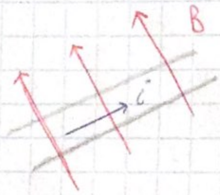
CASO 1:
- B uniforme
- Conduttore rettilineo di lunghezza finita l

(FILO RETTILINEO)

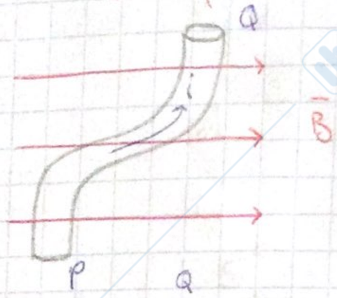
$$\vec{F} = i \underbrace{\int_P^Q d\vec{s} \times \vec{B}}_{\text{lunghezza } l}$$



$\vec{F} = i\vec{l} \times \vec{B}$ = in modulo

$F = i l B \operatorname{sen}\theta$

CASO 2:
- B uniforme
- Conduttore è curvilineo ma sta in un piano



$$\vec{F} = i \int_P^Q d\vec{s} \times \vec{B} = i \underbrace{\overline{PQ}}_{\text{Risultante degli spostamenti}} \times \vec{B}$$

Se $PQ = 0$
$F = 0$

In entrambi i casi
Non dipende dalla forma
del filo ma solo
dal punto
iniziale e finale

FACEVI COSÌ CON TUTTE

MOMENTI MECCANICI SU CIRCUITI PIANI

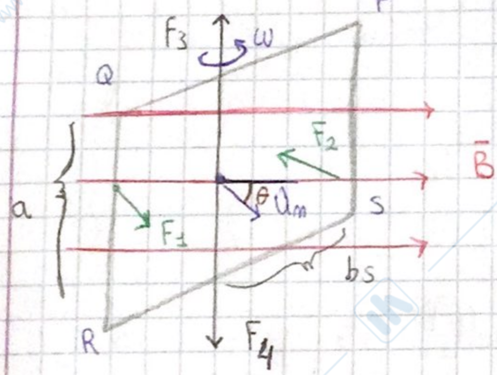
La forza magnetica è da considerarsi come la risultante di più forze applicate a punti diversi.
Avremo un momento meccanico $\neq 0$ che darà origine a delle rotazioni

↓

Considero un circuito piano RIGIDO percorso da corrente immerso in $\bar{B}$ uniforme
$F_{TOT} = 0$ però $\bar{M} \neq 0$

↓

Considero una spira



Su ciascun lato agisce una forza, avremo una rotazione
($\hat{u}_m$ = normale alla superficie) forma un angolo θ

$\bar{F}_3 + \bar{F}_4 = 0$
↙ forze opposte
↘ forze $\perp$ al piano tra $\bar{E} \times \bar{B}$

costituiscono una coppia di braccio ($b \operatorname{sen}\theta$) del momento di inerzia ← $F_1 = F_2 = \underbrace{i a B}_{\text{lunghezza area}}$

$\bar{M} = b \operatorname{sen}\theta \cdot \vec{F} \Rightarrow \bar{F} \, \overrightarrow{\text{braccio}}$
(momento della coppia)
dipende da coppie di forze → distanza tra le rette di azione delle 2 forze
↓
quando sono applicate fanno ruotare il corpo

Definisco **m** (momento meccanico della spira come la corrente che scorre in essa per superficie)

Se:
- $\theta = 0$ equilibrio stabile
- $\theta = \pi$ equilibrio instabile

$\vec{m} = i \sum \hat{u}_m$ Momento meccanico $\bar{M} = \vec{m} \times \vec{B} = i \sum \hat{u}_m \times \bar{B}$ ↘ nullo $\vec{m} \parallel \bar{B}$

E STATO BELLISSIMO

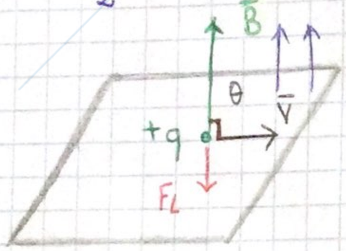
MI MANCHERAI

MOTO DI UNA PARTICELLA IMMERSA IN UN CAMPO MAGNETICO

CAMPO = Uniforme

Moto di una particella carica in $\bar{B}$:

1. $\bar{B}$ = uniforme
$\theta = \frac{\pi}{2} = 90°$



Campo ⊥ a V e sulla particella agisce una forza $\bar{F}$ di Lorenz

$F_L = q\vec{V} \times \vec{B}$ quindi anche la forza di Lorenz $F_L \perp B$

La forza di Lorenz provocherà una variazione nella direzione di $\vec{V}$

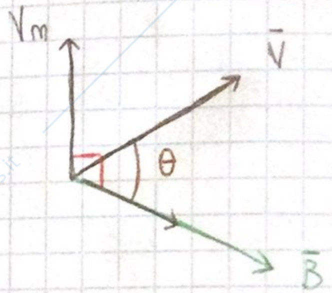
F_L in modulo $= qvB =$

$= \underbrace{m\,a_m}_{\text{2 principio della dinamica}} = m\frac{V^2}{r} \Rightarrow qB = m\frac{V}{r}$

$r = \frac{mV}{qB}$ → quantità di moto $= \frac{p}{qB}$ → rapporto tra p e la carica per il campo magnetico

La traiettoria della particella è circolare di raggio r

2. B = uniforme
θ = generico



Scompongo la velocità in 2 componenti (Normale e tangenziale)

$$\begin{cases} V_p = V\cos\theta \\ V_m = V\sin\theta \end{cases} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \boxed{\bar{F}_L} = q\vec{V} \times \vec{B} = q(\bar{V}_m + \bar{V}_p) \times \bar{B} =$

$= \boxed{q\bar{V}_m \times \bar{B}} + \underbrace{q\bar{V}_p \times \bar{B}}_{\text{Risulta} = 0 \text{ perché sono paralleli}}$

In un piano ortogonale a $\bar{B}$ un moto circolare uniforme con velocità V_m ritorna a essere il CASO 1

$V_m \perp B$

quindi

$r = \frac{mV_m}{qB}$

quindi moto circolare uniforme

$$\omega = \frac{V}{R} = \frac{qB}{m}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$$

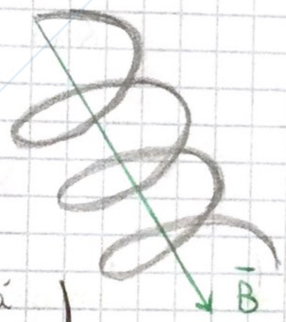
Cosa accade lungo $\bar{B}$?
lungo $\bar{B}$ non c'è forza quindi non c'è accelerazione quindi
$V = cost$
↓
Moto rettilineo uniforme

PER SEMPRE?

La combinazione dei 2 moti (circolare, rettilineo) forma il **MOTO ELICOIDALE**

Si calcola il passo dell'elica:

$$p = V_p T = \frac{2\pi m V \cos\theta}{qB}$$



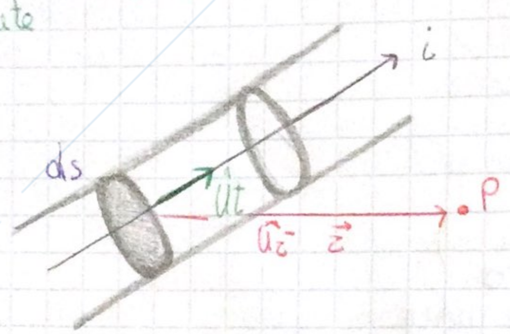
(Componente della velocità lungo la direzione di $\bar{B}$ per il suo periodo)

- CAMPO MAGNETICO PRODOTTO DA UNA CORRENTE -

1° LEGGE DI LAPLACE:
esprime il campo magnetico $(K \cdot i \cdot ds, \hat{U}_r)$

Versore raggio vettore che collega ds a P

$$dB = \underbrace{K_m}_{\text{costante}} \underbrace{i}_{\text{corrente}} \cdot \frac{d\vec{s} \times \hat{U}_r}{r^2} = K_m i ds \frac{\hat{U}t \times \hat{U}r}{r^2}$$



$\hat{U}_r$ = versore relativo alla posizione di P da ds

$\hat{U}t$ = versore tangente al filo

$d\vec{s}$ = tratto infinitesimo del filo

La corrente produce un campo magnetico

K_m = costante che dipende dal mezzo in cui è immerso il filo e dipende anche dalle unità di misura

$1{,}26 \times 10^{-6} \frac{H}{m}$

TESLA: unità di misura del campo

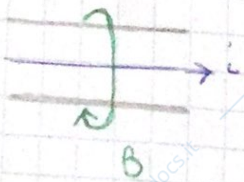
$$\text{tesla} \cdot \frac{m}{A} = 10^{-7} \frac{\text{Henry}}{m} = \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right) \rightarrow \text{permeabilità magnetica del moto}$$

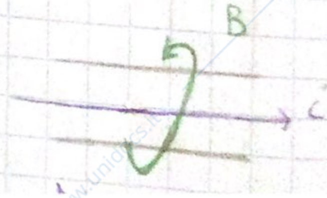
Quindi la 1° legge diventerà:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \, i ds \frac{\hat{U}t \times \hat{U}r}{r^2}$$

la 3 orientazione di B è data dal prodotto vettoriale tra Ût e Ûr cioè la regola della mano destra
(pollice della mano tenuta chiusa punta nel verso della corrente e B quindi circondano la carica nel verso indicato dalla direzione delle altre dita)

Ricordi:





Se vogliamo calcolare $\vec{B}$ in un percorso chiuso si fa l'integrale:

$$\underbrace{\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \oint \frac{d\vec{s} \times \hat{u}_r}{r^2}}$$

LEGGE DI AMPÈRE LAPLACE = la applico per un campo magnetico di una carica in moto

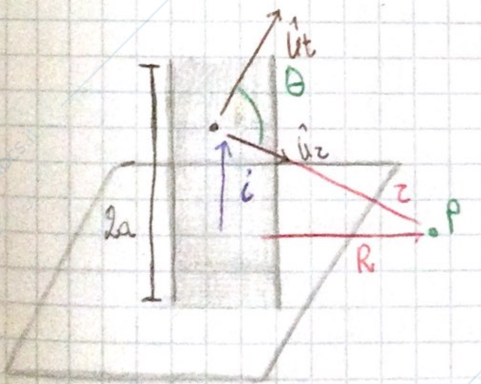
$\vec{J} = nq\vec{v}$

$i\,ds = \frac{dq}{dt} ds = dq\,v$ $\Rightarrow$ $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{i\,ds\,\hat{u}_t \times \hat{u}_r}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{dq\,\vec{v} \times \hat{u}_r}{r^2}$

– APPLICAZIONE 1° LEGGE – DI LAPLACE E BIOT-SAVART

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i\,ds\,\hat{u}_t \times \hat{u}_r}{r^2}$$

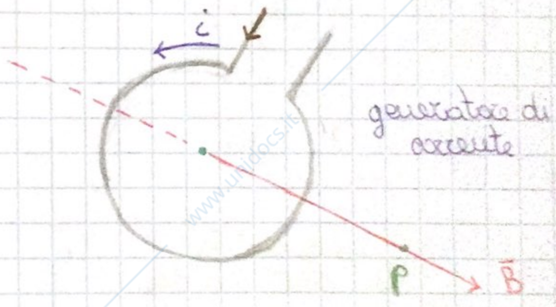
FILO RETTILINEO:
Percorso da corrente di lunghezza $2a$ e considero P distante R dal filo e un elemento infinitesimo forma un angolo θ con la componente $\hat{u}_t$ e $\hat{u}_r$ è la componente di r



Scrivendo in modulo la 1° LEGGE DI LAPLACE

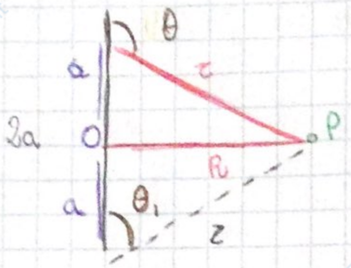
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i\,ds \operatorname{sen}\theta}{r^2}$$

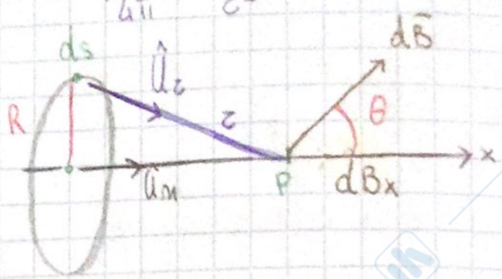
SPIRA CIRCOLARE:
Calcolo il campo magnetico $\vec{B}$ sull'asse della spira percorsa da corrente i su un punto P



Dalla legge di Laplace dB generato nel punto P dall'elemento ds:

$$ds = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i\,\underbrace{ds\,\hat{u}_m}_{\text{sono perpendicolari}} \hat{u}_r}{r^2}$$





Noto che:

$r\,sen(\pi-\theta) = r\,sen\theta = R$

↓

$\frac{1}{r} = \frac{sen\theta}{R}$

quindi: $\frac{1}{r^2} = \frac{sen^2\theta}{R^2}$

quindi: $a\,tg(\pi-\theta) = -a\frac{sen\theta}{cos\theta} = R$

Se deriviamo:

$da = \frac{R\,d\theta}{sen\theta}$ → sostituendola in Laplace ho che:

$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{\cancel{R}\,d\theta}{\cancel{sen\theta}}\cdot\frac{sen^{\cancel{2}}\theta}{R^{\cancel{2}}} =$

$= \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{d\theta\, sen\theta}{R} \longrightarrow cos\theta =$

$= -\frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{d(cos\theta)}{R}$ → quantità relativa a da

Il intero filo produce un campo magnetico:

$dB = -\frac{\mu_0 i}{4\pi}\int_{\theta_1}^{\theta}\frac{d(cos\theta)}{R} = -\frac{\mu_0 i}{4\pi}\cdot\frac{1}{R}\,cos\theta_1$

$a = cos\theta_1 R$

$cos\theta_1 = \frac{a}{R}$

$\frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{d\vec{s}\times\hat{u}_r}{r^2} =$

$= dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{ds}{r}$ (Modulo)

La componente lungo dBx:

$dB_x = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{cos\theta\, ds}{r^2}$

Considero gli infiniti elementi ds, il campo magnetico totale

$\vec{B} = \oint\frac{\mu_0 i}{4\pi}cos\theta\, ds\,\hat{u}_m =$

$= \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2}\oint cos\theta\, ds\,\hat{u}_m =$

$= \frac{\mu_0 i}{\cancel{4\pi} r^2}\cancel{2\pi} R\cdot\hat{u}_m cos\theta =$

$\frac{\mu_0 i}{2r^2}R\,\hat{u}_m cos\theta$

(campo totale che si genera in quel punto)

Ricordo che:

$R^2 + x^2 = r^2$ ed

$r\cos\theta = R$

$cos\theta = \frac{R}{r}$

Spira dal mezzo filo:

$$dB = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{1}{R} \cdot \frac{Q}{R} =$$

$$= \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{Q}{R^2}$$

Se vado a raddoppiare Ro il campo magnetico totale

$$B = \frac{\mu_0 i}{\cancel{4}_2 \pi} \frac{\cancel{2}Q}{R^2} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \frac{Q}{R^2}$$

$$a = \sqrt{R^2 - z^2}$$

Si suppone che il filo si può calcolare il campo magnetico in un filo infinitamente lungo:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \quad \text{cioè} \qquad \cos\theta_1 = 1 \quad \theta_1 = 0$$

con $\hat{u}_t$ e $\hat{u}_c$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \hat{u}_t \times \hat{u}_z$$ si chiama Legge di BIOT-SAVART

linee concentriche al filo sono concatenate

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i R}{2 z^2} \cos\theta \, \hat{u}_m =$$

$$= \frac{\mu_0 i R}{2 z^2} \cdot \frac{R}{z} \cdot \hat{u}_m =$$

$$= \frac{\mu_0 i R^2}{2 z^3} \hat{u}_m =$$

$$= \frac{\mu_0 i R^2}{2 (R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \hat{u}_m$$

- Per $x = 0$
  $P \equiv O$ centro spira

$$\vec{B}_{MAX} = \frac{\mu_0 i R}{2 R^{\cancel{2} \cancel{\frac{3}{2}}}} \hat{u}_m =$$

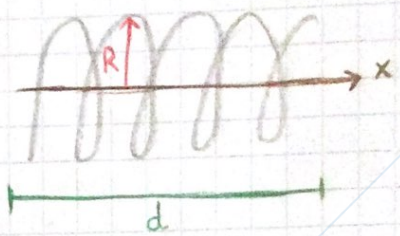
$$= \frac{\mu_0 i}{2R} \hat{u}_m$$

- Per $x = \infty$

$$\vec{B} = 0$$

APPLICAZIONE LEGGE LAPLACE

SOLENOIDE RETTILINEO:
Costituito da un filo conduttore avvolto a forma di elica cilindrica di piccolo passo.

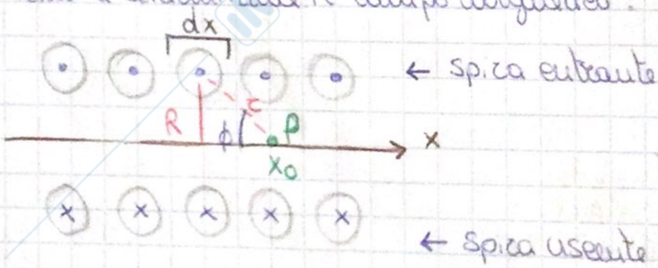


Caratteristiche a cui applicheremo Laplace sono:

- d = lunghezza del solenoide
- R = raggio del solenoide
- $n = \frac{N}{d}$ numero di spire per l'unità di lunghezza

↓ Se vado a derivare trovo che nel tratto infinitesimo dx ci saranno $n\,dx$ spire

Vado a schematizzare il campo magnetico:



→ Voglio valutare il campo magnetico quanto vale prodotto da un solenoide con quelle caratteristiche in P percorso da una corrente

Considero dx del solenoide e vado a valutare il $d\bar{B}$ sul punto P

↓

Ricordo che per una spira abbiamo trovato che:

$$d\bar{B} = \frac{\mu_0 i R^2 dx}{2r^3} \longrightarrow \begin{array}{l} R = \operatorname{sen}\phi\, r \\ x_0 = -R \operatorname{ctg}\phi = -\frac{R\cos\phi}{\operatorname{sen}\phi} \end{array}$$

differenziando:

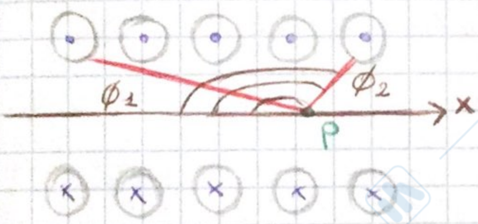
$$dx = \frac{R\,d\phi}{\sin^2\phi} \quad \text{quindi} \quad dB = n\,dx = \frac{nR\,d\phi}{\sin^2\phi} \cdot \frac{\mu_0 i R^2}{2r^3} = \frac{\mu_0 i n \cancel{r^3} \sin^3\phi\, d\phi}{2r^3 \cancel{\sin^2\phi}} =$$

$$= \frac{\mu_0 i n \sin\phi\, d\phi}{2}$$

Se voglio sapere il tratto totale devo integrare.
Sommando i contributi di tutte le spire ottengo:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2} \int_{\phi_1}^{\phi_2} \sin\phi\, d\phi = \frac{\mu_0 i n}{2} (\cos\phi_1 - \cos\phi_2)$$

Campo Magnetico prodotto da un solenoide



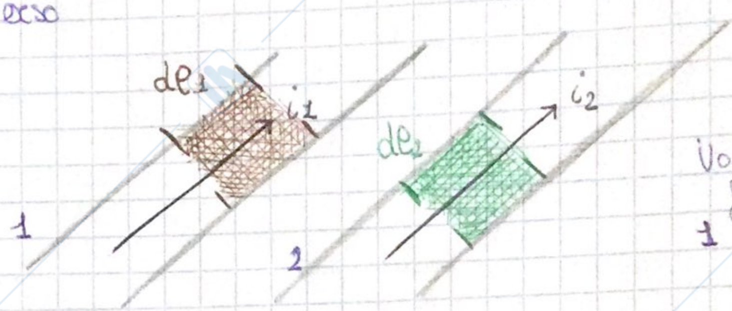
B_{MAX} = lo avremo quando sen e cos sono uguali a 1

$$\begin{cases} B_{MAX} = \frac{\mu_0 i n}{\cancel{2}} \frac{\cancel{2}d}{\sqrt{d^2+4R^2}} \\ B_\infty = \mu_0 i n \end{cases}$$

(direttamente proporzionale alla lunghezza e inversamente proporzionale alla radice della quantità)

– AZIONI ELETTRODINAMICHE TRA 2 FILI PERCORSI DA CORRENTE –

Considero un filo (1) percorso da corrente e un altro filo (2) percorso da corrente con lo stesso verso



(FILI PARALLELI)

Vogliamo calcolare che forza esercita il filo 1 sul filo 2 e viceversa

Ciascun tratto dl_2 è percorso da corrente i_2 e sente della forza:

$$\underbrace{d\bar{F}_{1,2}}_{\text{forza che agisce sul tratto}} = \underbrace{i_2}_{\text{sua corrente}} ds_2 \times \underbrace{\bar{B}_1}_{\text{campo magnetico prodotto dal 1 filo}} = i_2 ds_2 \hat{u}_2 \times \bar{B}_1$$

II legge di Laplace

Analogamente se prendo dl_1 la forza che agisce sul filo 1 partendo dal filo 2

$$\underbrace{d\bar{F}_{21}}_{\text{forza che agisce sul tratto}} = \underbrace{i_1}_{\text{sua corrente}} ds_1 \times \underbrace{\bar{B}_2}_{\text{campo magnetico prodotto dal secondo filo}} = i_1 ds_1 \hat{u}_1 \times \bar{B}_2$$

Ricordo che la formula trovata per un filo percorso da corrente genera un campo B seguendo la legge di BIOT-SAVART

$$F = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

TI MANCAVA LA MIA PRESENZA