FORMULARIO MECCANICA

1) **Velocità media**: $v_{m_{1,2}} = \frac{x(t_2)-x(t_1)}{t_2-t_1} = \frac{\Delta x_{1,2}}{\Delta t_{1,2}}$

2) **Moto rettilineo uniforme**: $x(t) = vt + x_0$

3) **Incontro tra due punti materiali**: $t_i = \frac{x_2-x_1}{v_1-v_2}$ $x_i = v_1\frac{x_2-x_1}{v_1-v_2} + x_1$

4) **Velocità istantanea**: $v = \lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{x(t+\Delta t)-x(t)}{\Delta t}\right) = \frac{dx}{dt}$

5) **Moto rettilineo**: $x = x_0 + \int_0^t v(t)dt$

6) **Accelerazione media**: $a_{m_{1,2}} = \frac{v(t_2)-v(t_1)}{t_2-t_1} = \frac{\Delta v_{1,2}}{\Delta t_{1,2}}$

7) **Moto uniformemente accelerato**: $v(t) = v_0 + at$ $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

$v^2(x) = v_0^2 + 2a(x - x_0)$

8) **Accelerazione istantanea**: $a = \lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{v(t+\Delta t)-v(t)}{\Delta t}\right) = \frac{dv}{dt}$

9) **Accelerazione**: $v(t) = v_0 + \int_0^t a(t)dt$ $x = x_0 + \int_0^t [v_0 + \int_0^t a(t)dt]dt$

10) **Moto di caduta libera verso il basso**: $v(t) = v_0 - gt$ $z(t) = z_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$

$v(x) = \sqrt{v_1^2 + 2g(h - x_0)}$

11) **Moto di caduta libera verso l'alto**: $t_{max} = \frac{v_0}{g}$ $z_{max} = \frac{v_0^2}{2g}$

12) **Moto armonico**: $x(t) = A\sin(\omega t + \phi)$ $T = \frac{2\pi}{\omega}$ $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$

$v(t) = A\omega\cos(\omega t + \phi)$ $a(t) = -A\omega^2\sin(\omega t + \phi)$ $v^2(x) = v_0^2 + \omega^2(x_0^2 - x^2)$

13) **Moto smorzato esponenzialmente**: $a(t) = -kv(t)$ $v(t) = v_0 e^{-kt} = v_0 + \int_0^t a(t)dt$

$x(t) = x_0 + (1 - e^{-kt})\frac{v_0}{k} = x_0 + \int_0^t v(t)dt$

14) **Moto curvilineo**: $\boldsymbol{v} = v\boldsymbol{u}_t$ $\boldsymbol{a} = \frac{dv}{dt}\boldsymbol{u}_t + v\frac{d\boldsymbol{u}_t}{dt} = \boldsymbol{a}_t + \boldsymbol{a}_n$ $\boldsymbol{a}_n = v\frac{d\boldsymbol{u}_t}{dt} = \frac{v^2}{R}\boldsymbol{u}_n$

$\boldsymbol{a}_t = \frac{dv}{dt}\boldsymbol{u}_t$ $a = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$ $\frac{d\boldsymbol{u}_t}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{u}_t}{\Delta t}$ $|\Delta\boldsymbol{u}_t| =$

$2|\boldsymbol{u}_t(t)|\sin\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right) \cong \Delta\varphi = \frac{\Delta s}{R}$ $\left|\frac{\Delta\boldsymbol{u}_t}{\Delta t}\right| \cong \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{v}{R}$

15) **Moto parabolico:** $t_M = \frac{v_{oy}}{g} = \frac{v_0 sin\vartheta}{g}$ $v_{0x} = v_0 cos\vartheta$ $v_{0y} = v_0 sin\vartheta$ $v_x = v_{0x}$

$v_y = v_{0y} - gt$ $x = v_{0x}t = v_0 cos\vartheta t$ $y = v_{oy}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 sin\vartheta t - \frac{1}{2}gt^2$

$tg\vartheta = \frac{v_{oy}}{v_{0x}}$

Il punto in cui $v_y = 0$ è quando $t_M = \frac{v_0 sin\vartheta}{g}$ e quindi $x_M = \frac{v_0^2\, sin\vartheta\, cos\vartheta}{g}$ $y_M = \frac{1}{2}\frac{v_0^2 sin^2\vartheta}{g}$

Il punto in cui raggiunge il suolo è $y = 0$, e si ha $t_G = 2t_M$ $x_G = 2x_M$ $v_{Gx} = v_{0x}$

$v_{Gy} = -v_{0y}$

Nell'asse x si ha molto uniforme, nell'asse y si ha moto uniformemente accelerato

16) **Moto circolare:** $s = R\vartheta$ $v = R\omega$ $\omega = \frac{d\vartheta}{dt}$

$x = Rcos\vartheta$ $v_x = -vsin\vartheta$ $a_x = -R\omega^2 cos\vartheta - R\frac{d\omega}{dt}sin\vartheta$

$y = Rsin\vartheta$ $v_y = vcos\vartheta$ $a_y = -R\omega^2 sin\vartheta - R\frac{d\omega}{dt}cos\vartheta$

$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_n + \boldsymbol{a}_t$ $\boldsymbol{a}_n = \frac{v^2}{R}\boldsymbol{u}_n = R\omega^2\boldsymbol{u}_n$ $\boldsymbol{a}_t = \frac{dv}{dt}\boldsymbol{u}_t = R\frac{d\omega}{dt}\boldsymbol{u}_t$

17) **Moto circolare uniforme:** $\boldsymbol{v} = v\boldsymbol{u}_t$ $\omega = \frac{d\vartheta}{dt} costante$ $v = R\omega\ costante$

$s = R\vartheta = R\omega t$ $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_n = R\omega^2\boldsymbol{u}_n = \frac{v^2}{R}\boldsymbol{u}_n$ $T = \frac{2\pi}{\omega}$ $\vartheta(t) = \vartheta_0 + \omega_0 t$

$x = R\cos(\omega t)$ $v_x = -R\omega\sin(\omega t)$ $a_x = -R\omega^2 cos(\omega t)$

$y = R\ sin(\omega t)$ $v_y = R\omega\ cos(\omega t)$ $a_y = -R\omega^2\ sin(\omega t)$

18) **Moto circolare uniformemente accelerato:** $\omega(t) = \omega_0 + at.$ $\vartheta(t) = \vartheta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}at^2$

19) **Primo principio della dinamica**: un corpo non soggetto a forze non subisce variazioni di velocità

20) **Secondo principio della dinamica:** $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}$ sono equivalenti solo se m è costante

21) **Terzo principio della dinamica:** $\boldsymbol{F}_{BA} = -\boldsymbol{F}_{AB}$

22) **Quantità di moto:** $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$ dove $[p] = Ns = kg \cdot \frac{m}{s}$

23) **Forza differenziale della seconda legge di Newton:** $\boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}$

24) **Impulso di una forza:** $\boldsymbol{J} = \int_0^t \boldsymbol{F}dt = \Delta\boldsymbol{p}$ dove $[J] = Ns = kg \cdot \frac{m}{s}$ se m è costante risulta $\boldsymbol{J} = m\Delta\boldsymbol{v}$, se F è costante risulta $\boldsymbol{J} = \boldsymbol{F}t$, se sono entrambi costanti $\Delta v = \frac{1}{m}\boldsymbol{F}t$

25) **Teorema dell'impulso (o forma integrale della seconda legge di Newton):** $J = \Delta p$

26) **Quantità di moto durante un urto:** $\Delta\boldsymbol{p} = \boldsymbol{J} = -2mv\boldsymbol{i}$ $\boldsymbol{F}_m = \frac{1}{\Delta t}\int_0^{\Delta t} \boldsymbol{F}\, dt = \frac{1}{\Delta t}\boldsymbol{J} = -\frac{2mv}{\Delta t}\boldsymbol{i}$

27) **Componenti della forza:** $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_t + \boldsymbol{F}_n$

$\boldsymbol{F}_n = -m\omega^2\boldsymbol{r} = m\frac{v^2}{R}\boldsymbol{u}_n$ componente normale, contribuisce alla variazione della direzione della velocità

$\boldsymbol{F}_t = mR\frac{d\omega}{dt}\boldsymbol{u}_t = m\frac{dv}{dt}\boldsymbol{u}_t$ componente tangenziale, contribuisce alla variazione del modulo della velocità

28) **Forza peso:** $\boldsymbol{F}_p = m\boldsymbol{g}$

29) **Contatto con superficie liscia nel piano inclinato:** $\boldsymbol{F}_p + \boldsymbol{N} = \boldsymbol{R} = m\boldsymbol{a}$ $\boldsymbol{N} = m \cdot g \cdot cos\alpha$

$\boldsymbol{R} = m \cdot g \cdot sin\alpha$ $a = g \cdot sin\alpha$

30) **Corpo sospeso con un filo in condizioni statiche:** $\boldsymbol{F}_p + \boldsymbol{T} = 0$

31) **Corpo sospeso con un filo in condizioni dinamiche:** $\boldsymbol{F}_p + \boldsymbol{T} = m\boldsymbol{a}$

32) **Contatto con superficie liscia in condizioni dinamiche:** $\boldsymbol{F}_p + \boldsymbol{N} + \boldsymbol{F}_t \neq 0$ $\boldsymbol{N} = -\boldsymbol{F}_p$

$\boldsymbol{F}_t = m\boldsymbol{a}$

33) **Forza di attrito in condizioni statiche:** $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{N} + \boldsymbol{A}$ $\boldsymbol{A} = -\boldsymbol{F}_t$ componente tangenziale

$\boldsymbol{N} = -\boldsymbol{F}_p$ componente normale $\boldsymbol{F}_p + \boldsymbol{F}_t + \boldsymbol{S} = 0$

$A \leq \mu_s N$ dove μ_s è il coefficiente di attrito statico $\frac{A}{N} = tan\varphi$ $tan\varphi \leq \mu_s$ $\varphi \leq \varphi_s$

dove $\varphi_s = arctan\mu_s$ angolo di attrito statico; quando $A > \mu_s N$ il corpo si inizia a muovere

34) **Forza di attrito in condizioni statiche su una superficie inclinata:** $\boldsymbol{F}_p + \boldsymbol{S} = 0$ $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{N} + \boldsymbol{A}$

35) **Forza di attrito in condizioni dinamiche:** $\boldsymbol{F}_p + \boldsymbol{F}_t + \boldsymbol{S} = \boldsymbol{R} = m\boldsymbol{a}$

$F_a = \mu_d N$ dove μ_d è il coefficiente di attrito dinamico $\frac{F_a}{N} = tan\varphi_d = \mu_d$ $\varphi_d = arctan\mu_d$ angolo di attrito dinamico

36) **Forza di attrito in condizioni dinamiche su un piano inclinato**: $\boldsymbol{F}_p + \boldsymbol{S} = \boldsymbol{R} = m\boldsymbol{a}$

$N = m\ g\ cos\alpha$ $F_a = \mu_d N = \mu_d m\ g\ cos\alpha$ $R = m\ g\ sin\alpha - \mu_d m\ g\ cos\alpha$

$a = g(sin\alpha - \mu_d\ cos\alpha)$

Se il corpo sta salendo: $R = m\ g\ sin\alpha + \mu_d m\ g\ cos\alpha$ $a = g(sin\alpha + \mu_d\ cos\alpha)$

37) **Forza elastica**: $\boldsymbol{F}_e = -kx\boldsymbol{i}$ dove k è la costante di rigidezza dell'elemento elastico $\left[\frac{N}{m}\right]$ $x = l - l_0 = Asin(\omega t + \varphi)$ $\boldsymbol{F}_e = m\boldsymbol{a} \Rightarrow m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$ $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$ periodo: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ frequenza: $f = \frac{1}{t} = \frac{\omega}{2\pi}$pulsazione: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$x(0) = x_0 = A\ sin\varphi$

38) **Pendolo semplice**: $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{F}_p + \boldsymbol{T}_f$;

in equilibrio statico $R = 0$ $\vartheta = 0$;

non in equilibrio $R = m\boldsymbol{a}$, dove $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_n + \boldsymbol{a}_t$ $a_t = -gsin\vartheta$ $R_n = T_f - mgcos\vartheta$

$R_t = -mgsin\vartheta$ $L\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = -gsin\vartheta$ $m\frac{v^2}{L} = T_f - mgcos\vartheta$

per le piccole oscillazioni ($\vartheta_{max} = 7{,}10°$): $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ $\vartheta = \vartheta_0 \sin(\omega t + \varphi)$

$s = L\vartheta_0 \sin(\omega t + \varphi)$ $v = \frac{ds}{dt} = L\omega\vartheta_0 \cos(\omega t + \varphi)$ $\Omega = \frac{d\vartheta}{dt} = \omega\vartheta_0 \cos(\omega t + \varphi)$

$T_f = m\frac{v^2}{L} + mgcos\vartheta$

39) **Lavoro**: $W = \int_A^B \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{s}$ $dW = F \cdot ds \cdot cos\vartheta = F_t ds$ $F_t = ma_t = m\frac{dv}{dt}$

40) **Potenza**: $P = \frac{dW}{dt} = \boldsymbol{F} \cdot \frac{ds}{dt} = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{v}$

41) **Energia cinetica**: $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ $W = \Delta E_k$