_{pelle} - T_{amb})$
Irraggiamento: $P_{net} = A_{pelle}\, \varepsilon_{pelle}\, \sigma (T_{pelle}^4 - T_{amb}^4)$
Convezione: $P_{conv} = AK_{conv}(T_{pelle} - T_{amb})$
Respirazione: $Q_{resp} = H_V\, m_{H_2O}; \qquad P_{resp} = \frac{Q_{resp}}{t}$

Lavoro
$L = p\,\Delta V \quad L = \int_{V_A}^{V_B} p(V)\, dV$
Espansione: $\Delta V > 0; L > 0$

T. cicliche: $\Delta U = 0 \rightarrow L = Q$
T. isocore: $L = 0 \rightarrow \Delta U = Q$

T. isobare: $L = \int_A^B p dV = p(V_B - V_A)$; $\Delta U = Q - p(V_B - V_A)$
T. adiabatiche: $Q = 0 \rightarrow \Delta U = -L$; Espan. libera: $Q = L = 0$

Energia interna
$U = \frac{3}{2} nRT$ Volume cost: $Q_V = nc_V\, \Delta T \quad \Delta U = nc_V\, \Delta T$
$c_V = \frac{3}{2} R$ Pressione cost: $Q_p = nc_p\, \Delta T \quad \Delta U = Q_p - p\Delta V$
(gas mono) $c_p = c_V + R = 5/2\, R; \; \gamma \equiv \frac{c_p}{c_V} = \frac{5}{3}; \; c_{solido} = 3R$
(gas biat) $U_{biat} = \frac{5}{2} nRT \quad c_{V,biat} = \frac{5}{2} R \quad c_p = \frac{7}{2} R$

Trasformazioni reversibili
Isoterma: $\Delta U = 0; \; L = Q = nRT \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$
Adiabatica: $TV^{\gamma-1} = cost \qquad T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1}$
$\frac{R}{c_V} = \gamma - 1 \qquad pV^\gamma = cost \qquad p_i V_i^\gamma = p_f V_f^\gamma$
nel vuoto: $\Delta U = Q - L = 0 = nc_V\, \Delta T \qquad T_i = T_f$

MACCHINE TERMICHE

Macchine termiche / Frigogene
$\Delta U = Q - L = 0; \; L > 0 \rightarrow Q_1 > |Q_2|; \; L < 0 \rightarrow |Q_1| > Q_2$

Rendimento
$\eta \equiv \frac{L_{prod}}{Q1_{ass}} \qquad \eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$

Coefficiente prestazione
$\xi \equiv \frac{Q2_{assorb}}{|L_{subito}|}$

Ciclo di Carnot
ESP. ISOTERMA: assorbe il calore Q_1 da S_1 con T_1
ESP. ADIABATICA: si raffredda a $T_2 < T_1$ senza ΔQ
COMPR. ISOTERMA: cede Q_2 a S_2 con $T_2 < T_1$
COMPR. ADIABATICA: chiude il ciclo.

$\underbrace{\eta_C = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}}_{\text{massimo rendimento possibile}}$
$\eta_{max} = L/Q_{1,min}$

$\frac{T_2}{T_1} = \frac{|Q_2|}{Q_1}$ (T assoluta)
$Q_{1,min} = \frac{L}{\eta_C} = \frac{L}{1 - \frac{T_1}{T_2}}$

Macchina frigogena reversibile
$|L| = |Q_1| - |Q_2| = \frac{Q_1}{1+\xi}$;
$\xi_C = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$

Teorema di Clausius (entropia)
$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \le 0 \qquad \sum_{i=1}^N \frac{Q_i}{T_i} \le 0 \qquad \oint \frac{dQ}{T} \le 0$
$\Delta S = S(B) - S(A) \equiv \int_A^B \left(\frac{dQ}{T}\right)_{REV}$

ΔS in trasformazioni reversibili
Adiabatica: $dS = \frac{dQ}{dT} = 0$ ISOENTROPICA
Isoterma: $L_{A\rightarrow B} = T[S(B) - S(A)] \quad G = TS - U$
Di fase: $\Delta S = \frac{1}{T_t}\int_A^B dQ_{REV} = \frac{\lambda_t\, m}{T_t} \quad Q = \int_A^B TdS$

Trasformazioni irreversibili
t. monoterma: $\frac{1}{T}\int_A^B (dQ)_{IR} < S(B) - S(A)$
$(Q_{A\rightarrow B})_{IRR} < T$[S(B)-S(A)]
$(L_{A\rightarrow B})_{IRR}$ <[U(A)-TS(A)]-[U(B)-TS(B)]
$(L_{A\rightarrow B})_{IRR} < F(A)\text{-}F(B) = (L_{A\rightarrow B})_{REV}$
t. adiabatica: $dQ = 0 \quad S(B) > S(A)$

Entropia di un gas ideale
$S = nc_V \ln(TV^{\gamma-1}) + S_0$
$S(B) - S(A) = nc_V \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) + nR \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = nc_V \ln\left(\frac{T_B V_B^{\gamma-1}}{T_A V_A^{\gamma-1}}\right)$

Solido o liquido
$S(B) - S(A) = m\,c \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) \qquad S = mc\ln(T) + S_0$

CAMPO ELETTRICO

Forza di Coulomb
$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$

Campo elettrico
$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q} \quad E = k\frac{Q}{r^2}$

E. potenziale
$U(r) = k\frac{qQ}{r}$

Potenziale elettrico
$V(r) \equiv \frac{U(r)}{q} = k\frac{Q}{r}; \quad \Delta U = q\,\Delta V; \quad V_A - V_B = \frac{L_{AB}}{q} = \int_A^B \mathbf{E}\, d\mathbf{s}$
$\mathbf{a} = q\mathbf{E}/m \quad v_B = \sqrt{[2q\,(V_A - V_B)]/m} \quad \mathbf{E} = -\nabla V \quad L_{AB} = -q\Delta V$

Flusso del campo elettrico
$\Phi = ES\cos\theta = \int_S^f \mathbf{E}\cdot\mathbf{n}\, dS$

Teorema di Gauss
$\Phi_S = \frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_r} \quad \sigma = \frac{Q}{S} \quad E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \quad \frac{E_1}{E_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1}$

$C \equiv \frac{Q}{V} = \varepsilon_r\varepsilon_0 \frac{S}{d}$ (F)

Condensatori (serie: cond 1/C resist R)
$V_A - V_B = E\, d; \; U = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r\, E^2 Sd$
$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r\, E^2 \quad \Delta U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2$

Corrente
$i \equiv dq/dt$
$J = i/S = \sigma_c E$
Densità di corrente

Legge di Ohm
$V = Ri \quad R = \frac{l}{\sigma_c S} = \frac{\rho l}{S}$
$\rho \equiv \frac{1}{\sigma_c} = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)]$

Effetto Joule
$P \equiv \frac{dL}{dt} = Vi \quad \Delta T = \frac{Q}{m_c c}$
$Q = P\Delta t = i^2 R\,\Delta t$

Circuiti RC
Carica: $V_C = V_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$
Scarica: $V_C = \frac{Q}{C} = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$
$i(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \tau \equiv RC$

CAMPO MAGNETICO

Gauss per magnetismo

$\Phi_B \equiv \int_S^S \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{n}\, dS$ (=0 S.chiusa)

Forza di Lorentz

$\boldsymbol{F}_B = q\boldsymbol{vB} = |q| v\, B \sin\phi$

Selettore di velocità

$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$ $\quad v = E/B$

Moto circolare di un carica in B

$v = \frac{|q|BR}{m}$; $R = \frac{mv}{|q|B}$; $T = \frac{2\pi m}{|q|\,B}$; $\omega = \frac{|q|B}{m}$

Traiettorie elicoidali

$v_\perp = v \sin\phi$ $\quad r = \frac{mv_\perp}{|q|B}$

$v_\parallel = v\cos\phi$ $\quad s = Tv_\parallel = \frac{2\pi m v_\parallel}{|q|\,B}$

Ciclotrone

$V(t) = V_0 \sin\omega t$; $\Delta E_K = qV_0$; $v_{max} = \frac{qBR_D}{m}$

$E_{K,mx} = \frac{1}{2} m v_{mx}^2 = \frac{q^2 B^2 R_D^2}{2m}$ $\quad R_D = \frac{\sqrt{2mE_{k,mx}}}{qB}$

Spettrografo

$E_K = eV$ $\quad R = \frac{mv}{eB}$

$m = \frac{eB^2R^2}{2V}$ $\quad \frac{m}{m_c} = \frac{R^2}{R_c^2}$

Filo percorso da corrente

$\Delta q = (nSL)e$; $i = nSev$

$\boldsymbol{f}_B = e\boldsymbol{v}\boldsymbol{B}$; $\boldsymbol{F} = N\boldsymbol{f}_B$

$F = ilB\sin\alpha$ $\quad N = nSL$

Coppia magnetica (spira)

$M = Fd = (iLB)L' \sin\theta = iSB\sin\theta$

motore elettrico: motore ac sincrono

Teorema di Ampere

$\oint_C \mathbf{B}d\mathbf{s} = \mu_0 i$ $\quad \oint_C \mathbf{E}d\mathbf{s} = 0$

Solenoide lineare: $B = \mu_0 i N/L$

Solenoide toroidale: $B = \frac{\mu_0 i N}{2\pi r}$

Due fili con corrente

$F_1 = F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i_1 i_2}{d} L$

$\mathbf{B}(P) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{1}{r^2} q\mathbf{v} \wedge \mathbf{u}_r$

$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{r}$ (Biot-Sav) $\mu_0 = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2}$

Legge di Lenz

Il verso di i indotta si oppone a $d\Phi_B$

Legge di induzione di Faraday

$\Phi_B = \int_S \mathrm{B}dS$ $\quad f_{em} = \oint_C \mathbf{E}d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = BS\,\omega\sin(\omega t)$

ONDE

Funzione d'onda

$y = s(x,t) = f(x \pm vt)$

$s(x,t) = A\sin\left\{2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right\}$

$= A\sin(\omega t - kx)$ $\quad v = \frac{\lambda}{T}$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ (n.o. angolare) $\quad \tilde{\kappa} = \frac{1}{\lambda}$

Intensità

$I = \frac{P}{4\pi r^2}$ $\quad E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 =$

$\frac{1}{2}m(2\pi)^2 f^2 A^2$ $\quad m = \rho V = S v\Delta t$

$P = \frac{E}{\Delta t} = 2\pi^2 S v f^2 A^2$

$I = \frac{P}{S} = 2\pi^2 v f^2 A^2$

Riflessione / rifrazione / interferenza

$\overline{AB} = \frac{\lambda_1}{\sin\theta_1} = \frac{\lambda_2}{\sin\theta_2}$

Riflessione: $\theta_1 = \theta_2$

Rifraz.: $\sin\theta_2 = \frac{v_2}{v_1}\sin\theta_1$

Interf: $y = R\sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \phi\right)$

Interferenza costruttiva

$x_2 - x_1 = n\lambda$ $\quad R = 2A$

Interferenza distruttiva

$x_2 - x_1 = (2n+1)\lambda$ $\quad R = 0$

Quadratura di fase $\quad R = A\sqrt{2}$

$x_2 - x_1 = (2n+1)\lambda/4$

Onde stazionarie

$y = y_1 + y_2 =$

$2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$

Battimenti: $f_{batt} = (f_1 - f_2)/2$

$y = y_1 + y_2$

$= 2A\cos\left[2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t\right]\sin\left[2\pi\left(\frac{f_1+f_2}{2}\right)t\right]$

Effetto Doppler

$f' = f\frac{1 \pm u_R/v}{1 \mp u_S/v}$ + ricev avvicina; – allontana; – sorg avvicina; + allontana $\quad f' = f\frac{v}{v - u_S\cos\theta}$

Sorg. avv: $f' > f$ $\quad \Delta f = f\left(\frac{u_S}{v - u_S}\right) > 0$ $\quad \lambda' = \lambda\left(1 - \frac{u_S}{v}\right) < \lambda$ $\quad \Delta\lambda = -\lambda\frac{u_S}{v} < 0$

Sorg. all: $f' < f$ $\quad \Delta f = -f\left(\frac{u_S}{v + u_S}\right) < 0$ $\quad \lambda' = \lambda\left(1 + \frac{u_S}{v}\right) > \lambda$ $\quad \Delta\lambda = \lambda\frac{u_S}{v} > 0$

Osserv avvicina: $f' = f\left(1 + \frac{u_R}{v}\right) > f$ $\quad$ si allontana: $f' = f\left(1 - \frac{u_R}{v}\right) < f$

Analisi di Fourier

$g(t) = g_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n$

$\sin(2\pi f_n t + \phi_n)$

Analisi armonica

$f_n = nf$; $\lambda_n = v/f_n = v/nf = \lambda/n$

$s(x,t) = s_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(2\pi f_n t - 2\pi\frac{x}{\lambda_n} + \phi_n)$

ONDE SONORE

$\frac{fase}{2\pi} = \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} = C$; $x_1 = \lambda\frac{t_1}{t} - \lambda C$

$\frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\lambda}{T} = v$ (velocità di fase)

Propagazione delle onde

$F = (p(t) - p_a)S = \Delta p\, S$; $\quad a = \frac{\Delta p S}{m} = \frac{u}{\Delta t}$

$\Delta p = \frac{um}{S\Delta t} = u\rho\frac{\Delta l}{\Delta t} = u\rho v$; $\quad u(t) = A\omega\sin(\omega t + \phi)$, $\Delta p(t) = \Delta p_0 \sin(\omega t + \phi)$

$\Delta p_0 = A\omega\rho v$

$\Delta p = B\frac{(-\Delta V)}{V}$

$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$ $\quad v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$

$B = \gamma p$ $\quad v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$ $\quad v = v_{qm}\sqrt{\frac{\gamma}{3}}$

$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M_{mol}}} = \sqrt{\frac{\gamma k_b T}{m_{molecola}}}$

Impedenza acustica

$Z \equiv \frac{\Delta p_0}{u_0} = \rho v$

Intensità delle onde sonore

$I = \frac{P}{4\pi r^2}$; $\quad \frac{I_R}{I_I} = \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}\right)^2$ $\quad \frac{I_T}{I_I} = \left(\frac{4\,Z_1\,Z_2}{Z_2 + Z_1}\right)^2$

Scala Decibel

$\beta(\mathrm{dB}) \equiv 10\log_{10}\frac{I}{I_0}$ $\quad I_0 = 10^{-12}\frac{W}{m^2}$

Ultrasuoni

$I(x) = I_0\exp(-\alpha x)$

Assorbimento (viscosità)

Ecografia

Distanza $\delta = l_2 - l_1 = \frac{1}{2}vt_2 - \frac{1}{2}vt_1 = \frac{1}{2}v(t_2 - t_1)$ ultrasuoni doppler: $\Delta f = f_0(2u\cos\alpha)/v$ $\quad u = (\Delta f/f_0)\,(v/2\cos\alpha)$

OTTICA

Onde EM piane

$\mathrm{E}(x,t) = \mathrm{E}_0\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$

$\mathrm{B}(x,t) = \mathrm{B}_0\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right]$

$\mathrm{E}(x,y,z,t) = \mathrm{E}_0\, e^{-\frac{y^2+z^2}{w^2}}\sin[\ldots]$

Energia trasportata dall'onda

$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$(densità di E, cond) $\quad I \equiv \frac{U}{\Delta t\, S} = v\varepsilon E^2$ $\quad I_m = \frac{1}{2}v\varepsilon E_0^2$

$u_B = \frac{1}{2\mu}B^2$(densità di B, solen) $\quad E(r,t) = \frac{E_0}{r}\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right)\right]$

$B^2 = \varepsilon\mu E^2$ $\quad U = \varepsilon E^2 \cdot S v\Delta t$ $\quad I = \frac{P}{4\pi r^2}$ $\quad U = uV = uSv\Delta t$

Polarizzazione

$I = I_0\cos^2\theta$ [Maalus] $I_0 = \frac{1}{2}v\varepsilon E_{0y}^2$

Rifrazione

$n \equiv \frac{c}{v} = \sqrt{\varepsilon_r\mu_r}$ $\quad \frac{n}{p_1} + \frac{n'}{q_1} = 0$

$\theta_c = \arcsin(n_2/n_1)$ (rifl. totale)

Specchi

$f = \overline{OF} = \frac{R}{2}$ Concavo **d>f**: imm. reale, capovolta, rimpicciolita

d<f: immagine virtuale, diritta, ingrandita

Convesso: im virtuali, diritte, rimpicciol

Lenti

$\frac{1}{f_1} = \frac{n_L - n_1}{n_1 R_1}$ $\quad f_2 = f_1\frac{n_2}{n_1}$ (anteriore, posteriore)

$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_L - n_M}{n_M}\right)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$

$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ p. coniugati $\quad \Psi \equiv \frac{1}{f}$

$G_{lt} = -\frac{q}{p} = \frac{f}{(f-p)} = 1 - \frac{q}{f}$

due: $G_{lt} = G_1 G_2$; $G_{lt} = \frac{y_2}{y_1} = -\frac{f_2}{f_1}$

Occhio

$\xi \cong \tan\xi = \frac{y}{d_0}$ angolo visuale max

Accomodazione $A = \frac{1}{d} - \frac{1}{D}$

Lenti d'ingrandimento

$G_{lt} = 1 - \frac{q}{f} = 1 + \frac{d_0}{f} = \frac{f}{f-p} = \infty$

$p = \frac{d_0}{G_{lt}}$ $\quad y'_R = G_A y_R$ $\quad G_A \equiv \frac{\tan\xi'}{\tan\xi} = \frac{d_0}{f}$

Diffrazione $\quad \Delta x = d\theta_m$

$\underbrace{d_m = \frac{0{,}61\lambda_0}{n\sin\alpha}}_{criterio\ Reyleigh}$ $\quad \underbrace{\theta_m \cong \frac{1{,}22\lambda}{D_0}}_{min\ sep\ angolare}$

Acuità visiva

$\underbrace{\theta_c = \frac{d_c}{f}}_{angolo\ vis\ cono}$ $\quad \theta_m \cong 12{,}2 \cdot 10^{-5}$ $\quad \theta_m = \arcsin(m\lambda/d)$ $\quad d\sin\theta = m\lambda$

Microscopio

$G_{lt}G_A = -\frac{f_{pro}}{f_{obj}} \cdot \frac{d_0}{f_{ocu}}$ $\quad / -\frac{D}{f_{obj}} \cdot \frac{d_0}{f_{ocu}}$

$d_m = 0{,}61\lambda_0/n\sin\alpha = AN$

MATERIA E RADIAZIONI

$r_n = \frac{n^2(\varepsilon_0 h^2)}{Me^2}$ $\quad E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{Me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}$ $\quad M^{-1} = m_e^{-1} + m_p^{-1}$

$r_1 \cong 0{,}53$Å $\quad E_1 \cong -13{,}6\ eV$ $\quad r_n = n^2 r_1$ $\quad E_n = -\frac{E_1}{n^2}$

$f = \frac{|E_j| - |E_i|}{h}$ $\quad r = r_0 A^{\frac{1}{3}}$ nucleo

$\rho = \frac{m_p}{4/3\,\pi r_0^3}$ $\quad 2d\sin\theta = m\lambda$

DIFETTO DI MASSA:

$Zm_p + (A - Z)m_n + Zm_e$

$\Delta m = m_a - m_m$ $\quad \Delta E = \Delta m\, c^2$

RADIOATTIVITÀ: $n(t) = n_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

$\frac{n(t+dt) - n(t)}{dt} = -\frac{dn}{dt} = K\,n(t)$

$n(t_{1/2}) = n_0\exp\left(-\frac{t_{1/2}}{\tau}\right) = \frac{n_0}{2}$

$-\frac{t_{1/2}}{\tau} = \ln\frac{1}{2} = -\ln 2\ t_{1/2} = \tau\ln 2$

ATTIVITÀ RADIO: $R \equiv \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{1}{\tau}N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{N(t)}{\tau}$ $\quad R(t) \cong \frac{n(t)}{\tau} = \frac{n(t)\ln 2}{t_{1/2}}$ $\quad n(t) \cong \frac{t_{1/2}}{\ln 2}R(t)$ $\quad \ln R(t) = \ln R_0 - \frac{t}{\tau}$

$e\Delta V = \frac{1}{2}mv^2 = hf_{max}$ $\quad I(x) = I_0 e^{-\mu x}$ $\quad \frac{\Delta D}{\Delta t} = \frac{\Gamma R}{d^2}$ $\quad LET = -\frac{dE}{dx}$

$D = \frac{\Delta E}{m}$ $\quad w_R = \frac{D_{T,X\,200\,keV}}{D_{T,R}}$ $\quad H_{T,R} = w_R D_{T,R}$ $\quad RBE = \frac{D_{X\,200\,keV}}{D_R}$