-ESERCIZIO 1

Esercizio 1

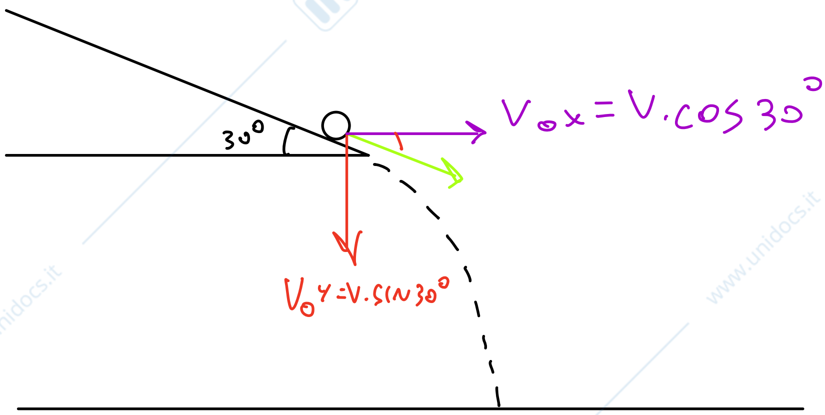
Il tetto di una casa fa un angolo di 30° rispetto al piano orizzontale. Una palla che rotola dal tetto, arriva al bordo con una velocità di 5.00 m/s, in un punto ad altezza di 7.00 m da terra, e cade.

a) Per quanto tempo la palla rimane in aria?

b) A che distanza dalle pareti della casa atterra?

c) Quale è la velocità della palla (in modulo e direzione) appena prima di toccare terra?

16-03-2022 POLITECNICO DI TORINO



1) SCRIVIAMO LE LEGGI ORARIE

SU X $\quad x(t) = V_{0x} \cdot t$

SU Y $\quad y(t) = V_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$

DATO $V_{ox} = 5 \cdot \cos 30° = 4,33 \, m/s$

E DATO $V_{oy} = 5 \cdot \sin 30° = 2,5 \, m/s$

2) TROVIAMO t TRAMITE LA FORMULA DI y

$$y(t) = V_{oy} \cdot t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$+\frac{1}{2} g t^2 + V_{oy} \cdot t - y = 0$$

DATO $A = 4,9$ $B = 2,5$ $C = 7$

$$\frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{-2,5 \pm \sqrt{6,25 + 137,2}}{9,8} = \frac{9,48}{9,8} = 0,967 \, s$$

3) DATA LA FORMULA $x = V_{ox} \cdot t$ TROVIAMO LA DISTANZA DALLE PARETI

$$x(t) = 4,33 \cdot 0,967 = 4,19 \, m$$

4) VELOCITÁ DELLA PALLA PRIMA DI TOCCARE TERRA

DATA $V_f^2 = V_i^2 + 2ad$

$$v_f = \sqrt{v_{oy}^2 + 2gd} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_f = \sqrt{(2{,}5)^2 + 2 \cdot 9{,}8 \cdot 7} = 11{,}98\ m/s$$

ESERCIZIO 2

Esercizio 2

Un punto percorre il tratto orizzontale AB: in A ha velocità v_1 ed in B ha velocità minore di v_1 in quanto tra A e B l'accelerazione vale $a = -k*v$, con $k = 2.30\ s^{-1}$.

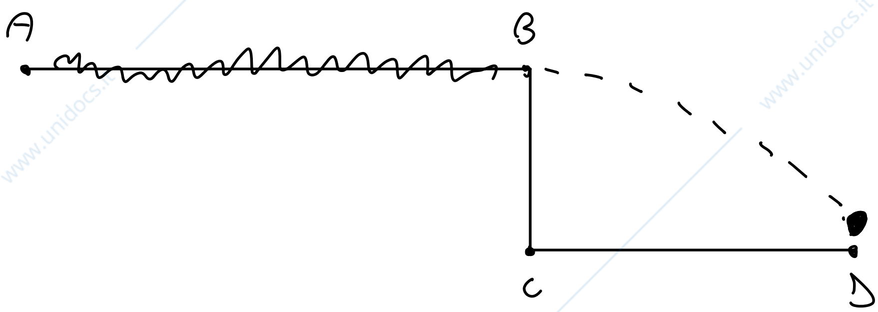
Dopo B il punto prosegue nel vuoto e tocca il suolo in D. Si ha che AB= 2.14 m, BC= 1.5 m e CD= 1.35 m.

Calcolare il valore di v_1.

DATI

$a = -k \cdot v$

$k = 2,30\ s^{-1}$



$AB = 2,14\ m$

$BC = 1,5\ m$

$CD = 1,35\ m$

DATA $a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot v$

$$-k \cdot \cancel{v} = \frac{dv}{dx} \cdot \cancel{v} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -k \int_A^B dx = \int_{v_1}^{v_2} dv \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -k(B - A) = (v_2 - v_1) \Rightarrow$$

$$v_1 = v_2 + k(B - A)$$

$$v_1 = 2{,}45 + 2{,}30(2{,}14) = 7{,}37\ m/s$$

5) TRAMITE LE LEGGI ORARIE

$x(t) = V_2 \cdot t$

$y(t) = \frac{1}{2} g t^2$

TROVIAMO t

DATO

$\frac{1}{2} g t^2 = y \Rightarrow$

$t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}5}{9{,}8}} = 0{,}55\,s$

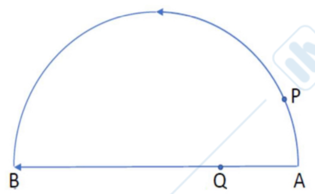
$V_2 = \frac{x}{t} = \frac{1{,}35}{0{,}55} = 2{,}45\ m/s$

QUANDO $a = -k \cdot v$ ALLORA $a = \frac{dv}{dx} \cdot v$

- ESERCIZIO 3

Esercizio 3

Due particelle, una indicata con P e l'altra con Q, si muovono rispettivamente la prima sulla semicirconferenza AB, la seconda sul diametro AB= 8.00 m, come indicato in figura:



Sapendo che le 2 particelle partono da ferme nello stesso istante dal punto A e che l'angolo θ percorso dalla particella P varia col tempo secondo la seguente legge: $\theta(t)= 2*t^2 + 3*t$

a) Determinare l'accelerazione costante della particella Q, affinché giunga in B nello stesso istante in cui vi giunge la particella P

b) Trovare inoltre la velocità angolare (ω) e tangenziale (v) di P nel punto B.

16-03-2022 POLITECNICO DI TORINO

$$\vartheta(t) = 2 \cdot t^2 + 3 \cdot t$$

1) RICAVO IL TEMPO DALL'EQUAZIONE DI ϑ

DATO $2t^2 + 3 \cdot t - \vartheta = 0$ $\quad \vartheta = 3{,}142$ rad

$$\frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 2 \cdot 3{,}142}}{4} = \frac{-3 + 5{,}84}{4} = 0{,}715 \text{ s}$$

2) SCRIVIAMO LA LEGGE ORARIA DEL MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO

$$x(t) = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$$

DATA $v_0 = 0$

$$x(t) = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow a = \frac{2x}{t^2} = \frac{16}{(0{,}71)^2} = 31{,}74 \ m/s$$

3) RICAVIAMO ω

DATA $\omega = \frac{dv}{dt}$ E DATA $v = 2 \cdot t^2 + 3 \cdot t$

$$\omega = \frac{d(2t^2 + 3 \cdot t)}{dt} = 4t + 3$$

$V_T = \omega \cdot r$ DATO $r = 4$

$$V_T = (4t + 3) \cdot 4 = (4 \cdot 0{,}71 + 3) \cdot 4 = 23{,}36 \ m/s$$

-ESERCIZIO 4

Esercizio 4

Un punto materiale P si muove lungo un'orbita circolare di raggio R= 0.20 m e velocità angolare iniziale ω_o= 15 rad/s. Sapendo che:

$\alpha_1(t)$= - 0.1 * t rad/s^2 nell'intervallo $0 < t < t_1$ (t_1= 16.00 s)

$\alpha_2(t)$= - 1.6 rad/s^2 nell'intervallo $t > t_1$, cioè fino a quando il punto si ferma.

Determinare:

a) |a| all'istante t_1

b) in quale istante si ferma il punto (t_2)

16-03-2022 POLITECNICO DI TORINO

1) CALCOLIAMO IL MODULO DI a ALL'ISTANTE t_1

$$|\alpha| = -0,1 \cdot 16 = -1,6 \ rad/s^2$$

$$|a| = \alpha \cdot r = -1,6 \cdot 0,2 = -0,32 \ m/s^2$$

2) CALCOLIAMO $\omega(t)$

DATA $\alpha = \dfrac{d\omega}{dt} \Rightarrow$

$$\int_{t_0}^{t_1} -0,1t = \int_{\omega_0}^{\omega} d\omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -0{,}1 \frac{t_1^2}{2} = \omega - \omega_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega = \omega_0 - 0{,}1 \frac{t_1^2}{2}$$

$$\omega(t_1) = 15 - \frac{0{,}1}{2} \cdot (10)^2 = 2{,}2 \text{ rad/s}$$

SAPPIAMO INOLTRE CHE $\omega(t_2) = 0$

QUINDI POSSIAMO TROVARE t_2

DATO $\alpha = \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \int_{t_1}^{t_2} 1{,}6 \, dt = \int_{\omega_1}^{\omega_2} d\omega \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1{,}6 (t_2 - t_1) = (\omega_2 - \omega_1)$$

DATO $\omega_2 = 0$

$$1{,}6 (t_2 - t_1) = -\omega_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad t_2 - t_1 = \frac{-w_1}{1,6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{-w_1}{1,6} + t_1 \Rightarrow \frac{2,2}{1,6} + 16 = 17,375$$

-ESERCIZIO 5

Esercizio 5

Un cannone è posto alla base di una collina il cui pendio forma un angolo ϕ con l'orizzontale.

Se il cannone è inclinato di un angolo α sull'orizzontale ed ha una velocità di bocca v_o, calcolare a quale distanza, misurata lungo la collina, cadrà il proiettile.

16-03-2022 POLITECNICO DI TORINO

DATO α

$$V_{0x} = V_0 \cdot \cos\alpha =$$

DATA $V = \frac{dx}{dt} \Rightarrow$

$$\frac{dx}{dt} = V_0 \cdot \cos\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} v_0 \cdot \cos\alpha \, dt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = v_0 \cos\alpha \cdot t$$

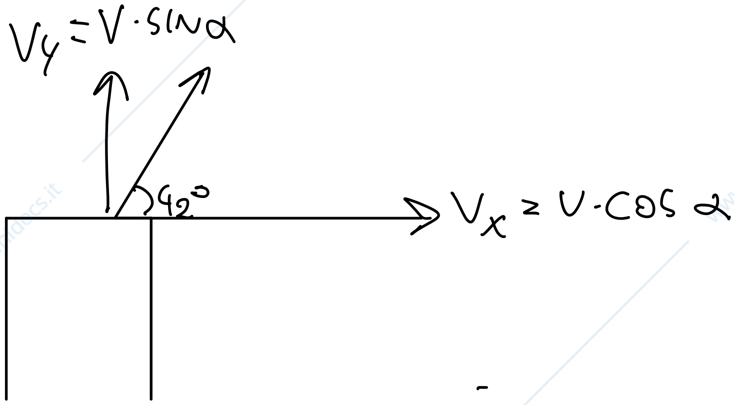
ESERCIZIO 6

Esercizio 6

Una palla è lanciata dalla cima di un edificio con una velocità iniziale di 18.0 m/s ad un angolo di 42° al di sopra dell'orizzontale.

a) Quali sono le componenti orizzontale e verticale della sua velocità iniziale?

b) Se un edificio nelle vicinanze ha la stessa altezza ed è lontano 55.0 m, a che distanza verso il basso rispetto alla cima dell'edificio la palla colpirà l'edificio vicino?



$V_{0x} = V_0 \cdot \cos\alpha = 18 \cdot \cos(42) = 13,38 \ m/s$

$V_{0y} = V_0 \cdot \sin\alpha = 18 \cdot \sin(42) = 12,04 \ m/s$

1) CALCOLIAMO IL TEMPO PER PERCORRERE 55 m ORIZZONTALI

$x = V_{ox} \cdot t$

$t = \frac{x}{V_{ox}} = \frac{55}{13,38} = 4,11 s$

2) CALCOLIAMO IL DISLIVELLO

DATO $y = V_{oy} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$

$y = 12,04 \cdot (4,11) - \frac{1}{2} 9,8 \cdot (4,11^2) \Rightarrow$

$\Rightarrow y = 49,48 - 82,77 = -33,29$ m ✓

- ESERCIZIO 7

Esercizio 7

Un punto descrive una traiettoria circolare di raggio R= 0.14 m, inizialmente con moto uniforme di velocità angolare ω_o= 0.40 rad/s. All'istante t= 0 s il moto diviene accelerato tangenzialmente con $\alpha(t)$= 0.20 * t rad/s^2

Calcolare all'istante t= 8.00 s:

a) La velocità angolare

b) Il modulo dell'accelerazione

c) L'angolo che l'accelerazione forma con la tangente alla circonferenza.

1) RICORDIAMO CHE $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

DATA $\alpha = \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \int_{t_0}^{t} \alpha \, dt = \int_{\omega_0}^{\omega} d\omega \Rightarrow$

$\Rightarrow \int_{0}^{t_1} 0{,}20\, t \, dt = \int_{0}^{\omega} d\omega \Rightarrow$

$\Rightarrow 0{,}20 \frac{t_1^2}{2} = (\omega - \omega_0) \Rightarrow \omega = 0{,}4 + 0{,}20 \cdot \frac{t_1^2}{2} = 6{,}8 \text{ rad/s}$

2) DATA $a = \alpha \cdot t$

$$a_T = 0{,}20 \cdot \cancel{b} \cdot t = 0{,}224 \ m/s^2$$

3) ANGOLO FORMATO TRA ACCELERAZIONE E TANGENTE

DATA $a_{TOT} = \sqrt{a_T^2 + a_N^2}$

$$a_{TOT} = \sqrt{(0{,}224)^2 + (\omega^2 \cdot t)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{0{,}05 + (41{,}9)} = \sqrt{41{,}96} \simeq 6{,}477 \ m/s^2$$

$$tg\,\vartheta = \frac{a_N}{a_T} = \frac{6{,}47}{0{,}224} = 28{,}9$$

$$\arctan(28{,}9) = 88°$$

- ESERCIZIO 8

Esercizio 8

Una persona vuole attraversare in fiume di lunghezza l= 20.00 m puntando in direzione normale alle sponde. La velocità di spostamento della persona relativa all'acqua è costante e pari a v_u= 3.60 km/h. Si consideri come origine del moto il punto A sulla sponda di partenza.

Se la velocità dell'acqua del fiume varia con la distanza y dalla sponda di partenza secondo la legge $v_f = \alpha_y(l-y)$ con $\alpha = 5\ 10^{-3}\ m^{-1}s^{-1}$, si determini il tempo impiegato ad attraversare il fiume e il punto di arrivo B rispetto all'origine del moto.

16-03-2022 POLITECNICO DI TORINO

1) SCRIVIAMO L'EQUAZIONE DEL MOTO DELLA PERSONA

$$x(t) = V_0 \cdot t \implies \qquad 3{,}60 \cdot \frac{1000}{3600} = 1\ m/s$$

$$t = \frac{x(t)}{V_0} = \frac{20}{1} = 20\ s$$

—ESERCIZIO 9

Esercizio 9

Una particella si muove lungo l'asse x secondo la legge:

$$x(t) = A\sin(\omega t)$$

con ampiezza A=20.00 cm e periodo T= π/2 s. Si calcoli:

a) il modulo della velocità massima;

b) il tempo da essa impiegato per spostarsi di un tratto A/2 dal centro dell'oscillazione;

c) il modulo dell'accelerazione al compimento di detto spostamento.

16-03-2022 POLITECNICO DI TORINO

1) IL MODULO DELLA VELOCITÁ

$$x(t) = A\sin(\omega t)$$

$$T = \frac{\pi}{2}$$

$$v(t) = A\omega\cos(\omega t)$$

RICAVIAMO LA PULSAZIONE

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{4\cancel{\pi}}{\cancel{\pi}} = 4\,s^{-1}$$

$$V(t) = A\omega \cos(\omega t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A \cdot (4) \cdot \cos(4 \cdot t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{MAX} = A \cdot \omega \Rightarrow 20 \cdot 4 \cdot s^{-1} = 80\ cm/s = 0{,}8\ m/s$$

---

2) IL TEMPO IMPIEGATO PER SPOSTARSI DI UN TRATTO $\frac{A}{2}$ DAL CENTRO DI OSCILLAZIONE

DATO $x(t) = \frac{A}{2}$

$$\frac{\cancel{A}}{2} = \cancel{A} \sin(\omega t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin(\omega t) = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{\arcsin\left(\frac{1}{2}\right)}{\omega} = \frac{\pi}{6\omega} = 0{,}13$$

DATO $\omega = 4$

3) DATA $x(t) = A \sin(\omega t)$

$$v(t) = \omega A \cos(\omega t)$$

$$a(t) = -\omega^2 A \sin(\omega t)$$

PER IL TEMPO t' DATO $\sin(\omega t) = \frac{1}{2}$

$$a(t) = \omega^2 \cdot A \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a(t) = \frac{16 \cdot 0{,}2}{2} = 1{,}6 \ m/s^2$$