Compito di Fisica II per Chimica 19-02-2018

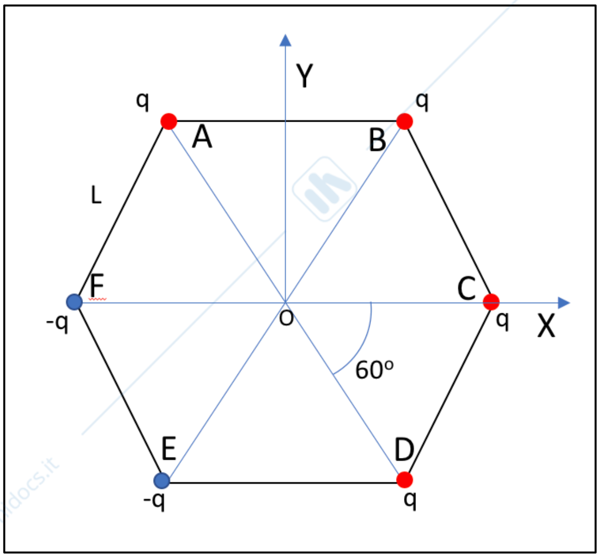
Prof. Paola LEACI e Prof. Piero RAPAGNANI

ESERCIZIO 1

Sei cariche puntiformi sono disposte ai vertici di un esagono regolare. Le cariche hanno, in modulo, lo stesso valore **q = 10^{-3} C** e segno diverso secondo la disposizione mostrata in figura. Sapendo che il lato dell'esagono vale **L = 1 m**, *calcolare:*

a) *quanto vale, in direzione, modulo e verso, il campo elettrico **E** nel centro dell'esagono;*
b) *l'energia potenziale elettrostatica totale del sistema di cariche;*

ε_o = 8.85 10^{-12} $C^2/(Nm^2)$.

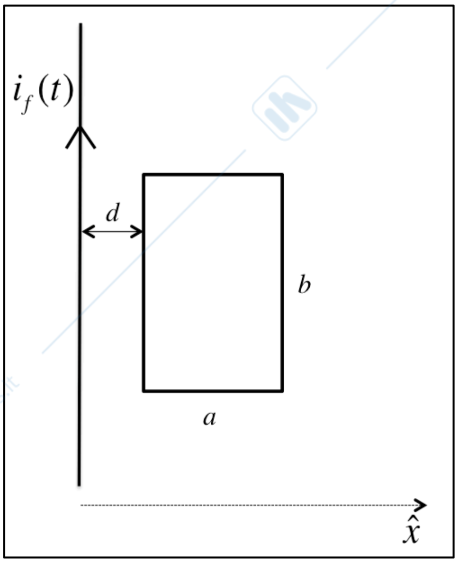


ESERCIZIO 2

Un filo rettilineo indefinito, percorso dalla corrente $i_f(t) = I_o e^{-t/2T}$, con I_o **= 3 A** *e* T **= 6 s**, si trova nello stesso piano di una spira rettangolare di lati a **= 4 cm** e b **= 8 cm** e dista d **= 1.8 cm** dal lato della spira più vicino ad esso (si veda la figura). La resistenza di cui è dotata la spira è pari a R **= 3 Ω**.

Calcolare:

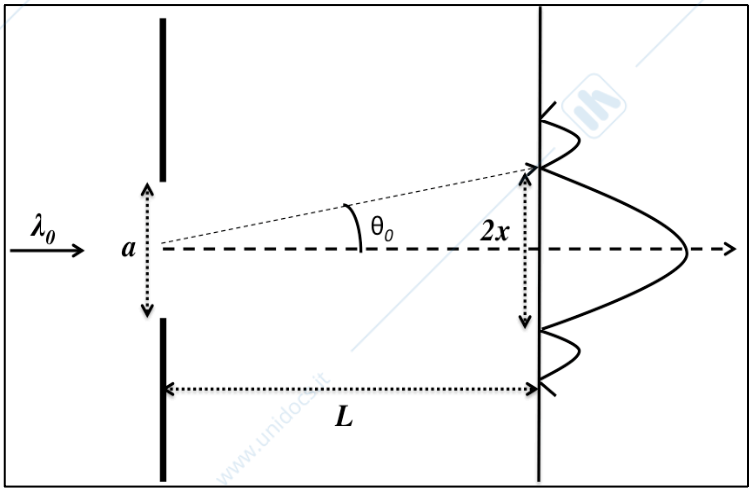
a) *la forza elettromotrice (in funzione del tempo t) indotta nella spira;*
b) *la carica totale che fluisce nella spira nell'intervallo temporale che va da zero ad infinito.*



ESERCIZIO 3

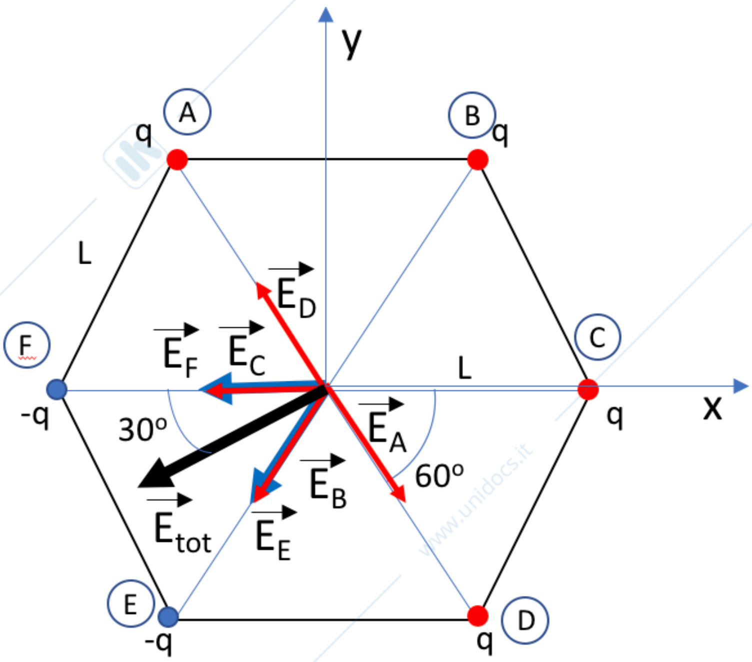
Un'onda luminosa monocromatica, di lunghezza d'onda λ_0 **= 544 nm,** attraversando una fenditura di larghezza a produce il massimo centrale di diffrazione, largo **$2x$= 7cm**, osservabile sullo schermo posto in figura a distanza L **= 3m** dalla fenditura.

Se la radiazione incidente ha invece una lunghezza d'onda λ_1 = 706 nm, qual è la larghezza del massimo di diffrazione osservata sullo schermo?



SOLUZIONI

ESERCIZIO 1



a) Identifichiamo le cariche mediante la numerazione indicata in figura. Il campo elettrico nel centro dell'esagono è dato dalla somma vettoriale dei singoli campi elettrici generati da ciascuna carica in quel punto. Questi campi elettrici sono tutti uguali in modulo e diretti come mostrato in figura: è evidente che i campi generati dalle cariche 1 e 4 si annullano tra loro, mentre i campi generati dalle altre cariche si sommano in modo da dare un campo risultante inclinato di 30° rispetto all'asse negativo delle x.
Il modulo del campo elettrico generato da ciascuna carica è:

$$\mathbf{E_q = (1/4\pi\varepsilon_o)\, q/L^2 = 8.99\ 10^6\ V/m.}$$

Le 4 componenti che si sommano sono quelle lungo la direzione inclinata di 30° rispetto all'asse delle x negativo, per cui si ha:

$$\mathbf{E_{tot} = 4\ E_q \cos(30°) = 4\ \sqrt{3}/2\ E_q = 2\sqrt{3}\ E_q = 3.11\ 10^7\ V/m.}$$

b) L'energia potenziale elettrostatica del sistema è data da:

$$U_e = \frac{1}{2}\sum_{i\neq j}\frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_o r_{ij}},$$

dove il fattore ½ indica che bisogna contare ciascuna coppia di indici *ij* una volta sola.
Per cui si ha:
$$\mathbf{Ue = (1/4\pi\varepsilon_o)(q^2/L)(3/2-2/\sqrt{3}) = 3.1\ 10^3\ J.}$$

ESERCIZIO 2

a) La corrente variabile che scorre nel filo genera un campo magnetico variabile di modulo dato dalla legge di Bio-Savart:

$$|\vec{B}(t)| = \mu_0 \frac{i_f(t)}{2\pi x},$$

dove x è la distanza del filo dai punti della spira e varia tra d e $d+a$.
Pertanto, il flusso del campo magnetico attraverso la superficie della spira è dato da:

$$\Phi(\vec{B}) = \int \vec{B} \cdot \vec{u}_n d\Sigma = \int_d^{d+a} \mu_0 \frac{i_f(t)}{2\pi x} \, b \, dx = \mu_0 \frac{i_f(t)}{2\pi} b \ln\left(\frac{d+a}{d}\right).$$

Per la legge di Faraday-Neumann-Lenz, la forza elettromotrice indotta nella spira è quindi

$$\xi(t) = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = \frac{\mu_0 b}{2\pi} \ln\left(\frac{d+a}{d}\right) I_0 \frac{e^{-\frac{t}{2T}}}{2T} = 4.7 \times 10^{-9} e^{-\frac{t}{12s}} V.$$

b) La carica indotta nella spira la si può ricavare dalla corrente indotta che fluisce in essa:

$$Q_s = \int_0^\infty i_s(t)\, dt = \int_0^\infty \frac{\xi(t)}{R}\, dt = \frac{4.7 \times 10^{-9} V}{R} \int_0^\infty e^{-\frac{t}{12s}}\, dt = 1.8 \times 10^{-8} C,$$

essendo $\boldsymbol{i_s(t)}$ la corrente indotta nella spira.

ESERCIZIO 3

La larghezza del massimo di diffrazione sullo schermo è la distanza osservabile fra due minimi adiacenti al massimo centrale. Da queste considerazioni si ricava quindi che

$$x = L \tan\theta_0 \Rightarrow \theta_0 = \arctan\frac{x}{L} \sim 0.0116 \text{ rad}.$$

Sappiamo inoltre che il primo minimo della figura di diffrazione è visto dalla fenditura sotto un angolo tale che

$$\sin\theta_0 = \frac{\lambda_0}{a} \Rightarrow a = \frac{\lambda_0}{\sin\theta_0} = 4.6 \times 10^{-5} m.$$

Per l'onda con lunghezza d'onda $\boldsymbol{\lambda_1}$ si ha quindi:

$$\theta_1 = \arcsin\frac{\lambda_1}{a} = 0.015 \text{ rad}.$$

Pertanto, la larghezza del massimo di diffrazione è pari a

$$2x_1 = 2L \tan\theta_1 = 0.09 m.$$