

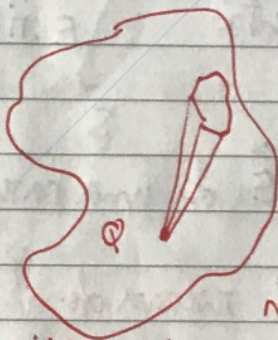
ma i campi elettrici sono nel rapporto $\frac{r_2^2}{r_1^2}$

e quindi i 2 termini hanno uguale contributo.

③ Superficie non Sferica

Il flusso è in $\vec{E} \cdot \hat{n}$. Il prodotto scalare proietta la superficie dS

su una sfera e quindi si risolve



nel caso ②.

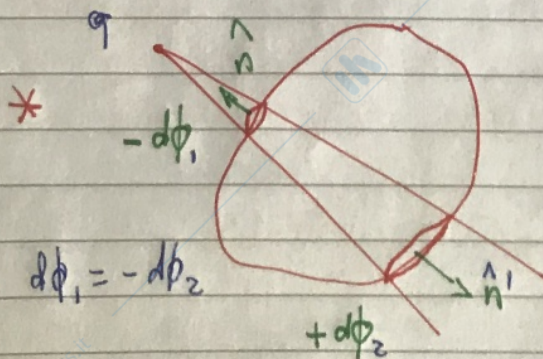
④ Una carica esterna non contribuisce *

Per più cariche il principio di sovrapposizione ci dà il risultato:

$$\phi = \sum_i \frac{q_i}{\epsilon_0}$$

Ogni campo elettrico è dovuto ad una distribuzione di cariche puntiformi. Quindi il teorema di Gauss deve valere per ogni campo elettrico.

La proprietà rimane valida nel caso di cariche in movimento.



Le cariche esterne non contribuiscono al flusso. I due contributi (disegno) sono uguali in modulo ed hanno segno opposto per le opposte sono le direzioni delle due normali

CAMPO ELETTRICO

Prima una distribuzione di cariche q_i $i=1, 2, \dots, N$
 su una carica q_0 si eserciterà la forza

$$\vec{F}_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_0 q_i \hat{r}_{0i}}{r_{0i}^2}$$

Se dividiamo per q_0 si ottiene

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_{0i}^2} \hat{r}_{0i}$$

Il campo elettrico
 si può misurare
 in $(\frac{N}{C})$ oppure in
 (volt/metro)

La quantità $\vec{E}(\vec{r})$ è detta campo elettrico.

Non occorre introdurre cariche di prova infinitesime,
 in una data situazione la forza ~~su~~ su una carica
 divisa q_0 è il campo \vec{E} in quel punto in quella
 situazione.

Poiché si ottengono gli stessi risultati sia ragionando
 con forza esercitata dalle cariche che forza esercitata
 dal campo elettrico, si può descrivere la natura da
 questo nuovo punto di vista.

Il campo è una soluzione al problema delle forze a
 distanza (ed istantanee). Come può un corpo non
 a contatto (che poi non è chiaro cosa significhi) con un
 altro esercitare una forza su di esso? In questa si-
 tuazione il corpo sembra un campo ed è quest'ultimo

ELETTROSTATICA

Per iniziare si considerano i casi più semplici, cioè quelli in cui le cariche sono FERITE.

Questo esclude soprattutto i fenomeni magnetici.

Il punto di partenza è l'esistenza di una proprietà degli oggetti che compongono la materia chiamata CARICA ELETTRICA.

La carica si presenta in 2 tipi, detti + e - in modo del tutto convenzionale. *

Attraverso il lavoro di vari scienziati (Franklin 1706-1790) si è scoperto che le cariche di uguale tipo si ~~attraggono~~, quelle di tipo
RESPINGONO

diverso si attraggono.

La carica elettrica è QUANTIZZATA

cioè non si trovano libere in natura cariche che non siano multiple di quella posseduta da e^- o protone.

DEFINIRE

IL COULOMB

$$(e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ coulomb}) \quad e = 1,602\,177\,33(49) \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

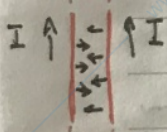
(in un coulomb di carica ci sono quindi $\sim 6,25 \cdot 10^{18}$ e o p)

$$\text{Caso dei quarzi} \quad mp (u) + \frac{2}{3} e \quad \text{dowon (d)} - \frac{1}{3} e$$

Tuttavia le cariche frazionarie non si trovano mai libere e comunque sono sempre cariche discrete, non continue.

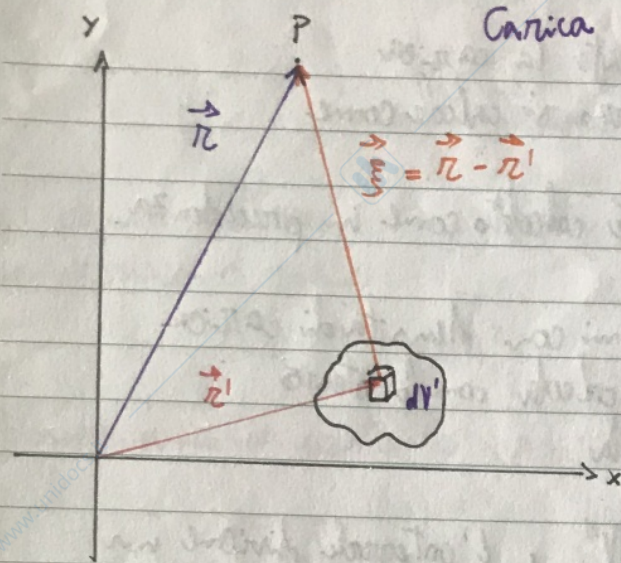
DIGRESSIONE: La scoperta dell'elettrone

* Le 2 cariche sono uguali. Sperimentalmente lo si è verificato almeno con precisione 1 parte su 10^{20} .



forza pari a
 $2 \cdot 10^{-7} \frac{N}{m}$

Forza e Campo elettrico di una distribuzione continua di



Il volume V' contiene cariche elettriche con densità $\rho(\vec{r}')$. Nel punto P si avrà un campo \vec{E} , dovuto alla carica in V' , ottenuto da un integrale di volume in cui la funzione integranda ha la forma data dalla legge di Coulomb per cariche puntiformi.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho(\vec{r}') \hat{\vec{r}}}{r^2} dV' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho(x', y', z') (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dx' dy' dz'$$

Notare che \vec{r}' identifica l'elemento di volume; \vec{r} il punto in cui si calcola il campo; r la distanza fra i due punti. I 3 vettori sono diversi e tutti entrano nell'integrale. Ricordate che

$$\hat{\vec{r}} = \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad \text{Si ha } \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho(\vec{r}') (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dV'$$

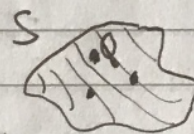
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho(x', y', z') (x-x', y-y', z-z')}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{3/2}} dx' dy' dz'$$

Teorema / Legge di GAUSS

Il campo Elettrico ed in verità ogni campo con sorgenti di forza che decrescono come $\frac{1}{r^2}$

Possiede una importante proprietà, nota come teorema di Gauss.

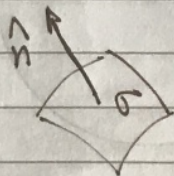
$$\int_{\vec{S}} \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{Q}{\epsilon_0}$$



Essendo l'integrale il FLUSSO del Campo attraverso una superficie S chiusa semplicemente connessa e Q la carica contenuta DENTRO al volume racchiuso da S .

$\int_{\vec{S}} \vec{E} \cdot \hat{n} dS$ significa: prendere una porzione di superficie $\vec{\sigma}_i$, dotata

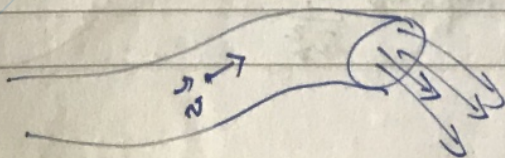
di normale (esterna)



per il prodotto tra \vec{E} ed $\hat{n} \vec{\sigma}_i$ e sommare su tutte le parti $\vec{\sigma}_i$ in cui è suddivisa S . Andare al

limite per $\vec{\sigma}_i \rightarrow 0$. Se il processo converge e non dipende dalla suddivisione di S l'integrale è ben definito.

Si parla di flusso perché questo è il tipo di calcolo per il flusso di un liquido in un tubo.



Il teorema di Gauss può essere preso come punto di partenza per descrivere le forze elettriche. Così si suppone che per il campo elettrico

$$\text{valga la proprietà } \int_S \vec{E} \cdot \vec{n} \, dS = \frac{q}{\epsilon_0}$$

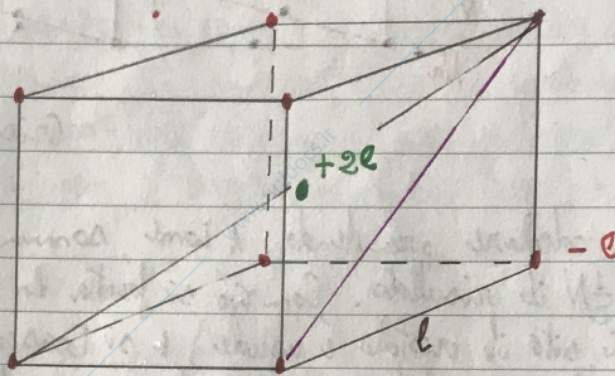
e che il campo \vec{E} di una carica puntiforme sia A SIMMETRIA SFERICA

In tali ipotesi si ricava che il campo generato da una carica

puntiforme è
$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^2}$$

Esmpio: costruzione di una cella cristalografica

La materia ha struttura regolare nell'aggregazione degli atomi allo stato solido. Centri cristallini, detti ionici (NaCl) sono fatti di ioni legati fra loro per via di attrazione elettrostatica in posizioni regolari in un reticolo cristallino. Per esempio ioni $-e$ nei vertici di un cubo e $+ze$ al centro.



Calcolo energia potenziale. Prendo 1 carica e considero tutte le altre * e così via. Oppure considero tutte le coppie così:

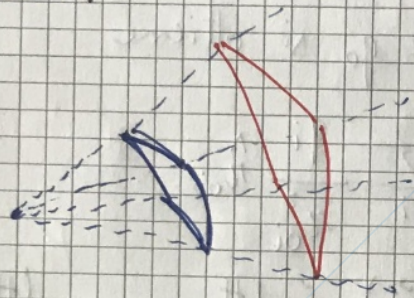
12 lati	$12K e^2 / l$	$\frac{12e^2}{4\pi\epsilon_0 l}$
12 diagonali delle facce	$12K e^2 / (\sqrt{2} \cdot l)$	$\frac{12e^2}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{2} l}$
4 " dentro il cubo	$4K e^2 / \sqrt{3} \cdot l$	
8 coppie centro-vertice	$8K (-ze^2) / (\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot l)$	
In totale	$U \approx \frac{4,32 e^2}{4\pi\epsilon_0 l}$	(> 0 Struttura instabile!)

* Con N cariche cariche $U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$

$\frac{1}{2}$ perché nella doppia Σ conto 2 volte ogni coppia.

ad esercitare la forza. Quest'immagine può dare conto del fatto che deve necessariamente passare del tempo perché una carica agisca su un'altra posta ad una certa distanza $t \geq \frac{r}{c}$.

Nella visione classica il campo è continuo; in quella quantistica è quantizzato e legato all'emissione di "streami" oggetti, chiamati "fotoni virtuali".



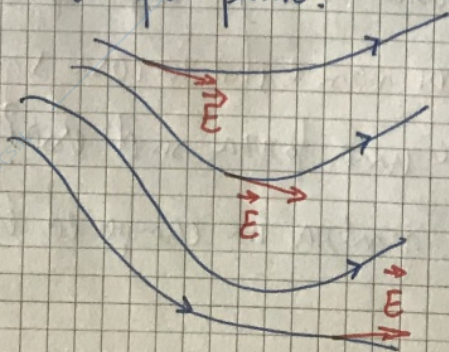
Questo fornisce una semplice spiegazione ($\frac{\text{fotoni}}{\text{superficie}}$) del fatto che la forza decresce come $\frac{1}{r^2}$, vedi figura.

Il campo è locale. Dato \vec{E} non mi serve più conoscere la distribuzione delle cariche per calcolare gli effetti sulla carica.

Come vedremo meglio in seguito, ad \vec{E} è possibile associare energia ($\frac{1}{2} \epsilon_0 \vec{E}^2$), quantità di moto, momento angolare.

Alle variazioni di \vec{E} si associano le onde elettromagnetiche.

Rappresentazione di \vec{E} . Linee di campo, definite come linee tali che in ogni punto \vec{E} è nella direzione della tangente alla linea in quel punto.



Se nel punto P è presente la carica puntiforme q , la forza si calcola come

$$\vec{F} = q\vec{E} \quad \text{dove } \vec{E} \text{ è calcolato come in precedenza.}$$

La forza fra 2 volumi con densità di carica $\rho(\vec{r}')$ e $\rho(\vec{r}'')$ si calcola con lo stesso procedimento, salvo di la

carica $q \rightarrow \rho(\vec{r}'')dV''$ e l'integrale diventa un doppio integrale di volume.

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint_{V_1, V_2} \frac{\rho(\vec{r}')\rho(\vec{r}'')dV'dV''(\vec{r}'' - \vec{r}')}{|\vec{r}'' - \vec{r}'|^3}$$

Esempio

Quante cariche contiene 1g di H_2O ? O $8e^-$ e peso atomico 16
 H $1e^-$ " " " " " " 1

Peso MOLECOLARE $H_2O \sim 18$ cioè 1g corrisponde a circa $\frac{1}{18}$ mole ovvero

$$6,02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{1}{18} = 0,33 \cdot 10^{23} \text{ molecole}$$

ogni molecola contiene 10 e^- e 10 p cioè si hanno

$$10 \cdot 2 \cdot (0,33 \cdot 10^{23}) = 6,6 \cdot 10^{23} \text{ cariche, di cui } \frac{1}{2} e^- \text{ e } \frac{1}{2} \text{ protoni.} = 2 \cdot (3,3 \cdot 10^{23})$$

La carica di ogni protone vale $\sim 1,6 \cdot 10^{-19}$ C ed il g di acqua

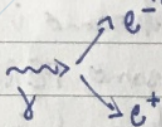
$$\text{contiene dunque } \frac{1}{2} \cdot 6,6 \cdot 10^{23} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \approx 5 \cdot 10^4 \text{ C}$$

Uguualmente ci saranno circa 50'000 coulomb di elettroni.

LEZIONE 2

La carica elettrica è conservata

Si possono creare o distruggere cariche, ma solo $+e -$ in uguali quantità. Caso della creazione di coppie



La conservazione della carica è espressa matematicamente da

$$\operatorname{div} \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

La carica è invariante

cioè non assume valori diversi in sist. di ref. in moto fra loro. (invar. Lorentz)

Questi fatti sono importanti. La teoria dell'elettromagn. che costruiamo NON è compatibile con una carica che non si conserva.

Il campo B ed i fenomeni legati al moto delle cariche emergono esplicitamente dalle regole relativistiche + l'invarianza della carica.

I portatori di carica elementare (tipo e, p ecc) sono **INDISTINGUIBILI*** e questo significa che esiste in natura una **SIMMETRIA** per scambio di particelle cariche. In altri termini un sistema di elettroni è invariante se si scambiano le posizioni (e velocità) di 2 degli elettroni che lo compongono.

Analogamente le cariche sono considerate distinguibili ed in effetti si possono distinguere (seguendoli) corpi microscopici. Ciò non è più vero per corpi microscopici ed il fatto si deve riflettere nella descrizione del loro moto (carattere della funzione d'onda). Le dovute risultare o simmetriche o antisimmetriche per scambio di 2 particelle).

* **Esercizio**: 12 palline apparentemente uguali, ma una ha massa \neq delle altre. Con 3 pesate di una bilancia a piatti trovarla e dire se pesa più o meno delle altre.

Modello di Bohr per l'atomo

Come conseguenza degli esperimenti di E. Rutherford (1911) si costruisce un modello di atomo simile ad un sistema planetario. Gli elettroni sono tenuti legati dalla forza di Coulomb:

$$(1) \quad \frac{d\vec{p}_e}{dt} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_2$$

che per orbite circolari si può scrivere come

$$(2) \quad m \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \left(m_e \frac{v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \text{ per l'idrogeno} \right)$$

Questo modello aveva 2 immediati e grossi problemi: (1) in tempi inferiori al nanosecondo per l'irraggiamento l'elettrone cadeva sul nucleo; (2) perché il diametro di tutti gli atomi sembrava identico?

Una risposta arriverà con Niels Bohr (1913) per cui le orbite sono quantizzate:

$$(3) \quad L = m r v = n h$$

Se ne deduce che, essendo dalla (2) $v = \frac{1}{r} \left(\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 m} \right)^{1/2}$

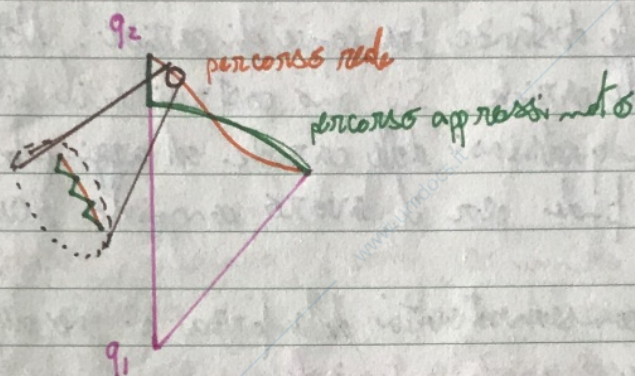
$$(4) \quad r = \frac{4\pi\epsilon_0 k^2 n^2}{q_1 q_2 m} \quad \left(r_H = \frac{4\pi\epsilon_0 k^2 n^2}{m e^2} \right)$$

Ora le orbite (ed anche le energie) sono discrete. Nei casi semplici di H ed He^+ il modello spiega anche gli spettri di

LEZIONE 3

Campo di Forze conservative

Si dimostra che la forza è conservativa osservando la figura. Il percorso è approssimato da tratti lungo r e \perp ad r , sui quali il calcolo del lavoro è facile.



$$\text{Nei tratti } \parallel \text{ ad } r \quad L = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right)$$

$$\text{Nei tratti } \perp \quad L = 0$$

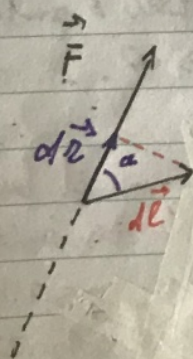
Approssimando ogni curva con tratti \parallel e \perp ad r si può con errore \propto sinus collocare il lavoro per uno spostamento da \vec{r}_1 ad \vec{r}_2 . Questo risulta

LAVORO SPOSTAMENTO
da \vec{r}_1 ad \vec{r}_2

$$\text{(cancellazione dei termini intermedi)} \quad L_{12} = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$

Per portare le 2 cariche dall'infinito a distanza r si avrà

$$L = \int_{\infty}^r \vec{F} \cdot d\vec{r} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \int_{\infty}^r \frac{dr}{r^2} = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r} \right]_{\infty}^r = \frac{-q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r}$$



Un modo alternativo. Per uno spostamento $d\vec{l}$ si ha

$$|dL| = |\vec{F} \cdot d\vec{l}| = F dl \cos\alpha = F dr$$

$$\text{Vero anche vettorialmente } dL = \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad (\vec{F} \parallel d\vec{r})$$

Si potrebbe partire dalla legge di Gauss

Cioè se esistono corpi carichi (cos'è la carica?)
e campi elettrici che esercitano forze sulle cariche
date da $\vec{F} = q\vec{E}$

e se vale la legge di Gauss $\phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$ allora posso
sempre determinare ~~le~~ le
forze agenti sulle cariche (cioè ricavare \vec{E} in ogni
configurazione di cariche)

Equivaleza fra legge di Gauss e di Coulomb.

Se si ipotizza che nello spazio dove esiste un campo elettrico
sulle cariche si esercita una forza

$$(1) \quad \vec{F} = q\vec{E}$$

e che il legame fra sorgenti del campo e campo sia il teorema
di Gauss

$$(2) \quad \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_i^{(int)} = \int_V \vec{E} \cdot \hat{n} \cdot dS = \phi_E$$

si può dedurre che il campo di una carica vale $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$

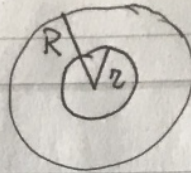
A questo scopo occorre però supporre che il campo di una carica
puntiforme ferma sia a simmetria sferica. Questa ipotesi
è però ragionevole e si può considerare conseguenza sperimentale
dell'isotropia dello spazio, ipotesi su cui del resto ci si basa per
dedurre il principio di conservazione del momento angolare.

In tal caso

$$\phi_E = 4\pi r^2 E = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow |\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \text{ ed}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad \text{che è la legge di Coulomb per la (1)}$$

LEZIONE 5

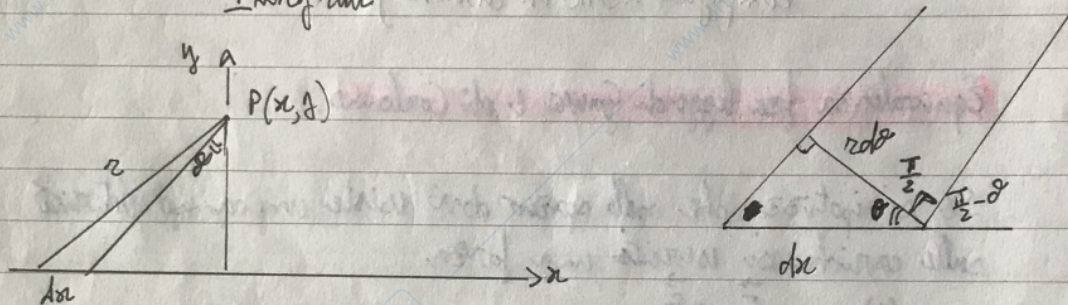


Esempio Campo \vec{E} all'interno di una sfera carica con densità di carica ρ .

Per il teorema di Gauss $4\pi r^2 E = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow$

$$\vec{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \vec{r} \quad (\vec{E} \parallel \vec{r} \text{ per le solite ragioni di simmetria})$$

Esempio Campo di un filo ∞ di densità di carica λ : $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$
Integrali



C'è $\neq 0$ solo la componente y

Per ogni elemento di filo di lunghezza dx si ha carica $dq = \lambda dx$

$$dE_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \cos\theta \quad \cos\theta = \frac{y}{r}$$

↑
componente y di \vec{E}

Esprimere tutto in funzione di θ $\frac{1}{r} = \frac{\cos\theta}{y}$ ($\cos\theta = \frac{y}{r}$)

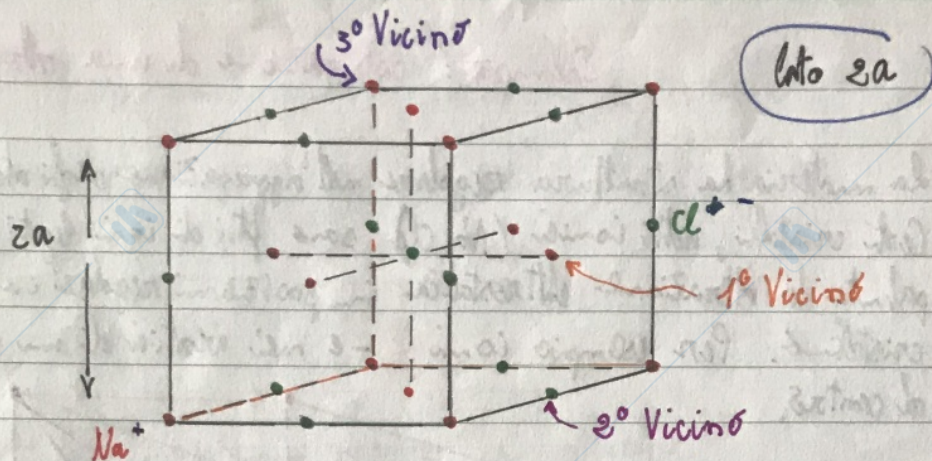
Ma $\cos\theta = \frac{rd\theta}{dx}$ cioè $dx = \frac{rd\theta}{\cos\theta}$ ($\cos\theta = \frac{rd\theta}{dx}$)

Quindi $dE_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \lambda \cdot \frac{rd\theta}{\cos\theta} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\cos\theta}{y} \cdot \cos\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 y} \cos\theta d\theta$

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 y} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos\theta d\theta = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 y} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 y} [\sin\theta]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 y}$$

Stesso calcolo ~~adesso~~ con uso del teorema o legge di Gauss

NaCl (FCC con base $(0,0,0) + (1,1,1) \frac{a}{2}$)



Cristallo di NaCl con $\frac{1}{2}N$ ioni Na ed $\frac{1}{2}N$ ioni Cl

U si può calcolare prendendo 1 ione, sommando su tutti gli altri e calcolando $\frac{1}{2}N$ il risultato. Con ciò si fa la simmetria del cristallo (da ogni sito il cristallo è uguale) e si trascurano i bordi. (la distribuzione degli ioni Na attorno ai Cl è uguale a quella dei Cl attorno agli Na)

$$** \quad U = \frac{N}{2} \sum_{i=2}^{\infty} K \frac{q_i q_1}{r_{ii}} = \frac{KN}{2} \left[-\frac{6e^2}{a} + \frac{12e^2}{\sqrt{2} \cdot a} - \frac{8e^2}{\sqrt{3}a} + \dots \right]$$

* che converge a $U \approx -\frac{0,87 KN e^2}{a} < 0 \Rightarrow$ il cristallo è stabile.

Qui si ha un primo esempio di come la stabilità della materia non sia una questione classica. Se $a \rightarrow 0$ aumenta la stabilità del cristallo. Cosa fissa dunque il valore sperimentale di a ? ($a \sim 10^{-10}$ m)

$$* \quad U \approx -\frac{0,87}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ne^2}{a}$$

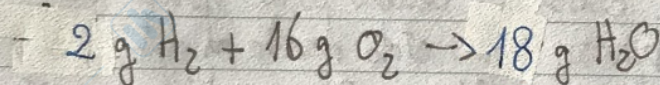
$$** \quad U = \frac{1}{2} N \sum_{i=2}^{\infty} \frac{q_i q_1}{4\pi\epsilon_0 r_{ii}} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 a} \left[-6 + \frac{12}{\sqrt{2}} - \frac{8}{\sqrt{3}} + \dots \right]$$

essendo $2a$ il lato della cella

PROVE SPERIMENTALI DELL'ESISTENZA DEGLI ATOMI

L'idea che i costituenti ultimi della materia siano oggetti indivisibili venne proposta originariamente da DEMOCRITO (Abdera, 5° AC. contemporaneo di Socrate e Platone, de non lo vita mai, sebbene fosse ai suoi tempi famoso come filosofo). I suoi scritti sono tutti persi per sé, materialista, non vennero copiati nel medioevo dai monaci.
Democrito adduce come prove dell'esistenza degli Atomi fatti quali la soluzione di sale in acqua senza aumento di volume.

La teoria atomica rinasce con la chimica moderna. John Dalton e Gay Lussac propongono le leggi dei rapporti definiti e delle proporzioni multiple. Cioè solo quantità definite di massa di due sostanze possono reagire completamente a dare un composto



Se si possono avere più prodotti, tutte le masse stanno fra loro in rapporti semplici tra.

CO e CO₂ l'ossigeno è nel rapporto $\frac{1}{2}$

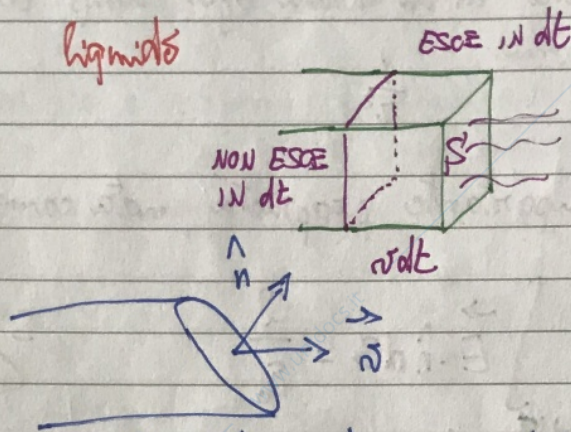
(maghemite) Fe₂O₃ e Fe₃O₄ (magnetite) ossigeno " $\frac{9}{8}$

Se le sostanze sono costituite da atomi, la spiegazione è immediata.

Evidenze successive verranno dalle leggi dei GAS. AVOGADRO
Numero di Avogadro: volumi uguali di gas a T, P date, contengono uguali numeri di particelle (in realtà MOLECOLE e non atomi).
Tale numero può essere calcolato in modi affatto diversi considerando fenomeni diversi e sempre si ottiene, entro gli errori, lo stesso risultato.

Presso un liquido di densità ρ c'è in ogni punto flusso con velocità \vec{v} dalla superficie S fuoriesce in ogni unità di tempo

$$\phi = \rho \vec{v} \cdot \vec{S} \quad \text{liquido}$$

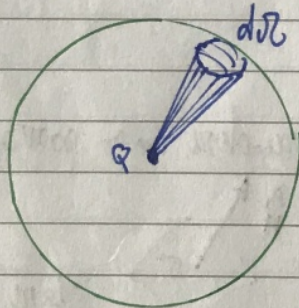


Il prodotto scalare tiene conto dell'orientazione di S rispetto a \vec{v} .

Si mostra il teorema di Gauss (1) Carica puntiforme al centro di una sfera

Angolo solido:

$\Omega = (\text{area porzione di sfera} / r^2)$
con r raggio sfera di cui
considero la porzione

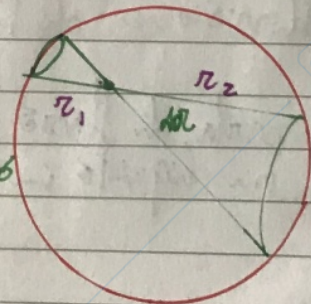


Il punto è da per ogni $dS = r^2 d\Omega$ si ha $d\phi = \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right) \cdot r^2 d\Omega$

$$\vec{E} \parallel \hat{n} \quad \text{e quindi} \quad \phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{r \cdot 4\pi}{r^2} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

(2) Carica non nel centro

I 2 conetti di apertura uguale corrispondono a superfici fra loro nel rapporto $\frac{r_1^2}{r_2^2}$



$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$$

$$\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$$

$$K = 8,98 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2} = c^2 \cdot 10^{-7} \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2} *$$

** Ampere: forza fra 2 fili rettilinei paralleli percorsi da corrente

Se la forza su ogni metro di filo è

$$2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{m}} \text{ allora la corrente è } 1 \text{ A}$$

* c è il valore NUMERICO della velocità della luce

1 C corrisponde a circa $6,24 \cdot 10^{18}$

dove e è la carica elementare

Carica dell'elettrone $1,60217662 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

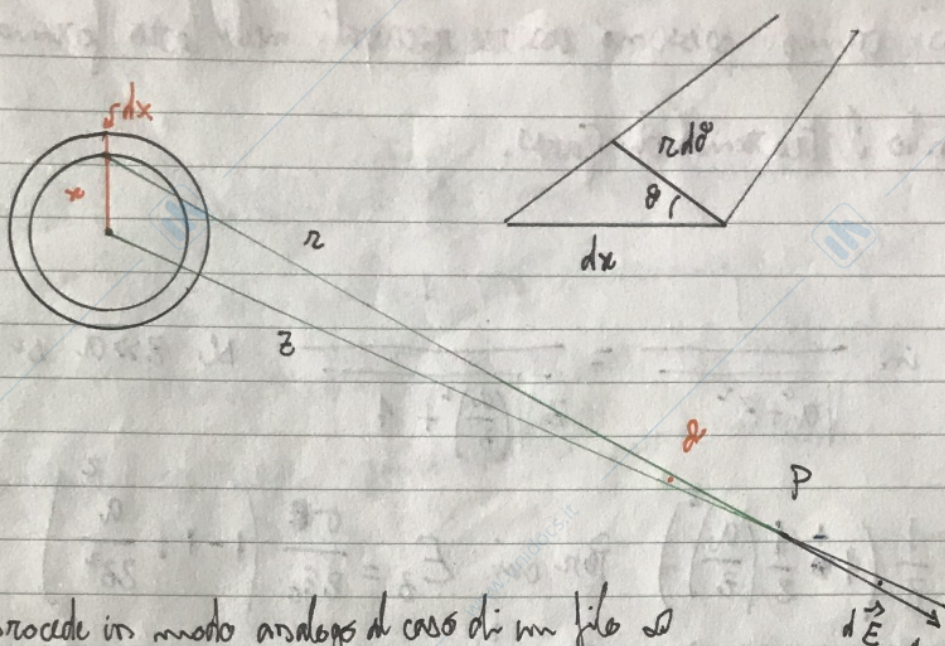
** Nuova definizione 2018 di Ampere: corrente elettrica

corrispondente al passaggio di una carica pari a

quella di $\left(\frac{1}{1,602176634 \cdot 10^{-19}} \right)$ cariche elementari.

(in vigore dal 20 May 2019)

Campo \vec{E} di una superficie piana infinita con densità di carica σ



Si procede in modo analogo al caso di un filo λ
 Si deve però sommare il piano σ in cerchi concentrici alla proiezione del punto sul piano.
 Ogni cerchio di spessore dx e raggio x fornisce un campo lungo z , che vale

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\pi x \sigma dx \cos\theta}{r^2}$$

poiché $\cos\theta = \frac{z}{r}$ cioè $\cos\theta dx = z dr$ ed $\frac{x}{r} = \sin\theta$

$$\text{risulta } dE_z = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \sin\theta dr \Rightarrow E_z = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_0^{\pi/2} \sin\theta d\theta = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} [-\cos\theta]_0^{\pi/2} \Rightarrow$$

$$E_z = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Se il disco ha raggio a si integra in dx cioè

$$dE_z = \frac{2\pi\sigma x \cos\theta dx}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\sigma z x dx}{2\epsilon_0 r^3} \quad \text{essendo } \cos\theta = \frac{z}{r} \Rightarrow$$

$$E_z = \int_0^a \left(\frac{\sigma z}{2\epsilon_0}\right) \frac{x dx}{(x^2+z^2)^{3/2}} = \frac{\sigma z}{2\epsilon_0} \left[\frac{-1}{\sqrt{x^2+z^2}} \right]_0^a = \frac{\sigma z}{2\epsilon_0} \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{\sqrt{a^2+z^2}} \right) =$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{a^2+z^2}} \right)$$

Esempio: forza fra 1+1 grammi di protoni posti ai poli opposti della Terra.

La distanza è circa $13.000 \text{ Km} = 1,3 \cdot 10^7 \text{ m}$

La massa di 1 protone è $1,67 \cdot 10^{-24} \text{ g}$ ($1,67 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$)
e quindi 1g contiene l'inverso di quel numero in protoni

$$n = \frac{1}{1,67 \cdot 10^{-24}} \cong 0,6 \cdot 10^{24} \text{ protoni}$$

La carica di 1 p è $\cong 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \Rightarrow$ ho una carica totale di

$$Q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,6 \cdot 10^{24} \cong 10^5 \text{ C}$$

$$F = k \frac{Q^2}{r^2} \cong \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-14}}{(1,69)} \cong 5,3 \cdot 10^5 \text{ N}$$

$\epsilon_0 \cong 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{Nm}^2)$

Già con una forza peso equivalente a 50 T

Così si vede anche quanto più intensa sia la forza elettromagnetica rispetto alla gravitazionale.

L'intera Terra attira il grammo di protoni con una forza di circa 10^{-2} N ; 1g di protoni a distanza doppia respinge l'altro grammo con la forza di $5,3 \cdot 10^5 \text{ N}$

Un altro modo di vedere la cosa è confrontare le 2 forze per 2 corpi di massa uguale e stessa carica (es. 1 Kg ed 1 C) posti a distanza arbitraria (es. 1 m). Il rapporto da

$$\frac{F_g}{F_{em}} = \frac{G}{k} = 0,74 \cdot 10^{-20} = 4\pi \epsilon_0 G$$

Meglio ancora confrontare 2 protoni. Si ottiene

$$\frac{F_g}{F_{em}} = \frac{G m_p^2}{k e^2} =$$

$$= 0,74 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{(1,67 \cdot 10^{-27})^2}{(1,6 \cdot 10^{-19})^2} = 0,8 \cdot 10^{-36}$$

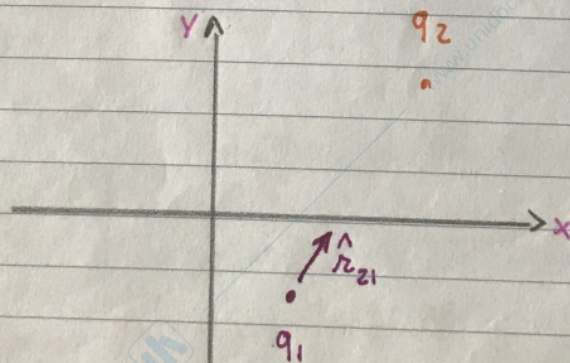
SULLA SIMMETRIA DELL'INTERAZIONE COULOMBIANA

Fissata la carica 1, la due può essere posta in qualunque direzione e la forza è sempre diretta lungo la congiungente le 2 cariche. Questo ci dice che la forza sulla carica 2 dovuta alla carica 1 è isotropa.

È questo fatto, relativo alle interazioni fondamentali elettromagnetica e gravitazionale, che porta al principio di isotropia (ed omogeneità: le 2 cariche possono essere ovunque) dello spazio.

Viceversa se accettiamo quei principi possiamo dedurre che la forza che si esercita fra le due cariche deve essere lungo la congiungente e ciò non deve dipendere dalla posizione delle due cariche e dall'angolo fra la congiungente e gli assi di un sistema di riferimento.

$$\vec{F}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \hat{r}_{21}$$



ϵ_0 si chiama costante dielettrica

del vuoto o permittività elettrica del vuoto $\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} = 8,854 \dots \cdot 10^{-12} \frac{F}{m} \left(\frac{C^2}{Nm^2} \right)$

(con $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$; c la velocità della luce

$c = 299792458 \text{ m/s}$)

Equazione di stato dei gas ideali. È noto sperimentalmente che

$$pV = nRT \quad (*)$$

Dalla cosiddetta teoria cinetica dei gas, ovvero immaginandoli costituiti da molecole, questa relazione può essere ricavata, come fece per primo Daniel Bernoulli. Nello stesso modo possono essere ricavati la **condensabilità termica**, **calore specifico** ed altre **proprietà dei gas**.

Moto Browniano

già osservato da Lucrezio (polvere in aria) e da Ingenhousz (particelle di carbone) fu osservato dall'inglese Robert Brown a proposito di grani di polline sulla superficie dell'acqua. Brown, botanico, si interrogava sulla **VITAUSTA** del polline. Attorno al 1860 si propose che il movimento fosse dovuto ad urti di molecole coi grani di polline. Einstein calcolò come doveva essere il moto dei granelli se davvero fosse stato dovuto ad urti.

Jean Perrin attorno al 1910 iniziò esperti che mostrarono l'accordo fra i calcoli di E. ed i dati sperimentali. A questo punto misuro più ambito degli atomi.

Osservazioni al MICROSCOPIO

Molti continuarono ad essere scettici e canti sull'esistenza degli atomi perché non c'era la possibilità di osservarli direttamente. Con la creazione del microscopio elettronico è ora possibile.

$$R \cong 8,314 \text{ JK mol}^{-1}$$

FISICA T2

INGEGNERIA

CHIMICA E BIOCHIMICA

&

INGEGNERIA TERRITORIO E AMBIENTE

Docente: Professore Enrico G. Camparini

ESEMPIO 2 PROSPEZIONI GEOLOGICHE

Le leggi di Ohm : $q = IR$ ed $R = \rho \frac{l}{S}$ sono usate nello studio dei terreni e delle rocce.

Diverse rocce possiedono diversa resistività. Altri fattori quali la presenza di acqua, di porosità* di olio, influenzano il valore di ρ . Egalemente la presenza di giacimenti.

Si scava un pozzo e si dispongono elettrodi nel pozzo ed in varie parti del terreno. Si fa passare corrente e si misura quindi fra il pozzo ed i vari elettrodi la resistenza. I dati si possono correlare al tipo di rocce ed alla presenza di acqua, petroli, ecc. ecc.

FIGURE

ESEMPIO 3 Messa a terra tubi degli impianti

Se in un tubo scorrono gasi o anche sostanze liquide (esempio un impianto chimico) lo sfregamento della sostanza contro le pareti per un fenomeno chiamato TRISOLETTRICITA (mostrare) provoca accumulo di carica. Facilmente si arriva ad avere scariche elettriche (scintille o mini fulmini) da cui possono scaturire INCENDI ed ESPLOSIONI. Si devono quindi prendere opportune precauzioni fra cui la MESSA A TERRA dei tubi (metallici) per eliminare gli accumuli di carica.

* Leggi di Archimede

LEGGE DI COULOMB

Vale per 2 cariche ferme. In effetti \vec{F}_2 non muta se

$$\vec{F}_2 = K \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \hat{r}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \hat{r}_{21} \quad (1)$$

se q_1 è in moto. dove $K = 8,9875 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}$

Se in un sist. di

ref. sia q_1 che q_2

sono in moto,

gli effetti su q_2 non sono più completamente descritti dalla (1)

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ C}^2$$

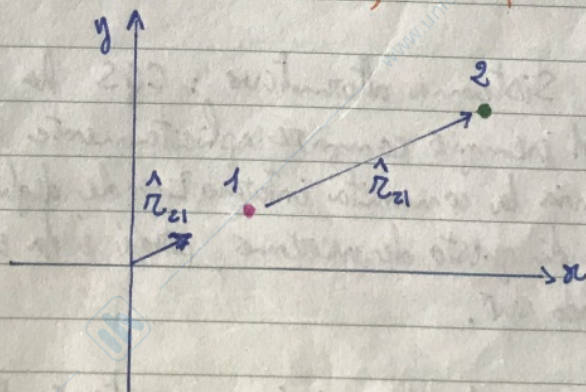
Sono da ricordare $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ NA}^{-2}$

$$\epsilon_0 \mu_0 = c^{-2} = \frac{1}{c^2}$$

Cioè K , ϵ_0 , μ_0 non sono valori sperimentali ma sono determinati dal valore di c , fissato nel S.I.

$$(c \approx 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m/s})$$

La legge di Coulomb dice che la forza fra 2 cariche è diretta lungo la congiungente. Ragioni di simmetria e la ISOTROPIA dello spazio impongono sia così. Se la forza avesse una componente \perp alla congiungente, una rotazione lungo \hat{r}_{21} lascerebbe invariato il sistema, ma sposterebbe tale componente.



La forza è additiva. Sperimentalmente si verifica che la presenza di una terza carica q_3 non altera la forza fra 1 e 2. Presente q_3 , su q_2 si esercita una forza che è la somma (vettoriale) di quella dovuta a $q_1 + q_3$.

Si parla perciò di principio di SOVRAPPOSIZIONE

emissioni degli atomi, prima del tutto misteriosi.

Il modello è semi-classico e non risulta del tutto soddisfacente.

Inoltre $L=0$ non è previsto; l'atomo non è piano; gli spettri di atomi con $Z > 2$ non tornano completamente ecc. ecc.

È comunque un progresso e un segnale chiaro che occorre costruire una nuova meccanica (sarà chiamata meccanica quantistica) per il moto dei mattoni della materia.

Dimensioni degli atomi (e quindi degli oggetti attorno a noi - e noi stessi!)

Nella formula dell'atomo di Bohr (confermata dalla m.g.)

si ha

$$r = \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{m e^2}$$

È dunque l'intensità dell'interazione elettromagnetica (tramite ϵ_0 ed e^2) e quello di \hbar a determinare tale raggio. Se l'interaz. elettrom. fosse più intensa ($\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}$ più grande), r sarebbe più piccolo.

La legge di Coulomb (esperimenti fra il 1785 e 1791)

vale per corpi puntiformi. Va bene, ma non troppo, per corpi sferici (effetti di polarizzazione). Non si applica a corpi di forma qualsiasi, per i quali si applica una formula integrale basata su questa legge.

(La scriveremo più avanti, dopo avere introdotto \vec{E})

Coulomb usò una bilancia di torsione con palline di Sambreco.

Sufficiente per verificare che $F \propto \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}$

non abbastanza per definire il coulomb (C), unità di carica nel S.I., difetto tramite l'ampere:

$$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}$$

Prima di Coulomb avevano ipotizzato la legge, Priestley osservando che $\vec{E} = 0$ ~~all'interno~~ all'interno di corpi sferici (analogia gravitazionale) e Cavendish con misure su sfere cariche.

Dato q_1, q_2, q_3

$$\vec{F}_3 = K \frac{q_1 q_3}{r_{31}^2} \hat{r}_{31} + K \frac{q_2 q_3}{r_{32}^2} \hat{r}_{32}$$

MSO del S.I. Sistema alternativo: CGS ha formule più "fondamentali": ad esempio compare esplicitamente c anziché gli oscuri μ_0 ed ϵ_0 . Tuttavia la comunità internazionale degli scienziati ha scelto il S.I. ed è quindi questo che meremo, perché è da evitare che ogni scienziato scriva le formule a modo suo.

Il campo di forze coulombiano è conservativo. Una prima dimostrazione è data dall'analogia con la forza gravitazionale. Ritorneremo su questo parlando del teorema di Gauss.

Nelle formule si nasce K o ϵ_0 , con $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$.
La costante dielettrica nel vuoto

Per più cariche si applica con successo il principio di sovrapposizione. Prendi 3 cariche q_1, q_2, q_3

$$(1) \quad \mathcal{L} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{(-q_1 q_3)}{r_{13}} + \frac{(-q_1 q_2)}{r_{12}} + \frac{(-q_2 q_3)}{r_{23}} \right]$$

con r_{ij} le distanze fra coppie di cariche. Notare la simmetria rispetto alle cariche. Si può costruire il sistema cominciando con una qualsiasi delle cariche ed aggiungere le altre. Il risultato finale per il lavoro compiuto non cambia.

Data la conservatività della forza si può definire una funzione **Energia potenziale**

$$(2) \quad V = -\mathcal{L}$$

Per una coppia di cariche si ha $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$; per 3 cariche

Vale l'espressione (1) col segno cambiato. Come dovrebbe essere ben noto, l'energia potenziale (elettrostatica) appartiene al sistema di cariche. Non è possibile attribuirle in parti alle singole cariche, né non in termini statistici.

Nota. C'è la "solita" costante arbitraria del potenziale e punto di potenziale nullo. Qui è scelto per $r \rightarrow \infty$.

Si osserva che per 2 cariche concordi ++ o -- il lavoro è negativo per avvicinarle a distanza r (da distanza iniziale ∞). Del resto $\vec{F} \uparrow \downarrow d\vec{r}$. Il potenziale (energia) è invece POSITIVO \Rightarrow stato non legato. Per cariche discordi $\mathcal{L} > 0$ ed energia potenziale $V < 0$ (stato legato), in analogia al caso gravitazionale.

Importanza dell'Elettromagnetismo (per Ingegneri)

Corso di base i cui concetti verranno utili più e più volte nel proseguo degli studi

Esempio 1 MOLECOLE POLARI e NON POLARI

In chimica è notissima la differenza di comportamento fra sostanze IDROSOLUBILI e sostanze NON SOLUBILI in H_2O .

Differenza ben nota anche nella vita di tutti i giorni: SALE e ZUCCHERO si sciolgono in acqua, l'ALCOHOL no.

Questa differenza è dovuta all'aggregazione delle cariche nelle molecole (o ioni). In particolare molecole NONPOLARI respingono le molecole d'acqua e sono dette IDROFEBICHE. molecole POLARI (o ioni) ~~si~~ formano legami con l'acqua, cioè attraggono molecole d'acqua, sono dette IDROFILICHE.

Quindi, nelle molecole, la presenza o assenza di dipoli intrinseci ovvero di asimmetrie nella distribuzione di carica, produce un comportamento assai diverso nella loro interazione con l'ambiente.

Esistono anche molecole sia idrofiliche che idrofobiche, come certi lipidi* ed il sapone. Questo comportamento è dunque molto importante per la vita. Un argomento di ricerca attuale è la realizzazione di superfici SUPERIDROFORICHE.

IMMAGINI

* Fosfolipidi, con testa idrofilica e coda idrofobica