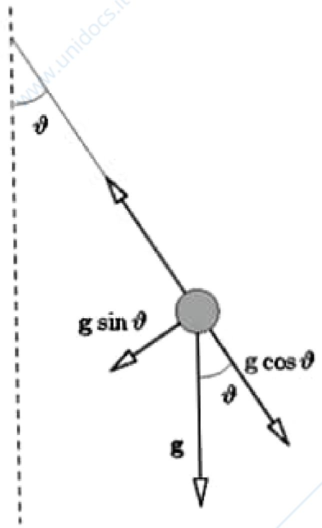
Relazione sul pendolo semplice

Corso di Fisica Generale A.A. 2019-2020 Zizzania Carmela

Ingegneria Edile – Architettura

Il moto di un pendolo semplice spostato dalla sua posizione di equilibrio è un moto oscillatorio lungo un arco di circonferenza che ha raggio uguale alla lunghezza del filo, che indicheremo con l.



Scomponendo le forze che agiscono sul pendolo, abbiamo:

$$x)\ -mg\sin\vartheta = ma_T$$
$$y)\ T - mg\cos\vartheta = ma_N$$

dove a_T e a_N, secondo il moto circolare, corrispondono rispettivamente a $\frac{d^2\vartheta}{dt^2}\,l$ e $\frac{v^2}{l}$.

Sostituendo nelle equazioni precedenti, abbiamo:

$$x)\ -mg\sin\vartheta = m\frac{d^2\vartheta}{dt^2}\,l$$

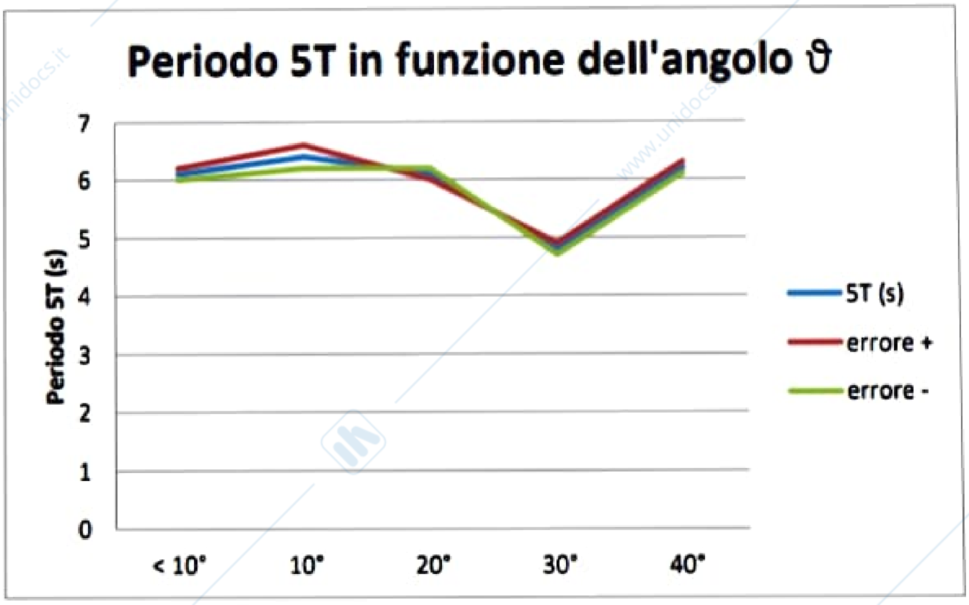
$$y)\ T - mg\cos\vartheta = m\frac{v^2}{l}$$

dove l'equazione su x), che è un'equazione differenziale, definisce la legge oraria del moto.
Però, se consideriamo angoli molto piccoli, ovvero $\vartheta \le 0{,}1$ rad (~7°), il seno dell'angolo può essere approssimato all'angolo stesso.

Di conseguenza l'equazione differenziale diventa $-\frac{g}{l}\vartheta = \frac{d^2\vartheta}{dt^2}$, che è l'equazione del moto armonico semplice, dove $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$.

Il fatto che il moto del pendolo corrisponda a quello del moto armonico semplice per i valori di $\sin\vartheta \sim \vartheta$ è dimostrabile attraverso un semplice esperimento in cui si mantiene fissa la lunghezza $l = 0{,}357\ m$ e si fa variare l'angolo ϑ da 10° a 40° per calcolare il periodo (5T) con il cronometro:

ϑ	5T (s)	errore +	errore -
< 10°	6,1	6,2	6
10°	6,4	6,6	6,2
20°	6,1	6	6,2
30°	4,8	4,9	4,7
40°	6,2	6,3	6,1



Secondo il moto armonico, il periodo è $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, ma, secondo i dati raccolti, soltanto il periodo di oscillazione con angoli più piccoli (e più vicini a 7°) corrisponde a quello che troveremmo utilizzando questa formula:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}357\ m}{9{,}8\ m/s^2}} = 1{,}198s$$

Moltiplicandolo per 5: $5T = 5{,}99s \sim 6s$, ovvero il valore trovato (con errore -0,1) per le oscillazioni con $\vartheta < 10°$.

Zizzania Carmela

Relazione sulla fluidodinamica

Equilibrio di un liquido: Legge di Stevino

La legge di Stevino ci fornisce la variazione di pressione di un fluido in base alla quota e specifica, in particolare, come la pressione aumenta al crescere della profondità. Essa vale soltanto per i fluidi incomprimibili, cioè quelli che hanno densità ρ costante: quindi, è valida soltanto per i liquidi.

Legge di Stevino: $P_1 = P_0 - \rho g h$

Per verificare questa legge utilizzeremo un esperimento virtuale in cui è possibile riempire un recipiente con un liquido a scelta e misurarne la pressione.
Per un liquido contenuto in un recipiente aperto, come nel nostro caso, la pressione della superficie del liquido che si trova in contatto con l'aria è fissa ed è pari alla pressione atmosferica: $P_1=P_{atm}$= 1 atm = 101,4 kPa.

ρ	h	P_0
1000 Kg/m³	1 m	111 kPa
1000 Kg/m³	2 m	120,9 kPa
1000 Kg/m³	3 m	130,7 kPa

Innanzitutto, analizziamo l'acqua, che ha una densità ρ=1000 Kg/m³.

Confrontando i valori di P_0 ottenuti con P_1, notiamo che maggiore è la profondità, maggiore è la pressione nel punto di quota h=0. Applicando ora la formula $P_1=P_0-\rho g h$, possiamo verificare la Legge di Stevino:

- $P_0 = 101400\ Pa + 1000\frac{Kg}{m3} \times 9{,}8\frac{N}{Kg} \times 1\ m = 111{,}2\ kPa \approx 111\ kPa$
- $P_0 = 101400\ Pa + 1000\frac{Kg}{m3} \times 9{,}8\frac{N}{Kg} \times 2\ m = 121\ kPa \approx 120{,}9\ kPa$
- $P_0 = 101400\ Pa + 1000\frac{Kg}{m3} \times 9{,}8\frac{N}{Kg} \times 3\ m = 130{,}8\ kPa \approx 130{,}7\ kPa$

ρ	h	P_0
700 Kg/m³	1 m	108,2 kPa
700 Kg/m³	2 m	115,1 kPa
700 Kg/m³	3 m	121,9 kPa

Allo stesso modo analizziamo la benzina, che ha una densità ρ=700 Kg/m³.

I valori di P_0 ottenuti sono maggiori di P_1, come previsto; quindi ora possiamo effettuare la verifica:

- $P_0 = 101400\ Pa + 700\frac{Kg}{m3} \times 9{,}8\frac{N}{Kg} \times 1\ m = 108{,}26\ kPa \approx 108{,}2\ kPa$
- $P_0 = 101400\ Pa + 700\frac{Kg}{m3} \times 9{,}8\frac{N}{Kg} \times 2\ m = 115{,}12\ kPa \approx 115{,}1\ kPa$
- $P_0 = 101400\ Pa + 700\frac{Kg}{m3} \times 9{,}8\frac{N}{Kg} \times 3\ m = 121{,}98\ kPa \approx 121{,}9\ kPa$

ρ	h	P_0
1420 Kg/m³	1 m	115,3 kPa
1420 Kg/m³	2 m	129 kPa
1420 Kg/m³	3 m	143 kPa

Infine, analizziamo il miele, che ha densità ρ=1420 Kg/m³.

I valori di P_0 ottenuti sono maggiori di P_1, come previsto; quindi ora possiamo effettuare la verifica:

- $P_0 = 101400\ Pa + 1420\frac{Kg}{m3} \times 9{,}8\frac{N}{Kg} \times 1\ m = 115{,}316\ kPa \approx 115{,}3\ kPa$
- $P_0 = 101400\ Pa + 1420\frac{Kg}{m3} \times 9{,}8\frac{N}{Kg} \times 2\ m = 129{,}232\ kPa \approx 129\ kPa$
- $P_0 = 101400\ Pa + 1420\frac{Kg}{m3} \times 9{,}8\frac{N}{Kg} \times 3\ m = 143{,}148\ kPa \approx 143\ kPa$

Se il liquido è contenuto in vasi comunicanti, ovvero in recipienti aperti collegati tra loro da tubazioni immerse, la superficie del liquido nei vari recipienti sarà alla stessa altezza. Ciò è dimostrabile attraverso la Legge di Stevino:
Consideriamo, per semplicità, che i vasi comunicanti siano due. La pressione P_1 in superficie è uguale per entrambi i contenitori, cioè: $P_{1A} = P_{1B}$.
Scrivendo la Legge di Stevino: $P_{1A} = P_0 - \rho_A h_A g = P_0 - \rho_A h_A g = P_{1B}$
Siccome il liquido è lo stesso, $\rho_A = \rho_B$. Quindi, semplificando, risulta $h_A = h_B$.

Dinamica dei fluidi: Legge di Bernoulli

Se consideriamo un fluido ideale, ovvero incomprimibile e privo di attrito, e in moto stazionario in un tubo, possiamo considerare il lavoro delle forze di volume (ovvero della forza peso) e il lavoro delle forze di superficie (ovvero della pressione):

- $W = V\rho g(y_1 - y_2)$
- $W = P_1V_1 - P_2V_2$

Inoltre, l'energia cinetica subisce una variazione:

- $K_f - K_i = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$

Quindi, dato che dal teorema sull'energia cinetica e il lavoro, sappiamo che $dW = dK$, possiamo uguagliare la somma dei lavori ottenuti alla variazione dell'energia cinetica. Da ciò otteniamo:

$$P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Ovvero che il valore $P + \rho g y + \frac{1}{2}\rho v^2$ è costante.

Una conseguenza della Legge di Bernoulli è l'*effetto Venturi*, ovvero il fatto che la pressione di un fluido si riduce nelle zone in cui il fluido scorre più velocemente. Queste sono le zone in cui la superficie S è minore e le linee di flusso sono più dense.
Supponiamo di avere un tubo orizzontale tale che $S_1>S_2$.

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$
$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho v_1^2(\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1)$$

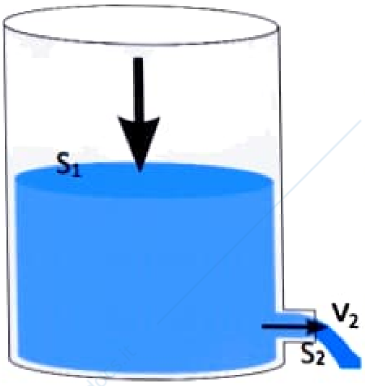
Sappiamo che $S_1>S_2$, quindi $\frac{S_1}{S_2}$ è sicuramente una quantità positiva. Per questo $P_1-P_2>0$.

Per verificare l'effetto Venturi possiamo utilizzare un altro esperimento virtuale, in cui è presente un tubo con un liquido in moto stazionario. Prendiamo in considerazione l'acqua, che ha densità ρ=1000 Kg/m^3, e una portata volumetrica di 5000 L/s.

v_1	P_1	v_2	P_2
0,7 m/s	130,046 kPa	3,5 m/s	124,087 kPa

Si vede facilmente che l'effetto Venturi è verificato, perché dove la velocità è maggiore, la pressione è minore.

Un'altra conseguenza della Legge di Bernoulli è la *Legge di Torricelli*, che ci fornisce la formula per calcolare la velocità di uscita di un liquido da un serbatoio, nell'ipotesi per cui la superficie del foro sia molto piccola.



Per la Legge di Bernoulli: $P_0 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1{}^2 = P_0 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2{}^2$, dove y_1 è l'altezza del fluido nel contenitore e y_2 è l'altezza del serbatoio. Poiché tocca quasi la base del contenitore, y_2 è trascurabile. Inoltre, poiché S_1 è molto più grande di S_2, v_1 sarà molto più piccola di v_2; di conseguenza, v_1 è trascurabile.

⇨ $\frac{1}{2}v_2{}^2 = gy_1$

⇨ $v_2 = \sqrt{2gy_1}$

Quindi possiamo notare che la velocità di uscita del liquido segue la legge oraria del moto di caduta di un grave.
Ciò è dimostrabile attraverso un altro esperimento virtuale in cui è presente un serbatoio alto 10 metri e posto a 15 metri di altezza, per un totale di 25 metri.
Secondo l'esperimento, se il serbatoio è completamente pieno, cioè se y_1=25 m, la velocità di uscita dal serbatoio è pari a 13,98 m/s, mentre quella di arrivo sul pavimento è pari a 22,1 m/s.

Verifichiamolo attraverso la formula $v_2 = \sqrt{2gy_1}$:

- $v_2 = \sqrt{2 \times 9{,}8\frac{m}{s} \times (25-15)m} = 14\frac{m}{s} \approx 13{,}98\frac{m}{s}$
- $v_2' = \sqrt{2 \times 9{,}8\frac{m}{s} \times 25m} = 22{,}13\frac{m}{s} \approx 22{,}1\frac{m}{s}$

Zizzania Carmela

T1 : Termodinamica, temperatura e calore

Consegna 23/03/2020

1. *Una massa di acqua di 20 g a temperatura iniziale T=20 °C viene fatta congelare fino a portarla temperatura T_1 = -20 °C. Sapendo che il processo avviene a pressione atmosferica determinare la quantità di calore che deve essere sottratta per realizzare il processo (c_{H2O} = 4,2 J/g K, $c_{ghiaccio}$= 2,1 J/g K, Calore latente di fusione L_F = 335 J/g)*

<u>Dati:</u>

m_{H2O}= 20g	c_{H2O}= 4,2 J/g°K
T= 20°C	$c_{ghiaccio}$= 2,1 J/g°K
T_1= -20°C	λ_F = 335 J/g

a) Per far sì che l'acqua liquida congeli, si deve portare prima ad una temperatura di 0°C:

T_i = 20°C = 293,15 K
T_f = 0°C = 273,15 K

$$Q_1 = m\, c_{H2O}\, \Delta T = 20g \times 4{,}2 \frac{J}{g\,K} \times 20K = 1680J$$

b) Dopodiché avviene il passaggio di fase da liquido a solido, cioè da acqua a ghiaccio:

$$Q_2 = m\, \lambda_F = 20g \times 335 \frac{J}{g} = 6700J$$

c) Infine dalla temperatura di 0°C si deve arrivare a quella di -20°C:

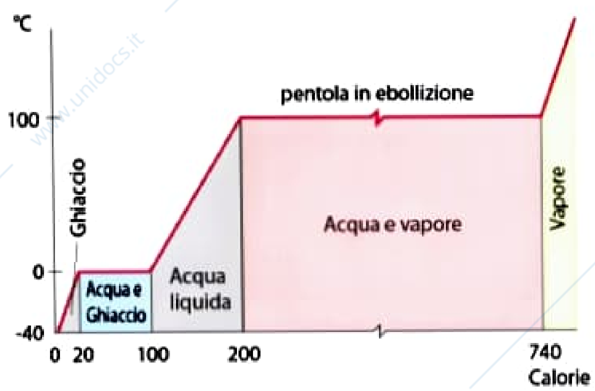
T_i = 273,15 K
T_f = 253,15 K

$$Q_3 = m\, c_{ghiaccio}\, \Delta T = 20g \times 2{,}1 \frac{J}{g\,K} \times 20K = 840J$$

Quindi il calore che deve essere sottratto è : $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 9220J$

2. *Si dica se un assorbimento di calore da parte di un sistema termodinamico implichi necessariamente un aumento della sua temperatura. Si giustifichi la risposta e si porti un esempio.*

L'assorbimento di calore da parte di un sistema termodinamico non implica necessariamente l'aumento della sua temperatura e, in questo caso, si parla di "trasformazioni isoterme", ovvero trasformazioni che avvengono a temperatura costante.
Questo succede, ad esempio, nelle trasformazioni che comportano un cambiamento di fase, in cui non si può applicare la relazione che esiste tra calore e temperatura ($Q = m\,c\,\Delta T$), quindi il calore scambiato si calcola tramite $Q = \lambda\, m$, dove λ è detto "calore latente" e assume valori specifici e fissati per ogni trasformazione.



L'esempio più semplice e immediato è quello dell'acqua, che congela a 0°C ed evapora a 100°C.

Come possiamo vedere dal grafico, in questi due valori la temperatura resta costante.

3. *In un contenitore contenente 2 litri di acqua (calore specifico 4187 J/Kg°C) alla temperatura di 10°C viene immerso un blocco di alluminio di massa 0.5Kg (calore specifico 896 J/Kg°C) alla temperatura di 100°C. Calcolare la temperatura raggiunta dall'acqua e dal blocco all'equilibrio.*

<u>Dati:</u>

m_{H2O}= 2l = 2Kg	**M_{Al} = 0,5Kg**
T_{H2O}= 10°C	c_{Al}= 896 J/Kg°C
c_{H2O}= 4187 J/Kg°C	T_{Al} = 100°C

Vediamo che $T_{H2O} < T_{eq} < T_{Al}$. Dopo il contatto termico, invece, avremo $T_{H2O} = T_{eq} = T_{Al}$.

<u>Svolgimento:</u> $m_{H20}c_{H20}(T_{eq} - T_{H20}) + m_{Al}c_{Al}(T_{eq} - T_{Al}) = 0$

$$\Rightarrow \quad m_{H20}c_{H20}T_{eq} - m_{H20}c_{H20}T_{H20} + m_{Al}c_{Al}T_{eq} - m_{Al}c_{Al}T_{Al} = 0$$

$$\Rightarrow \quad T_{eq}(m_{H20}c_{H20} + m_{Al}c_{Al}) = m_{H20}c_{H20}T_{H20} + m_{Al}c_{Al}T_{Al}$$

$$\Rightarrow \quad T_{eq} = \frac{m_{H20}c_{H20}T_{H20} + m_{Al}c_{Al}T_{Al}}{m_{H20}c_{H20} + m_{Al}c_{Al}} =$$

$$= \frac{2Kg \times 4187\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{Kg\,°C}} \times 10°C + 0{,}5Kg \times 896\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{Kg\,°C}} \times 100°C}{2Kg \times 4187\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{Kg\,°C}} + 0{,}5Kg \times 896\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{Kg\,°C}}} = \frac{128540\,J}{8822\,\frac{J}{°C}} = 14{,}57\ °C$$