Compito di Fisica II per Chimica 22-01-2018

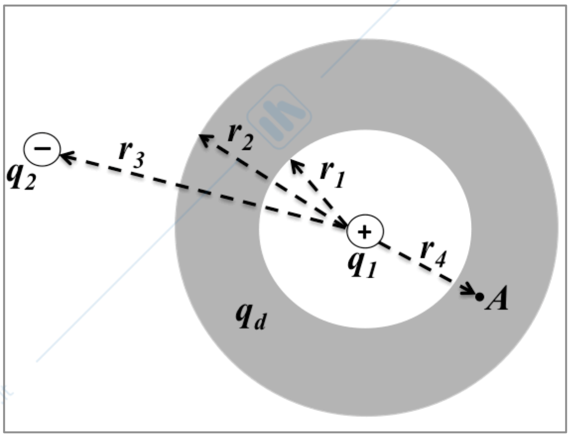
Prof. Paola LEACI

ESERCIZIO 1

Una carica puntiforme $q_1 = 37\,\text{pC}$ è circondata da una distribuzione sferica uniforme di carica positiva q_d compresa tra $r_1 = 3$ cm e $r_2 = 6$ cm. Tale regione è costituita di un materiale isolante di costante dielettrica relativa $\varepsilon_r = 4$. Questo sistema esercita una forza attrattiva di modulo $F = 3 \times 10^{-8}$ N su una carica puntiforme $q_2 = -24\,\text{pC}$ posta a distanza $r_3 = 9$ cm da q_1. Si noti l'assenza di conduttori.

Calcolare:

a) *la quantità di carica q_d distribuita uniformemente all'interno del dielettrico;*
b) *il valore del campo elettrostatico nel punto A distante $r_4 = 4.5$ cm da q_1;*
c) *il lavoro necessario per spostare q_2 fino alla superficie interna del dielettrico.*

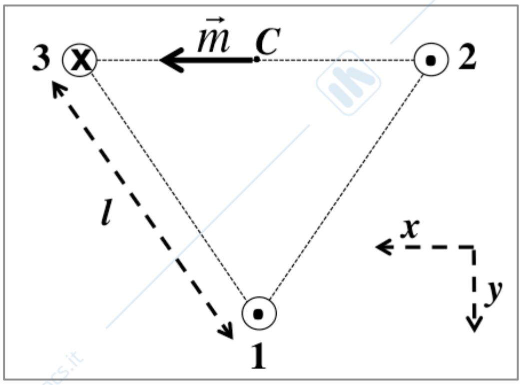


ESERCIZIO 2

Vi sono tre fili infiniti, percorsi dalla stessa corrente $i = 3$ A (nel verso rappresentato in figura), disposti ai vertici di un triangolo equilatero di lato $l = 4$ m. Nel punto mediano C tra i fili 2 e 3 si pone una spira di momento di dipolo di modulo $m = 37\,\mu\text{Am}^2$ diretto lungo l'asse x.

Calcolare:

a) *il modulo del campo magnetico nel punto C;*
b) *il modulo del momento meccanico delle forze subito dal dipolo magnetico;*
c) *l'energia potenziale del dipolo magnetico.*

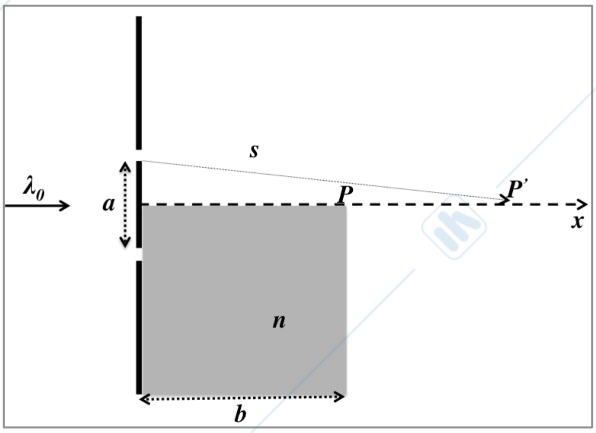


ESERCIZIO 3

Un fascio di luce monocromatica di lunghezza d'onda nel vuoto $\lambda_0 = 525$ nm incide normalmente su due fenditure di aperture trascurabile poste a distanza $a = 28\,\mu$m. Sia l'asse x normale al piano delle fenditure, con origine al centro di esse e tale da dividere lo spazio oltre le fenditure in due parti uguali (come mostrato in figura). Al di sotto dell'asse x si trova una pellicola di indice di rifrazione $n = 1.7$ e larghezza $b = 14\,\mu$m.

Calcolare sull'asse x:

a) *la differenza di fase nel punto P ($x=b$) fra le onde che attraversano le due fenditure (si supponga nulla la differenza di fase intrinseca);*
b) *l'intensità risultante della luce in P supponendo che l'intensità trasmessa da ogni fenditura in P sia $I_0 = 16 \times 10^{-3}$ W/m²;*
c) *l'ordine **m** del massimo d'interferenza in **P'** tenendo conto che la distanza tra una fenditura e **P'**, ossia **s**, è maggiore di a/2;*
d) *la posizione **x'** del massimo d'interferenza **m** determinato al punto precedente.*



SOLUZIONI

ESERCIZIO 1

a) La carica q_d si ottiene esplicitando la forza attrattiva su q_2, ossia:

$$\vec{F} = -\frac{q_2(q_1 + q_d)}{4\pi\varepsilon_0 r_3^2}\hat{r}\,;$$

$$q_d = -\frac{4\pi\varepsilon_0 r_3^2 F}{q_2} - q_1 = 1.1\,nC.$$

b) Dal teorema di Gauss si ricava che

$$\oint \vec{E}_A \cdot \vec{u}_n\, d\Sigma = E_A 4\pi r_4^2 = \frac{q_1 + q_d^{'}}{\varepsilon_r\varepsilon_0},$$

dove $q^{'}_d$ è la carica nel dielettrico contenuta nella superficie di Gauss di raggio r_4. Essa si ricava da

$$\rho = \frac{q_d}{4/3\,\pi(r_2^3 - r_1^3)} = 1.4\ \frac{\mu C}{m^3} \Rightarrow q_d^{'} = \rho\frac{4}{3}\pi(r_4^3 - r_1^3) = 0.37\,nC.$$

Pertanto

$$E_A = \frac{q_1 + q_d^{'}}{4\pi r^2\varepsilon_r\varepsilon_0} = 455.4\ \text{V/m}.$$

c) Il lavoro necessario per portare la carica q_2 dalla posizione iniziale r_3 a quella finale r_1 è dato da

$$W_{r_3 \to r_1} = -q_2(V_{r_1} - V_{r_3}) = -q_2\int_{r_1}^{r_3}\vec{E}\cdot d\vec{s} = -q_2\left(\int_{r_1}^{r_2}\vec{E}_r\cdot d\vec{s} + \int_{r_2}^{r_3}\vec{E}_t\cdot d\vec{s}\right) =$$

$$-q_2\left(\int_{r_1}^{r_2}\frac{q_1 + \rho\frac{4}{3}\pi(r^3 - r_1^3)}{4\pi r^2\varepsilon_r\varepsilon_0}dr + \int_{r_2}^{r_3}\frac{q_1 + q_d}{4\pi r^2\varepsilon_0}dr\right) =$$

$$= -\frac{q_2}{\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_r}\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} + \frac{\rho}{6\varepsilon_r}(r_2^2 - r_1^2) + \frac{\rho}{3\varepsilon_r}\frac{r_1^2}{r_2}(r_2 - r_1) + \frac{q_1 + q_d}{4\pi}\frac{r_3 - r_2}{r_2 r_3}\right) = 2\cdot 10^{-9}\,J.$$

ESERCIZIO 2

a) Per il principio di sovrapposizione, il campo magnetico totale nel punto ***C*** è dato dai contributi di ognuno dei tre fili:

$$\vec{B}_t(C) = \vec{B}_1(C) + \vec{B}_2(C) + \vec{B}_3(C)\,,$$

con

$$\vec{B}_1(C) = \frac{\mu_0\, i}{2\pi}\frac{2}{l\sqrt{3}}\,\hat{x}\,,$$

$$\vec{B}_2(C) = \vec{B}_3(C) = \frac{\mu_0\, i}{2\pi}\frac{2}{l}\,\hat{y}.$$

Pertanto, il modulo del campo magnetico totale nel punto ***C*** è

$$|\vec{B}_t(C)| = \sqrt{B_1^2 + (B_2 + B_3)^2} = 0.62\,\mu\text{T}.$$

b) Il momento meccanico subito dal dipolo magnetico è

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B} = m\,\hat{x} \times [B_1(C)\,\hat{x} + (B_2(C) + B_3(C))\,\hat{y}] = m\;(B_2(C) + B_3(C))\,\hat{z}\,,$$

quindi il suo modulo è

$$M = m\;(B_2(C) + B_3(C)) = 2.2 \cdot 10^{-11}\,\text{N m}.$$

c) L'energia potenziale del dipolo magnetico è data da

$$U = -\vec{m} \cdot \vec{B} = -m\,B_1(C) = -6.4 \cdot 10^{-12}\,\text{J}.$$

ESERCIZIO 3

a) Indicando con $\boldsymbol{r_1}$ e $\boldsymbol{r_2}$ la distanza della prima e seconda fenditura dal punto ***P***, rispettivamente, si ha che la differenza di fase delle onde in ***P*** (trascurando quella intrinseca) risulta pari a

$$\delta = k_n r_2 - k_0 r_1 = \frac{2\pi}{\lambda_n} r_2 - \frac{2\pi}{\lambda_0} r_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n\,r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n-1)\sqrt{b^2 + \frac{a^2}{4}} = 165.87\,\text{rad},$$

essendo la lunghezza d'onda nel mezzo $\boldsymbol{\lambda_n}$ e nel vuoto $\boldsymbol{\lambda_0}$ legate dalla relazione

$\lambda_n = \lambda_0 / n$

ed essendo

$$r_1 = r_2 = \sqrt{b^2 + \frac{a^2}{4}}.$$

b) L'intensità totale della luce in ***P***, risultante dall'interferenza dalle due fenditure, è pari a

$$I_P = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2} = 6.23 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{W/m^2}.$$

c) La condizione per avere un massimo d'interefenza in ***P'*** è che la differenza di fase tra le onde emesse dalle due fenditure sia un multiplo intero di 2π:

$$\delta' = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n-1)\,s = 2m\pi \quad => s = \frac{m\lambda_0}{n-1}.$$

Imponendo che *s* sia maggiore di *a*/2 possiamo ricavare l'ordine del massimo d'interferenza:

$$s = \frac{m\lambda_0}{n-1} > \frac{a}{2} \quad => m > \frac{a(n-1)}{2\lambda_0} = 18.66,$$

quindi il primo massimo d'interefenza in ***P'*** che soddisfa quanto richiesto alla domanda ***c)*** è quello di ordine ***m* = 19**.

d) La posizione ***x'*** del massimo d'interferenza ***m* = 19** è dato da

$$x' = \sqrt{s^2 - \frac{a^2}{4}} = 2.66 \cdot 10^{-6}\ \mu\mathrm{m},$$

essendo

$$s = \frac{19\,\lambda_0}{n-1}.$$