www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

FISICA 2

PRIMA PARTE: IL CAMPO ELETTRICO

LA CARICA ELETTRICA

La carica elettrica è la proprietà di elettroni e protoni, particelle che compongono la materia. Essa ha cinque particolari caratteristiche:

1) Può essere di due tipi: positiva o negativa. Inizialmente si pensava che la materia avesse un fluido con pressione positiva o negativa (Franklin), ma poi si arrivò a capire che non è così.
2) È QUANTIZZATA: la carica elementare è la carica dell'elettrone: -1.6*10^-19 C. Non esistono in natura cariche che siano una frazione di essa, ma esclusivamente dei multipli. Anche se esistono i quarks, particelle componenti il protone, essi sono sempre presenti in aggregati stabili la cui carica è come minimo pari alla carica dell'elettrone (in modulo).
3) È CONSERVATA: la carica non si crea dal nulla, né si distrugge, anche se si creano delle coppie, esse sono sempre tali che la loro somma sia neutra. Il bilancio totale non cambia e ciò è espresso da una delle equazioni di Maxwell: $div\boldsymbol{J} = \frac{\partial\rho}{\partial t}$, ossia: la variazione della densità di carica nel tempo è uguale al flusso.
4) È INVARIANTE: la carica misurata da osservatori inerziali in moto gli uni rispetto agli altri non varia cambiando sistema di riferimento.
5) Le cariche elementari sono oggetti INDISTINGUIBILI.

LEGGE DI COULOMB

Tra il 1780 e il 1790, utilizzando una bilancia di torsione e delle sferette cariche, Coulomb riuscì a dimostrare la proporzionalità della forza che agisce tra due cariche, il loro valore e l'inverso del quadrato della loro distanza. L'espressione della forza agente su una carica risulta quindi essere la seguente:

$$F_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 {r^2}_{12}}\widehat{r_{12}}$$

La costante $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ vale 9*10^9 Nm^2/C^2.

La forza è chiaramente diretta lungo la congiungente delle due cariche che risulta essere l'unica direzione possibile in quanto lo spazio in cui ci si muove è uno spazio isotropo e non esiste alcuna direzione privilegiata: anche ruotando il sistema, essa non cambia.

Questa legge è valida per cariche ferme e per corpi a simmetria sferica o comunque corpi che possono essere considerati puntiformi in quanto posti a grandi distanze. Nel caso in cui i corpi non siano puntiformi, si utilizza il principio di sovrapposizione per dividere il sistema in volumetti infinitesimi e successivamente compiere una somma integrale.

La forza di Coulomb risulta essere molto più intensa della forza gravitazionale (circa 10^36 volte maggiore) , infatti, secondo l'elettromagnetismo classico, gli atomi non potrebbero esistere in quanto dovrebbero collassare su se stessi.

IL CAMPO ELETTRICO

Essendo la forza di Coulomb una forza a distanza, si può introdurre il concetto di campo, un ente matematico che funge da mediatore della forza nello spazio. Matematicamente si tratta di un campo vettoriale che a ogni vettore (posizione dello spazio R3) associ un altro vettore (forza applicata in quel punto).

Viene definito come:

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Il campo elettrico è un campo conservativo, in cui il lavoro fatto per spostare una carica dipende solo dagli estremi del percorso, o meglio, dalle componenti radiali della forza, che sono le uniche ad avere rilevanza nel momento in cui viene eseguito il prodotto scalare: le componenti dello spostamento lungo gli archi di circonferenza, essendo perpendicolari alla forza, non vengono considerati. Dividendo un qualsiasi percorso in archi infinitesimi, prendendo i pezzettini radiali e integrando, si ottiene una cancellazione di tutte le componenti, eccetto la prima e l'ultima e si arriva all'espressione:

$$L = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f}\right)$$

Ovviamente, se si parte da una distanza infinita, il lavoro compiuto sulla carica risulta:

$$L = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_f}$$

Cambiando segno all'espressione del lavoro si ottiene invece U, l'energia potenziale che acquista una carica in virtù della sua posizione nel campo. Risulta essere -L, in quanto è l'energia spesa da una forza esterna per far arrivare la carica in quella determinata posizione.

Il campo elettrico è rappresentato attraverso linee di campo che possono essere linee chiuse oppure linee aperte: nascono dalle cariche positive ed entrano nelle cariche negative. Da qui si deduce che le cariche sono le sorgenti del campo elettrico, osservazione descritta formalmente dall'equazione:

$$div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Il campo elettrostatico inoltre, essendo conservativo, gode della seguente proprietà: $rot\vec{E} = 0$, che però non si conserva quando si parla di campi non statici, per cui $rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ (dall'induzione elettromagnetica).

LEGGE DI GAUSS

La legge di Gauss è un equivalente della legge di Coulomb, anche se da un punto di vista diverso: Coulomb permette di ricavare il campo elettrico partendo dalle cariche, mentre Gauss permette di ricavare il valore della carica conoscendo il campo elettrico. Inoltre, la legge di Gauss è valida anche per cariche in movimento e per corpi non necessariamente a simmetria sferica.

L'espressione della legge è: $\Phi = \int_S \boldsymbol{E}\,\hat{\boldsymbol{n}}\,dS = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ $che\ è\ assimilabile\ a\ div\boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$.

La legge di Gauss esprime quindi il flusso del campo elettrico attraverso un integrale di superficie valido per ogni tipo di superficie: ogni flusso viene proiettato su di un'ipotetica calotta sferica dal prodotto scalare e successivamente si dimostra che il flusso ha sempre la stessa espressione anche se la carica non è posta esattamente al centro della sfera. Per fare ciò si usa l'angolo solido che cresce proporzionalmente alla distanza al quadrato, mentre il campo elettrico diminuisce proporzionalmente a 1/r^2. Queste due quantità si semplificano e il flusso non cambia espressione.

Si nota inoltre che, a contribuire al flusso attraverso una superficie sono solo le cariche interne ad essa, in quanto i contributi di quelle esterne si annullano (le normali sono opposte in verso).

L'equivalenza tra la legge di Gauss e quella di Coulomb per quanto riguarda l'espressione del campo elettrico riconduce all'equivalenza tra una carica puntiforme posta nel centro di una sfera e la stessa carica distribuita

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

sulla sua superficie: prendendo ogni carica infinitesima e sommando i contributi per ottenere la forza totale (e quindi E) è come se stessi facendo un integrale di superficie.

POTENZIALE DEL CAMPO ELETTROSTATICO:

Introdotto il lavoro del campo elettrostatico conservativo, si può introdurre un'altra grandezza, ossia l'energia potenziale per unità di carica, anche detta potenziale del campo elettrostatico:

$$\frac{U}{q} = -\int_{\infty}^{r} \vec{E} dl = \varphi$$

Il potenziale del campo elettrico è anche definito come

$\vec{E} = -grad(\varphi)$.

Per cui, il campo elettrico, è la direzione di massima crescita del potenziale: è infatti ortogonale alle superfici equipotenziali in cui $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \equiv cost$ e risulta essere la direzione la cui derivata direzionale è massima (la derivata direzionale è definita come il gradiente scalar versore incremento: quando sono paralleli ho il valore più alto ottenibile). Se mi sposto sulle superfici (perpendicolarmente al gradiente, la derivata è nulla).

L'unità di misura del potenziale è il Volt, J/C, ed è definito come la differenza di potenziale che c'è tra due punti di un conduttore che, percorso dalla corrente di un Ampere dissipa la potenza di un Watt, dall'espressione

$$P = I\Delta\varphi$$

Per una distribuzione continua di carica, l'espressione del potenziale è (vedi integrale quad).

CONDUTTORI E ISOLANTI:

La differenza sta nella capacità o meno di trasportare cariche elettriche. Un isolante è un materiale che non presenta mobilità dei portatori di carica, mentre un conduttore presenta cariche libere di muoversi e di raggiungere una configurazione stabile se immerse in un campo elettrico che garantisca un campo elettrico nullo all'interno del conduttore. Questo perché altrimenti si genererebbe una corrente infinita e si andrebbe contro ad ogni principio di conservazione.

L'effetto appena descritto viene definito effetto schermaglia e consiste nell'avere una superficie equipotenziale al cui interno il campo elettrico sia nullo e all'esterno sia perpendicolare.

Ciò si spiega grazie alle equazioni di Poisson e di Laplace: $\begin{cases} \overrightarrow{\nabla^2}\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \\ \overrightarrow{\nabla^2}\varphi = 0 \end{cases}$

L'equazione di Laplace è un'equazione differenziale del secondo ordine che ha una sola soluzione, ossia $\varphi = \varphi_0 \equiv cost$ che è il valore del potenziale che si viene a creare sulla superficie del conduttore. Essendo il potenziale costante, il suo gradiente (ossia E), è = 0.

Nel caso particolare di una sfera, il valore di φ nel centro corrisponde al valore del potenziale medio distribuito su tutta la sfera. Proprio questo serve a dimostrare che non è possibile trovare una configurazione di equilibrio stabile (ossia di minimo del potenziale) in una configurazione statica di cariche! Inoltre, supponendo che la carica sia in equilibrio stabile all'interno di una sfera, si dovrebbe sostenere che esista un flusso entrante in tutti i punti della sfera, cosa impossibile per il teorema di Gauss, secondo cui il flusso dovuto alle cariche esterne deve essere zero!

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

CAPACITÀ ELETTRICA:

La capacità elettrica è la relazione che esiste tra cariche e superfici ad un determinato potenziale.

$$C = \frac{Q}{\varphi}$$

La capacità fu introdotta attorno al 1745 grazie ad esperimenti con la Bottiglia di Leida, un capacitore costituito da un filo metallico conduttore immerso nell'h2o in una bottiglia di vetro: non appena si toccava la bottiglia con la mano (conduttore), si aveva la scarica.

L'unità si misura della capacità è il Farad, ossia C/V. un Farad è una capacità molto grande, all'incirca quella di una sfera grande quanto il globo terrestre.

La capacità è una relazione lineare tra potenziali e cariche, correlati tra coefficienti di capacitanza, in un generico sistema di conduttori. La particolarità della capacità è che non dipende da Q o dal potenziale generato, ma semplicemente dalla forma del capacitore:

Capacitore a lastre piane parallele: $C = \frac{S\varepsilon_0}{d}$

Capacitore sferico: $\frac{R_1 R_2 4\pi\varepsilon_0}{R_2 - R_1}$

DENSITÀ DI ENERGIA E CALCOLO DELL'ENERGIA POTENZIALE:

Si definisce come energia del campo elettrico per unità di volume la quantità $u = \frac{\varepsilon_0}{2}\overrightarrow{E^2}$

Sapendo che $\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}$ posso trovare U di un capacitore a lastre piane

$$U = u * V = \frac{\varepsilon_0}{2}\left(\frac{Q}{\varepsilon_0 S}\right)^2 Sd = \frac{Q^2}{2C}$$

APPLICAZIONI:

tastiere pc, memore DRAM, sintonia delle vecchie radio, gravimetro superconduttore.

CORRENTE ELETTRICA:

Si ha una corrente elettrica quando si ha un flusso di cariche in movimento; una corrente elettrica è presente se si ha una differenza di potenziale e quindi un campo elettrico.

È definita come la derivata del flusso di cariche nel conduttore rispetto al tempo. Se voglio una corrente media uso i delta (vuol dire che ho una corrente costante e il flusso non varia nel tempo).

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

L'unità di misura della corrente è l'Ampere: 1A è uguale a un flusso di un Coulomb in un secondo, ossia di 1/e cariche.

Se la corrente non è uniforme, ossia ha velocità diverse da punto a punto del conduttore, si definisce J, la densità di corrente per unità di superficie, il cui integrale dà il valore totale della corrente.

$$\vec{J} = \frac{I}{S} \qquad I = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS$$

Se la corrente è stazionaria, il flusso di J è uguale a zero.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Inoltre, $I = nqS\vec{v}\hat{n}$ e $J = nq\vec{v}\hat{n}$

Dal teorema della divergenza, posso ricavare, per un flusso uscente di cariche:

$$\int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS = \int_V div\vec{J} dV = -\frac{d}{dt}\int_V \rho dV$$

E ciò implica che $div\vec{J} = -\frac{\partial\rho}{\partial t}$. In condizioni stazionarie, questa quantità è uguale a zero.

È un'espressione puntuale della conservazione della quantità di carica: se la divergenza è positiva, la densità diminuisce e viceversa (oppure rimane costante).

CONDUZIONE NEI METALLI:

Vengono descritte le due leggi di Ohm: $\Delta\varphi = RI$ e $R = \rho\frac{l}{A}$

In particolare, nella seconda, viene introdotta la quantità ρ, ossia la resistività tipica di ciascun materiale, il cui reciproco σ viene detto conducibilità elettrica ed è la costante di proporzionalità tra densità di corrente e campo elettrico per correnti continue: $\boldsymbol{J} = \sigma\boldsymbol{E}$.

N.B. sigma, in realtà è un tensore, che esprime la relazione trai due vettori.

SE IL MATERIALE CONDUTTORE è CARATTERIZZATO DA QUESTA PROPORZIONALITÀ DIRETTA TRA J ED E, ALLORA SI PARLA DI **CONDUTTORE OHMICO** (E SONO QUINDI VERIFICATE LE LEGGI DI OHM).

Questa relazione però porterebbe a scrivere un'espressione per la velocità degli elettroni dipendente dal tempo (moto uniformemente accelerato) e quindi sbagliata: se così fosse, la corrente dovrebbe aumentare, pur mantenendo costante la differenza di potenziale!

Ciò non accade perché in un conduttore metallico, gli elettroni si muovono di moto viscoso, in cui l'attrito è rappresentato dagli urti con gli atomi del reticolo. Questo moto non ha una direzione privilegiata, perciò, a livello macroscopico, il bilancio totale di corrente è nullo, ma nel momento in cui si applica una differenza di potenziale, si aggiunge una forza che fa muovere i portatori di carica tutti nella stessa direzione con $v = \frac{-eE}{m}\tau$. Raggiunta la velocità limite (che non presenta più alcuna dipendenza dal tempo, in quanto tau è costante), l'ulteriore energia fornita che tenderebbe ad accelerare i portatori di carica viene dissipata sotto forma di energia termica secondo l'espressione P = (I^2)R.

PARTE 2: IL CAMPO MAGNETICO

IL CAMPO MAGNETICO

Il campo magnetico è un espediente che serve a spiegare l'interazione tra cariche in movimento reciproco, senza utilizzare la teoria della relatività ristretta a sistemi inerziali.

L'unità di misura del campo magnetico è il Tesla: un campo magnetico di un Tesla esercita una forza di 1N su di una carica di 1C che si muove a 1m/s in direzione perpendicolare ad esso.

Come dimostrato anche dall'esperienza di Oersted, un filo percorso da corrente, è in grado di esercitare una forza su altre cariche in movimento, descritta dall'espressione di Lorentz:

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} + q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$$

Da qui si può notare che la forza è sempre perpendicolare al campo magnetico e alla velocità della carica su cui agisce, in più è data dalla somma dei contributi della carica ferma e in movimento.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

È proprio attraverso il campo magnetico (o meglio, attraverso la teoria della relatività) che si riesce a spiegare l'interazione tra due fili percorsi da corrente: attrazione se sono percorsi da correnti parallele, repulsione se le correnti sono antiparallele. La forza che si esercita per unità di lunghezza risulta proporzionale alle intensità delle correnti e inversamente proporzionale alla distanza tra i due fili.

$$\frac{F}{l} = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d}$$

Così come il campo elettrico, anche il campo magnetico ha una sua densità di energia u, il cui integrale sul volume del campo dà l'energia potenziale U.

$$u = \frac{1}{2}\frac{\boldsymbol{B}^2}{\mu_0}$$

L'interazione tra i due fili è meglio spiegata introducendo un cambiamento di SdR: ponendoci nel sistema di riferimento delle cariche in moto in uno dei due conduttori, grazie al fenomeno relativistico della contrazione delle lunghezze, sarà possibile osservare un addensamento delle cariche negative che scorrono nell'altro senso (correnti antiparallele), che ha come effetto la repulsione del filo; oppure un addensamento di cariche positive (ferme) nel caso di correnti parallele, che causa l'attrazione dei due fili. La direzione della forza è chiaramente perpendicolare al moto delle cariche, quindi lungo la congiungente i due fili.

Questo succede perché la distanza tra le cariche in movimento appare contratta e quindi aumenta la densità di carica.

MISURA DELLA CARICA IN MOTO:

La carica in moto può essere misurata tramite gli effetti che ha su un'altra carica: siccome non si può usare la legge di Coulomb (che vale solo per cariche ferme), si utilizza il teorema di Gauss.

Questo deriva dal fatto che lo spazio preso in considerazione non sia isotropo, ma presenti una direzione privilegiata che è quella del moto. Si suppone di prendere una carica e di porla al centro di una sfera di cariche campione: in questo modo, sommare le forze significa semplicemente fare un integrale di superficie per cui $q = \varepsilon_0 \Phi_E$. La carica elettrica avrà sempre lo stesso valore qualunque sia il sistema di riferimento utilizzato e qualunque sia la sua velocità: è infatti INVARIANTE.

Questa proprietà trova dimostrazione nel fatto che tutti gli atomi sono neutri, nonostante il moto delle cariche (elettroni e protoni) sia differenziato.

TEORIA DELLA RELATIVITÀ RISTRETTA A SISTEMI INERZIALI:

La teoria della relatività ristretta, introdotta da Albert Einstein nel 1905, si basa su due principi fondamentali:

1) La velocità della luce è invariante rispetto a qualunque sistema di riferimento e pari a c = 299792458 m/s
2) Le leggi di natura sono uguali in tutti i sistemi di riferimento: invarianza galileiana. Non si può capire in quale sdr ci si trovi semplicemente osservando la natura.

Inizialmente, la luce veniva trattata come un'onda qualunque e venne supposta la presenza di un etere come suo mezzo di propagazione, teoria smentita dall'esperienza di Michaelson e Morley, i quali costruirono un apparecchio che avrebbe dovuto provocare una differenza negli spettri di interferenza se ruotato di 90° (proprio a causa dell'etere), ma ovviamente non produsse alcun risultato e quindi si capì che la luce non ha bisogno di alcun mezzo di propagazione e quindi è invariante rispetto ai sdr.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

La relatività porta a due concetti molto importanti: la CONTRAZIONE DELLE LUNGHEZZE E LA DILATAZIONE DEI TEMPI.

Il fattore di contrazione, ricavato dallo studio di un orologio a luce è $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

Secondo questa teoria, i tempi in un sistema di riferimento in movimento rispetto a quello dell'osservatore vengono dilatati di un fattore gamma, mentre le lunghezze si contraggono dello stesso fattore perché vengono misurate utilizzando i tempi.

Si arriva quindi alle trasformazioni di Lorentz, che sostituiscono le trasformazioni galileiane, non corrette per questo tipo di cambiamento di SdR:

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - \beta ct) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - \frac{\beta}{c}x) \end{cases}$$

Dove $\beta = \frac{v}{c}$ $e, nei\ sistemi\ galileiani, \gamma = 1\ e\ t = t'$

La contemporaneità degli eventi non è quindi scontata.

Anche i campi elettrici, quindi, cambiano da un sistema di riferimento all'altro, in particolare le seguenti trasformazioni sono sempre valide:

$$E'_{\perp} = \gamma E_{\perp}$$

$$E'_{/\!/} = E_{/\!/}$$

Ovviamente, anche una carica che si muove di moto costante genera un campo elettrico che è però ben diverso rispetto al campo generato da una carica statica.

Essendo il moto costante e uniforme, l'informazione su come deve essere in un determinato istante il campo elettrico in un determinato punto, è già contenuta nel piano di volo della stessa, quindi non si ha nessuna violazione dei principi della relatività e nessuna trasmissione istantanea.

Il campo elettrico di questa carica è radiale, ma non a simmetria sferica, infatti, dipendendo dal seno dell'angolo che il punto forma con la carica, sarà più intenso in direzione verticale rispetto che in orizzontale: $E' = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r'^2}\frac{(1-\beta^2)}{(1-\beta^2 sen^2\theta')^{3/2}}$

Da qui si deduce anche che il campo non è conservativo, infatti, in caso di circuitazione chiusa, il lavoro non risulta essere nullo.

Le cose cambiano se la carica viene istantaneamente accelerata o fermata: si genera una perturbazione nelle linee di campo, che si trasmette in direzione perpendicolare alla velocità della luce, quindi, l'informazione del cambiamento di stato della carica arriva più tardi nei punti che si trovano all'esterno della sfera di raggio c*t. La perturbazione generata prende il nome di ONDA ELETTROMAGNETICA e si propaga alla velocità della luce in direzione perpendicolare al campo elettrico.

INTERAZIONE TRA FILI PERCORSI DA CORRENTE:

Se ho una carica che si muove tra due lastre piane parallele, posso comunque scrivere che $F = \frac{dp}{dt} = qE$

Perché la forza in cui la carica è in quiete, è identica a quella in cui la carica è in movimento.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Se invece ho un filo con delle cariche in movimento e un'altra carica esterna che si muove parallelamente al filo, essa sarà soggetta ad una forza in direzione del filo, che però essendo neutro (nel sistema di riferimento del laboratorio), non può produrre un campo elettrico. Ergo, la forza è di origine magnetica e avrà intensità $\vec{F} = \frac{qv\mu_0 I}{2\pi d}$

Ponendoci invece nel sistema di riferimento della carica, vedremo la carica ferma ed una variazione delle velocità delle cariche in movimento:

$$v'_+ = \frac{v_0 - v}{1 - \frac{v_0 v}{c^2}} \qquad v'_- = \frac{v_0 + v}{1 + \frac{v_0 v}{c^2}}$$

Ogni tratto di filo appare contratto e quindi, anche la densità di carica cambia: le cariche negative saranno più concentrate, mentre quelle positive meno (perché si muovono nella stessa direzione della carica q) $\lambda' = \gamma\lambda$. a questo punto si avrà un eccesso di carica negativa che porta alla creazione di un campo elettrico:

$$\vec{E}' = \frac{\lambda'_+ + \lambda'_-}{2\pi\varepsilon_0 r'}$$

Da cui si ricava la forza nel sistema accentato:

$$\overrightarrow{F'} = \mu_0 \frac{Iqv\gamma}{2\pi r'} \; che\ diventa\ nel\ SdR\ LAB\ \vec{F} = \mu_0 \frac{Iqv}{2\pi r}$$

Da questa espressione della forza, sapendo che

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$$

Ricavo la LEGGE DI BIOT E SAVART: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

Per cui, la forza per unità di lunghezza tra due fili percorsi da corrente diventa

$$\frac{F}{l} = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d} = B_1 I_2$$

Considerando invece una carica che si muove perpendicolarmente al filo percorso da corrente e ponendoci nel sistema di riferimento in cui la carica è ferma, vedremo il filo muoversi verso il basso e siccome le cariche sono in movimento e il campo ha una forte dipendenza dall'angolo, il contributo di uno dei due campi sarà più "perpendicolare" dell'altro, di conseguenza più forte e quindi la risultante sarà non nulla e diretta lungo x, esattamente in accordo con la forza di Lorentz.

Se si parla più in generale, si possono introdurre le formule differenziali e di integrazione per cui la forza che agisce su un pezzettino di filo non rettilineo posto in un campo magnetico è:

$$d\vec{F} = dq\vec{v} \times \vec{B} \qquad dq\vec{v} = dq\,\frac{d\vec{l}}{dt} = Id\vec{l}$$

$$\vec{F} = \int_{circuito} Id\vec{l} \times \vec{B}$$

CIRCUITAZIONE DEL CAMPO MAGNETICO:

Il campo magnetico ha circuitazione nulla se si considera un qualunque tipo di percorso chiuso che non racchiuda il filo percorso da corrente, infatti, tutti i contributi lungo gli archi di circonferenza risultano essere antiparalleli e indipendenti dal raggio, quindi si annullano. Nel momento in cui però il circuito chiuso

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

racchiuda il filo, la circuitazione assume il valore di $\mu_0 I$ (per qualunque tipo di circuito chiuso, non necessariamente circolare).

Da qui si ricava, utilizzando il teorema di Stokes e la definizione di I come integrale di superficie della densità di corrente, che il rotore di B è pari a: $rot\vec{B} = \mu_0\vec{J}$ (LEGGE DI AMPERE), che ci dice che la circuitazione di un campo magnetico è legata alle correnti racchiuse dal circuito.

Inoltre, essendo il campo magnetico un campo con linee chiuse, che ha come sorgenti le correnti, risulta chiaro che $div\vec{B} = 0$: non c'è un flusso entrante o uscente.

Queste due equazioni assieme determinano univocamente un campo magnetico.

Essendo non necessariamente conservativo, un campo magnetico non ammette, in generale, un potenziale, ma si può comunque vedere B come il rotore di un campo vettoriale A, detto POTENZIALE VETTORE tale che:

$$\vec{B} = rot\vec{A}$$

E quindi, risulta automaticamente soddisfatta la proprietà $div\vec{B} = 0$.

Grazie a questa considerazione e allo sviluppo del rotore di B, si può arrivare a descrivere il contributo infinitesimo di un qualunque circuito al campo magnetico attraverso la PRIMA LEGGE DI LAPLACE:

$$d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l} \times \vec{r'}}{\overrightarrow{r'^2}}$$

Dove r' è il vettore congiungente P in cui voglio calcolare il campo e il pezzettino di circuito dl che lo genera e dl è il segmento orientato con la direzione della corrente.

Da qui, considerando due circuiti, si può calcolare la forza che esercitano l'uno sull'altro: sapendo che

$$\vec{F} = \int_{circuito} Id\vec{l} \times \vec{B}$$

E utilizzando la prima legge di Laplace:

$$F_{21} = \int_{C2} I_2 dl_2 \times \int_{C1} \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I_1 d\vec{l}_1 \times \overrightarrow{r_{21}'}}{\overrightarrow{r_{21}'^2}} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi}\int_{C2}\int_{C1}\frac{d\vec{l}_1 \times dl_2 \times \overrightarrow{r_{21}'}}{\overrightarrow{r_{21}'^2}}$$

TRASFORMAZIONI DI CAMPI ELETTRICI E MAGNETICI:

$$\overrightarrow{E'}_{/\!/} = \vec{E}_{/\!/} \qquad \vec{E'}_{\perp} = \gamma(\overrightarrow{E_{\perp}} + \vec{v} \times \vec{B}_{\perp})$$

$$\vec{B'}_{/\!/} = \vec{B}_{/\!/} \qquad \vec{B'}_{\perp} = \gamma(\overrightarrow{B_{\perp}} - \frac{\vec{v}}{c^2} \times \vec{E}_{\perp})$$

È importante notare come queste trasformazioni determinino la presenza di un campo magnetico/elettrico nel sistema di riferimento accentato anche se il campo magnetico/elettrico nel sistema di riferimento del laboratorio risulta nullo (e viceversa).

Se E = 0, $E' = v' \times B$

Se B = 0, $\vec{B'}_{\perp} = -\frac{\vec{v'}}{c^2} \times \vec{E}_{\perp}$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Questo significa che se nel sistema in cui la carica è in quiete non esiste un campo magnetico, in quello del laboratorio esso esiste e il campo elettrico è più intenso in direzione perpendicolare. Alla carica sono quindi associati un campo elettrico e un campo magnetico tra loro perpendicolari -> ONDA ELETTROMAGNETICA.

INDUZIONE ELETTROMAGNETICA:

Siamo nel 1830-1831, con Faraday. Si scoprì che la variazione di flusso del campo magnetico concatenato con un circuito vi produce una forza elettromotrice, che a sua volta genera corrente.

Prendendo ad esempio una barra di materiale conduttore che si muove di velocità v in un campo magnetico uniforme (verso delle x positive, allontanandosi dalla sorgente), si può notare che, nel sistema di riferimento del laboratorio, la barra è sottoposta ad una forza di Lorentz, che fa disporre le cariche agli estremi, generando una differenza di potenziale e quindi un campo elettrico che si oppone alla forza magnetica fino a raggiungere un equilibrio: $E_x = v_y B_z$

Nel sistema di riferimento della barra invece, non esiste alcun campo magnetico (la barra è infatti in quiete), ma esiste un campo elettrico che vale $E' = v' \times B$, il quale fa ridistribuire le cariche in modo da annullare il campo all'interno e creare una superficie equipotenziale (effetto schermaglia).

Gli effetti sono dunque gli stessi in entrambi i sistemi di riferimento, ma cambiano i campi in gioco.

La situazione è diversa se si prende una spira che si muove di velocità v in un campo magnetico non costante, allontanandosi dalla sorgente.

In questo caso, il campo magnetico sarà più intenso su un lato della spira rispetto che sull'altro, e così le forze da esso generate che fungono quindi da pompa per le cariche, che iniziano a circolare nella spira, inducendo una corrente.

Essendo questa una corrente, se ne può calcolare la circuitazione, che ovviamente darà un lavoro non nullo per unità di carica. Questa quantità viene detta forza elettromotrice.

$$\int_c F \cdot dl = qvlB_1 - qvlB_2 = qvl(B1 - B2) => \varepsilon = \frac{1}{q}\int_c F \cdot dl = vl(B1 - B2)$$

Se ho un conduttore Ohmico, la f.e.m si scrive $\varepsilon = IR$

In termini di variazioni di flusso del campo magnetico (ossia di rapidità di variazione del campo magnetico concatenato con il circuito) avrò:

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d}{dt}\int_S B \cdot \hat{n} dS = B2lvdt - B1lvdt = -\varepsilon$$

Quindi si arriva ad enunciare la legge di Lenz per cui $\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$.

Si noti che il meno è necessario per una questione di conservazione dell'energia: se non ci fosse, il campo elettrico prodotto non si opporrebbe alla forza che lo ha generato, accelerando le cariche all'infinito pur dissipando energia nella spira. Si affermerebbe la produzione di energia dal nulla che è impossibile!

Nella realtà il magnete viene rallentato, l'energia cinetica diminuisce grazie alle dissipazioni energetiche nella spira percorsa da corrente.

Per calcolare la variazione del flusso concatenato ad un circuito si può utilizzare qualunque superficie che lo abbia come contorno in quanto si considerano le normali legate al senso di percorrenza.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Se prendo una scodella che ha come contorno (superiore) il circuito percorso in senso antiorario, so che la normale avrà direzione entrante nella superficie. Se invece prendo un ipotetico coperchio, la normale sarà diretta perpendicolarmente. Il flusso deve essere nullo attraverso entrambe le superfici chiuse.

Siccome il flusso deve essere nullo anche sull'intera scodella chiusa, vuol dire che in quel caso considererò la normale della superficie laterale opposta a quella considerata in precedenza e che il flusso attraverso le due superfici è uguale.

Inoltre, l'espressione per la forza elettromotrice (Lenz) vale per qualunque circuito che si muove di moto qualsiasi in un B non uniforme.

Lo stesso vale per un campo che varia nel tempo con la spira ferma, intervengono le trasformazioni dei campi elettrici e si ritorna all'espressione della forza per unità di carica.

Dall'espressione della forza elettromotrice come variazione del flusso si ottiene l'espressione del rotore del campo elettrico più generale, nel caso in cui esso non sia statico:

$$-\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_S B \cdot \hat{n}dS = \int_S rotE \cdot \hat{n}dS$$

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

Considerando la solita barra che si muove tra le due rotaie di metallo, si vede che la variazione del flusso porta alla generazione di una forza che si oppone al moto e che quindi la velocità della barra decresce esponenzialmente con il tempo:

l'equazione del moto della barra è $m\frac{dv}{dt} = \frac{-B^2l^2v}{R}$ e risolvendo l'equazione con il metodo di separazione delle variabili, si ottiene l'espressione della velocità: $v = voexp(\frac{-B^2l^2v}{mR})$. Ciò indica che c'è dissipazione di energia sotto forma di calore.

Inoltre, essendo la forza del campo magnetico sempre perpendicolare alla velocità, essa non compie lavoro sulle cariche, a farlo è la forza esterna che tiene in moto la barra e che permette il passaggio della corrente con dissipazione di energia.

MUTUA E AUTO INDUTTANZA:

Considerando due circuiti percorsi da corrente, è facile capire che la variazione di corrente sul circuito 2 produce una variazione del campo magnetico ad esso concatenato (Laplace) e di conseguenza una variazione del flusso su C1. Quindi si può scrivere

$$-\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -M_{12}\frac{dI_2}{dt} = \varepsilon_{12}$$

Con M coefficiente di mutua induttanza, che è uguale anche per l'altro circuito.

Un altro fenomeno importante è l'autoinduttanza, ossia la variazione di flusso di cui risentono le cariche in movimento in un conduttore dovuta al movimento delle altre cariche nella stessa corrente. Si induce una forza elettromotrice che si oppone alla variazione, quindi, un circuito non passerà mai da I = 0 a valori alti di I istantaneamente, ma avrà un andamento più regolare (allo stesso modo quando si apre il circuito). Si può scrivere la forza elettromotrice come:

$$\varepsilon = -L\frac{dI_1}{dt}$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Dove L è il coefficiente di autoinduttanza, proprietà intrinseca del circuito come resistenza e capacità, che si misura in HENRY: un Henry è l'autoinduttanza di una corrente di 1 A/s che produce 1V di differenza di potenziale se L = 1.

APPLICAZIONI DELL'INDUZIONE ELETTROMAGNETICA:

- GENERATORE DI CORRENTE CONTINUA: un disco metallico che ruota attorno al proprio asse sottoposto ad un campo magnetico entrante, subirà una ridistribuzione delle cariche che creerà una differenza di potenziale, infatti, sui portatori di carica agisce una forza perpendicolare alla loro velocità che accumula le cariche positive verso il centro e quelle negative verso il bordo. La differenza di potenziale è così continua fino a che il disco si mantiene in rotazione. $\varepsilon = \frac{B\omega r^2}{2}$
- GENERATORE DI CORRENTE ALTERNATA: è il generatore di corrente usuale. È una spira che viene fatta ruotare da una potenza esterna tra le espansioni di un magnete in cui si ha un campo magnetico uniforme. Si ha quindi una variazione di flusso e una differenza di potenziale tra le estremità della spira $\varepsilon = BS\omega sen(\omega t)$. E la corrente I = ε/R.
  Grazie ai contatti a spazzole (semianelli), la differenza di potenziale in uscita ha sempre la stessa direzione.
- MOTORE ELETTRICO: si ha un campo magnetico costante ed una bobina percorsa da corrente: si genera un momento torcente che tende a far ruotare la bobina disponendola parallelamente al campo magnetico. Con un sistema a semianelli inverto la corrente in modo da far continuare a ruotare la spira. Si genera una corrente indotta, ossia una forza controelettromotrice che si oppone alla rotazione la corrente che passa è quindi più bassa di prima. Immetto una potenza elettrica che si trasforma in dissipazione di calore + potenza meccanica che ottengo.
- CORRENTI PARASSITE: se ho un disco che ruota vicino ad un magnete, nel disco vengono indotte delle correnti perché ho una variazione del flusso concatenato. Si ha quindi un frenamento del disco perché si ha dissipazione di energia ed un suo conseguente riscaldamento. È un effetto che serve per i freni magnetici.
- TRASFORMATORE, per il trasporto della corrente elettrica a grandi distanze. Si lavora sulla differenza di potenziale per poter dissipare la minor energia possibile.

EQUAZIONI DI MAXWELL:

$$\begin{cases} div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \\ rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ div\vec{B} = 0 \\ rot\vec{B} = \mu_0\vec{J} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases}$$

A cui si aggiunge anche l'equazione $div\vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$

È proprio considerando correnti non stazionarie e osservando la relazione concernente il rotore di B, che si viene ad aggiungere il termine della CORRENTE DI SPOSTAMENTO $\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$.

Infatti, osservando la scarica di un capacitore, si osserva che la relazione $div(rot\vec{B}) = 0$ non è valida perché la circuitazione di B attraverso due superfici che hanno come contorno uno stesso C, risulta contemporaneamente uguale e diversa da zero. Con la corrente di spostamento, questo problema non si pone e si introduce il concetto che una variazione di campo elettrico produca una circuitazione del campo magnetico (diminuisce sigma, aumenta la corrente e quindi anche il campo magnetico concatenato). In realtà questo effetto non è visibile se non con enormi variazioni del campo elettrico perché dipende da 1/c^2, ma

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

la corrente di spostamento serve a fissare l'idea che la luce sia un'onda in quanto sia il campo magnetico, sia quello elettrico rispettano l'equazione classica delle onde:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} \times \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)$$
$$= \frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla} \times \vec{B})$$
$$= -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Si ricava $\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$ e $\nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$

CAMPI ELETTRICI NELLA MATERIA:

Fino ad ora abbiamo sempre considerato capacitori nel vuoto. Se mettiamo però un dielettrico tra le due lastre piane, vedremo un aumento della capacità proporzionale alla costante dielettrica ε del materiale preso in considerazione, che generalmente è maggiore di uno. Per alcuni materiali che hanno una polarizzazione intrinseca, questo valore può aggirarsi anche attorno a 22 (ammoniaca) o 80 (acqua).

L'aumento di capacità deriva da uno schermaggio prodotto dalle molecole polarizzate immerse nel campo elettrico: si formeranno infatti due strati di carica opposti a quelli delle lastre del capacitore che andranno a ridurne la carica e quindi il campo elettrico e la differenza di potenziale, aumentando così la capacità.

La polarizzazione di una molecola può essere indotta oppure intrinseca e di solito, i momenti intrinseci sono molto più forti di quelli indotti.

Un atomo neutro può essere polarizzato nel momento in cui venga immerso in un campo elettrico: si viene infatti ad alterare l'equilibrio delle cariche e il loro baricentro in quanto il nucleo è spostato dal centro dell'atomo. Sulla carica positiva agiranno quindi due forze: una dovuta al campo elettrico e una dovuta alla carica negativa che è rimasta nella sfera di raggio d (dove d è lo spostamento del nucleo dal centro).

$$eE = e\frac{e}{4\pi\varepsilon_0 d^2}\frac{d^2}{r^3}$$

Da qui si può ricavare l'espressione del campo elettrico

$$E = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 d^2}\frac{d^2}{r^3}$$

E di conseguenza la distanza d, che moltiplicata per la carica del protone mi darà il momento di dipolo magnetico indotto

$$\vec{p} = 4\pi\varepsilon_0 d^2 E$$

Si nota quindi che il momento di dipolo è proporzionale al campo elettrico e tenderà ad allinearsi ad esso, effetto molto più forte nel caso in cui il momento di dipolo sia già intrinseco alla molecola e soprattutto a basse temperature, quando l'agitazione termica è minore e l'allineamento può essere migliore.

Si definisce inoltre una densità di polarizzazione per la materia come $\vec{P} = n\vec{p}$ e il campo elettrico prodotto dalla materia polarizzata, in cui ogni molecola risente del campo elettrico prodotto da quella adiacente, contribuisce alla produzione di un campo elettrico totale che risulta essere la somma di questo + il campo magnetico esterno. Da notare è che i tre campi non sono necessariamente paralleli, la polarizzazione sarà parallela al campo elettrico solo nel caso di molecole simmetriche, altrimenti il vettore p sarà espresso da un tensore.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

A seconda della capacità di polarizzarsi, esiste una classificazione delle sostanze in: piroelettriche, piezoelettriche e ferroelettriche.

CAMPI MAGNETICI NELLA MATERIA:

Così come un campo elettrico può indurre la formazione di dipoli, anche un campo magnetico non uniforme può magnetizzare la materia. Si introduce il momento di dipolo magnetico definito come $\vec{m} = IS\hat{n}$ a cui, nella materia, si associa una densità di magnetizzazione: $\vec{M} = n\vec{m}$. Gli effetti magnetici dei una lastra sono equivalenti a quelli che si avrebbero se una corrente ne percorresse il contorno e il campo magnetico risultante è la somma del campo esterno e quello prodotto dai momenti di dipolo orientati.

La materia può essere diamagnetica, paramagnetica o ferromagnetica.

L'effetto diamagnetico consiste in una forza repulsiva che porta l'oggetto immerso nel campo magnetico non uniforme verso le zone in cui il valore di B è minimo. È un effetto dovuto all'orientazione antiparallela del campo magnetico e dei momenti di dipolo, che si ha in qualunque materiale dal momento che dipende dal moto dell'elettrone attorno al nucleo: $m = ef\pi r^2$ è il momento angolare dell'elettrone, in cui si induce una variazione che si oppone al campo magnetico. La grafite è un oggetto particolarmente diamagnetico.

L'effetto paramagnetico invece è dovuto ad un'orientazione parallela dei momenti di dipolo e del campo magnetico. Si genera una forza che spinge l'oggetto verso le zone in cui il campo è più intenso ed è dovuta agli spin elettronici negli atomi che hanno un numero dispari di elettroni o che comunque hanno elettroni spaiati. L'effetto paramagnetico è favorito dalle basse temperature perché, con la minor agitazione termica, si ha un miglior allineamento dei dipoli. L'effetto diamagnetico è comunque presente, ma è annullato dal paramagnetismo.

L'effetto più interessante è quello relativo al ferromagnetismo: sostanze come il ferro, non sono solitamente magnetiche, ma vi possono essere indotti effetti di magnetizzazione permanente sottoponendoli ad un campo magnetico. Questi materiali sono suddivisi in zone dette domini magnetici che hanno una certa orientazione dei dipoli, nel momento in cui vengono messi in un campo magnetico, compiendo lavoro, essi si riescono ad orientare tutti nella stessa direzione raggiungendo una configurazione a minor energia e la magnetizzazione risulta permanente, anche se si toglie il campo esterno (curva di isteresi). Oltre la temperatura di Curie però, diventano dei paramagneti.

Infine, l'interazione tra due magneti, piccoli e lontani, può essere espressa come $\vec{F}\ \alpha\ \frac{\vec{m}_1\vec{m}_2}{r^4}$, ma è un'approssimazione di un fenomeno più complesso.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari