FISICA

Sistema di riferimento cartesiano dove utilizziamo tre assi perpendicolari tra di loro x, y e z a cui associamo un unità di misura e definiamo l'origine del sistema di riferimento
A ogni punto nel piano sono associate 3 coordinate (x_i, y_i, z_i)
Il **moto** è l'evoluzione temporale delle 3 coordinate del punto
Per descrivere il moto di un corpo necessitiamo di due unità di misura: metro e secondo
Qualsiasi lista di numeri costruita attraverso un sistema di riferimento può essere associata a un vettore che ha origine nel centro del sistema di riferimento $R_i(t) = x_i(t), y_i(t), z_i(t)$ dove i, j e k sono i tre vettori che per convenzione dall'origine raggiungono l'unità 1 rispettivamente sui 3 assi
Descrivere un moto vuol dire fare la derivata nel tempo di una funzione
Y = f(x)
dy/dx = df(x) / dx
derivata del vettore posizione: $dR_i(t) / dt$ = velocità (m/s) = $dx_i(t)/dt\ i + dy_i(t)/dt\ j + dz_i(t)/dt\ k = v_ix(t)\ i + v_iy(t)\ j + v_iz(t)\ k$
$a_i(t) = dv_i(t)/dt$ = accelerazione = $d^2\ R_i(t)/dt^2$
accelerazione (m/s^2) = cambiamento di velocità generato da una forza
tutte le forza che agiscono su un corpo generano un accelerazione inversamente proporzionale alla massa del corpo stesso
$\sum F = m*a(t)$ **seconda legge di Newton:** la somma delle forze agenti su un corpo ne causa un'accelerazione inversamente proporzionale alla massa
forza (N) = kg m/s^2
m*a = m*axi + m*ayj + m*azk
prima legge di Newton: un corpo non soggetto a forze o soggetto ad una forza totale nulla permane nel suo stato di moto
se non ci sono forze o se la somma delle forze è uguale a 0 → accelerazione = 0 → dv(t)/dt = 0 → v = costante → il moto cambia in maniera lineare nel tempo
le forze che causano cambiamenti di moto si dividono in due tipi:

- Forze di contatto
- Forze di campo

Esercizio

Dato un sistema di riferimento e un corpo di massa 5 kg, la sua funzione posizione R(t)= 5i – 9.8j + sen(t)k
Scrivere il vettore velocità, accelerazione e somma
v(t) = 0 i – 9.8 j + cos(t) k
a(t) = 0 i + 0 j – sen(t) k
F_{tot} = 5 *a(t) = 0i + 0j -5sen(t) k

Terza legge di Newton: ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria
abbiamo due corpi 1 e 2 e il corpo 2 subisce una forza dal corpo 1 allora il corpo 1 subisce una forza uguale in modulo e direzione ma di verso opposto dal corpo 2
Le forze sono sempre l'effetto di un corpo su un altro corpo
L'effetto è il cambiamento di moto
Somma di vettori:
F_1 (3, 5, -1) N
F_2 (-1, -2, -3) N
F_3 (0, 0, 4) N
$\sum F$ = 2i + 3j + 0k N
a(t) = F_{tot} / m = 2/m i + 3/m j
$dv_x(t)/dt = 2/m$
$\int_0^t (dv_x(t)/dt)\ dt = \int_0^t 2/m\ dt = 2/m\ t$
$v_x(t) = 2/m\ t + c = a_x(t) + v_x(0)$
$v_y(t) = 3/m\ t + v_y(0) = ay(t) + v_y(0)$
$v_z(t) = 0t + v_z(0)$

$v = at + v_0$
$dR(t)/dt = v(t)$
$dx(t)/dt = 2/m\ t + v_x(0) = ½\ 2/m\ t^2 + vx_0t + x_0$
$\mathbf{R(t) = ½\ at^2 + v_0t + R_0}$

Se $\sum F$ = costante $\neq 0$
$R(t) = ½\ at^2 + v_0t + R_0$
$v = at + v_0$
$a = F_{tot} / m$

Se $\sum F = 0$
$R(t) = v_0t + R_0$
$v = v_0$
$a = 0$

Esercizi

1. $m = 10$ kg
$F = 5i$ N
$t = 1$ min $= 60$ s
$R_0 = (0, 0, 0)$ m
$v(t=60s)$?
$R(t=60s)$?

$a = f/m = 5/10\ i$
$v = 5/10 * t\ i$
$R = (½\ 5/10\ t^2)\ i$
$v(t=60s) = 30$ m/s i
$R(t=60s) = 900$ m i
$v(t=120s) = 30$ m/s i
$R(t=120s) = 30(t-t_1) + R(t=60s) = 1800 + 900 + 2700$ m

Nel tempo che va da 1 minuto a 2 minuti il corpo rallenta e al tempo t=120s l'osservazione sperimentale è che $v(120s) = 0$
$v = at + v_0$
$0 = a*60 + 30$
$a = -30/60\ i\ m/s^2$
$\sum F/m = a = -½\ m/s^2$
$\sum F = -5N\ i$

2. $m_1 = 66$ kg
$F_{2,1} = 2i$ N
$m_2 = 0,1$ kg
$F_{1,2}$?
$F_{1,2} = -F_{2,1} = -2i$ N
$t = 0,1$ s
$a_1 = F_{1,2}/ m_1 = -2/66\ i\ m/s^2 \cong 0,03\ m/s^2\ i$
$a_2 = F_{2,1}/ m_2 = 2/0,1\ i\ m/s^2 \cong 20\ m/s^2\ i$

3. $m = 2$ kg
$R = (0, 0, 0)$
$F_1 = -9.8\ j$ N
$F_2 = 4i$ N $+ 5j$ N

$v_0 = 0i + 20\,j$
scrivere le leggi orarie
R(t=20s)?
v(t=20s)?
y (altezza dal suolo) massima?

$v_x(t) = a_x t + v_{x0} = f_x/m\ t = 2t$
$v_y(t) = a_y t + v_{y0} = -2,4t + 20$
$x(t) = ½\, at^2 + v_{x0}t + x_0 = t^2$
$y(t) = ½\, a_y t^2 + v_{y0}t + y_0 = -1,2t^2 + 20t$
$a = 4i – 4.8j$ N / 2 kg = $2i - 2,4j$ m/s^2
$v(20) = (2i - 2,4j)*20 + 20\,j = 40i - 28j$ m/s
$R(t) = ½\,(2i - 2,4j)*(20)^2 + 20j*20 = 400i - 480j + 400j = 400i - 80j$ m

- Y max: $v_y(t) = 0$ m/s

$-2,4t + 20 = 0$
t = 20/24 s
R (20/24) = $t^2 i + (-12t^2 + 20t)j = 69,4i + 83,3j$ m (quota massima)

- $x(t) = t^2$

$y(t) = -1,2t^2 + 20t$
$t = \sqrt{x}$
$y(x) = -1,2\,x + 20\sqrt{x}$ (funzione **traiettoria** = una coordinata rispetto all'altra)
$dy/dx = -1,2 + 10/\sqrt{x} = 0$
x = 69,4 m
y = 83,3 m

Le leggi di Newton permettono di predire e studiare eventuali discrepanze con queste previsioni rispetto al moto di corpi puntiformi; queste leggi permettono di descrivere sia il moto di un corpo sulla terra sia delle stelle. Keplero aveva descritto matematicamente la traiettoria di alcuni corpi celesti nel tempo attraverso la funzione ellisse dove il sole è uno dei due fuochi. Newton utilizza le equazioni del moto per trovare la forza che genera le traiettorie descritte dalle equazioni di Keplero.
$F = -G\,(m_1*m_2/|R^2|)(R/|R|)$
$F_{2,1} = G\,(m_1*m_2/r^2)\,r\hat{}_{1,2} = m_2\, g(r)$
$g(r) = G\,(m_1/r^2)\,r\hat{}$
la velocità con cui questo campo si muove nello spazio è la velocità della luce

Esercizi

1. $m_{terra} = 5,97 * 10^{24}$ kg

$r_{terra} = 6,37 * 10^6$ m
$G = 6,67 * 10^{-11}$ N*m^2/kg^2
$m_2 = 70$ kg
$F_G = (6,67 * 70 * 5,97) / 6,37^2 = 686,9$ N
Se $r_{terra} = 6,37 * 10^6 + 10$ m, la forza a questo livello di precisione non cambia
$F = m*a = G(m_T*m_1/r_T + 10)^2$
$a = G\, m_T/r^2 = g(r)$
$g_{terra} = 9,81$ m/s^2

forza normale
N + Fg = 0
Fg = m*g
$N + Fg_{\perp} = 0$
$|N| = |Fg|\cos\alpha = mg\cos\alpha$

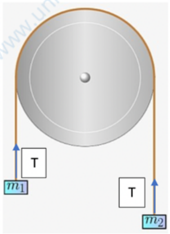
2. $m = 1$ kg
$v = 20$ m/s
$\alpha = 45°$
dove cade, velocità di impatto, equazione traiettoria e h massima?

$V_{x0} = v_0 \cos 45°$
$v_{y0} = v_0 \text{ sen } 45°$
$v_0 = 10\sqrt{2}\, i + 10\sqrt{2}\, j$ m/s
$v_x(t) = v_{x0} = 10\sqrt{2}$ m/s
$v_y(t) = a_y t + 10\sqrt{2} = -gt + 10\sqrt{2}$ m/s
$x(t) = v_{x0}t = 10\sqrt{2}t$ m
$y(t) = 1/2 a_y t^2 + v_{y0}t = -\frac{1}{2} gt^2 + 10\sqrt{2}t$ m
$-gt + 10\sqrt{2} = 0$
$t = 10\sqrt{2}/g = 1{,}44$ s
$y(t-1{,}44) = 10{,}2$ m (altezza massima)
punto di caduta: $y(t) = 0$
$-\frac{1}{2} gt^2 + 10\sqrt{2}t = 0$
$t = 2{,}88$
$x(t=2{,}88s) = 10\sqrt{2}*2{,}88 = 40{,}8$ m (punto di caduta)
$y(x) = -\frac{1}{2} gt^2 + 10\sqrt{2}t = -\frac{1}{2} g\, x^2/200 + x$ (traiettoria)
$v_x(2{,}88s) = 10\sqrt{2}$ m/s
$v_y(2{,}88s) = -2{,}88g + 10\sqrt{2}$ m/s
$||v(t=2{,}88)|| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ (velocità di impatto)

Piano inclinato
3. $h = 3$m
$l = 4$m
$m = 0{,}5$ kg
velocità dopo 5m

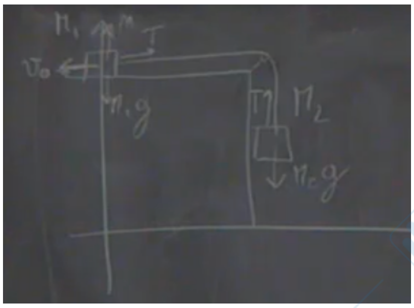
$F_g = -mg \cos\alpha\, j' + mg \text{ sen}\alpha\, i'$
$n = mg \cos\alpha\, j'$
$\Sigma F = F_g + n = mg \text{ sen}\alpha\, i' = ma = a$
$v'(t) = at = g \text{ sen}\alpha\, t\, i'$
$x'(t) = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} g \text{ sen}\alpha\, t^2$
$l = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$m
$3 = 5 \text{ sen}\alpha$
$\text{sen}\alpha = 3/5$
$x'(t) = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} g \text{ sen}\alpha\, t^2 = 5$
$t = 1{,}3$s
$v(t=1{,}3s) = 7{,}67$ m/s
$x(t) = v_0 t = 14$m
$t = 1{,}83$s

Tensione



$Tj – m_2g\ j = m_2*a$
$Tj – m_1g\ j = m_1*a$

$-m_1g + T = m_1a$
$m_2g – T = m_2a$
$T = - m_1a + m_1g$
$- m_1a + m_1g - m_2g - m_2a = 0$
$a = - (m_2 – m_1/ m_1 + m_2)\ g$
$T = (2m_2m_1/ m_1 + m_2)\ g$
Se $m_2 = m_1$ $T = mg$



$m_1 = 3$ kg
$m_2 = 2$ kg
$v_0 = -0,1\ i$ m/s
$Ti = m_1a\ i$
$Tj – m_2g = - m_2a\ j$
$m_1a – m_2g + m_2a = 0$
$a = m_2g/ m_1 + m_2 = 3,9$ m/s^2
$T = m_1a = 11,8$ N
$x(t) = ½\ at^2-0,1t$
$v(t) = at – 0,1$
$t = 0,1/a = 0,026$s

Forza di attrito
$Fa = -\mu||n||v_s$^

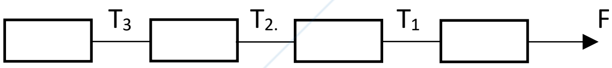
4. m = 10kg
$\mu = 0,5$
F = 50i N (spinta applicata per 1 min)
t = 1 min
Equazioni del moto, dove si trova il corpo dopo 1 min e dopo quanto tempo si ferma

$Fg = -10g\ j$ N
$n = 10g\ j$ N
$Fa = -0,5\ (10g)\ i$ N
$\Sigma F = 0,950\ i + 0j = ma$

$a = 0{,}950/10\ i\ m/s^2$
$v(t) = at = 0{,}095t\ m/s$
$x(t) = \frac{1}{2} at^2 = 0{,}0475\ t^2\ m$
$v(60) = 5{,}7\ m/s$
$x(60) = 171\ m$
$v(t) = at + v_0 = -4{,}9t + 5{,}7\ m/s$
$x(t) = \frac{1}{2} at^2 + v_0t + x_0 = \frac{1}{2}\ 4{,}9\ t^2 + 5{,}7t + 171\ m$
$t = 1{,}16\ s$

5. $\alpha = 30°$
$v_0 = 20\ m/s$
$m = 1kg$
l base = 5m
velocità al punto di massima altezza e posizione a cui arriva il corpo cadendo dal piano inclinato

$v = (-mg\ sen\ 30°/m) *t + v_0$
$x' = \frac{1}{2} (-mg\ sen\ 30°/m) *t^2 + v_0t$
l ipotenusa = l base/cos 30° = $10/\sqrt{3}$
$\frac{1}{2} (-mg\ sen30°/m) *t^2 + v_0t = 10/\sqrt{3}$
$t = 0{,}3\ s$
$v(t=0{,}3s) = 18{,}5\ m/s$
$V_{x0} = 18{,}5 \cos 30°$
$V_{y0} = 18{,}5\ sen\ 30°$
$Y(t) = - \frac{1}{2} gt^2 + 18{,}5/2t + 5/\sqrt{3}= 0$
$t = 2{,}16\ s$
$x(2{,}16) = (18{,}5\sqrt{3}/2) * 2{,}16 = 34{,}6\ m$

6.


Corpo 1: $F – T_1 = m_1a$
Corpo 2: $T_1 – T_2 = m_2a$
Corpo 3: $T_2 – T_3 = m_3a$
Corpo 4: $T_3 = m_4a$

$T_3 = m_4a$
$T_2 = (m_3 + m_4)\ a$
$T_1 = (m_2 + m_3 + m_4)\ a$
$F = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)\ a$

Se F = 100 N
$m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 1000\ kg$
a = 100/4000 = 1/40 m/s2
$T_1 = 1/40 * 3000\ N$
$T_2 = 1/40 * 2000\ N$
$T_3 = 1/40 * 1000\ N$

Attrito con i fluidi
Due modelli:
1) Corpo macroscopico
2) Corpo microscopico

1) $F_a = -\frac{1}{2} D\rho A\|v\|^2 \hat{v}$ con D = coefficiente di resistenza, ρ = densità del fluido, A = area del corpo, $\hat{v}$ = versore con direzione e verso del moto e $\|v\|^2$ = norma al quadrato del vettore velocità

questa forza aumenta all'aumentare della velocità, quindi nel caso di un corpo in caduta libera con accelerazione iniziale g, man mano che il corpo aumenta la sua velocità, la forza di attrito aumenta di intensità riducendo l'accelerazione quindi facendo diminuire l'aumento di velocità. Ad un certo punto di potrebbe arrivare a una situazione di equilibrio: $\Sigma F = 0$

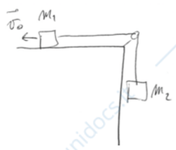
$-mg + \frac{1}{2} D\rho A\|v\|^2 = 0$

$v_{max} = \sqrt{2mg / D\rho A}$

con $\rho = 1{,}2\ kg/m^3$, $D = 0{,}5$, $A = 1\ m^2$ e $m = 50\ kg$

$v_{max} = 40\ m/s$

Esercizi



1. $m_1 = 3\ kg$

$m_2 = 2\ kg$

$v_0 = -0{,}1\ i\ m/s$

$\mu = 0{,}6$

$\begin{cases} \mu n + T = m_1 a \\ m_2 g - T = m_2 a \end{cases}$

$\mu n = \mu m_1 g$

$\mu m_1 g + m_2 g = (m_2 + m_1)a$

$T = m_2 g - m_2 a$

$a = g(m_1\mu + m_2)/ m_1 + m_2 = 7{,}45\ m/s^2$

$T = m_2 g\ (1- (m_1\mu + m_2/ m_1 + m_2)) = 4{,}71\ N$

$\begin{cases} -\mu n + T = m_1 a \\ m_2 g - T = m_2 a \end{cases}$

$a = g\ (-m_1\mu + m_2/ m_1 + m_2) = 0{,}4$

$T = m_2 g\ (1- (-m_1\mu + m_2/ m_1 + m_2)) = 18{,}8$

$v(t) = 0{,}1 + 7{,}45t = 0$

$t = 1/74{,}5\ s$

Forza elastica o di richiamo

$F = -K\nabla R = -K(x-x_{eq})$ **legge di Hooke**

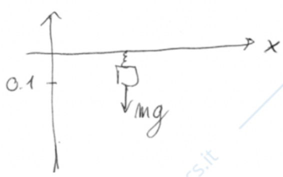
K = costante elastica (N/m)

2. $x_{eq} = 0{,}1\ m$

$K = 1000\ N/m$

$m = 5\ kg$

quanto si allunga la molla?



$-K\ (y+0{,}1)j - mg\ j = F$

$\Sigma F = 0$

$-K\ (y+0{,}1)j - mg\ j = 0$

$Y = 0,15$ m
Calcoliamo l'allungamento che otteniamo appendendo un corpo di m = 10 kg
$Y(m) = - m/K\ g – 0,1$
$Y(m=10) = -0,2$

Se l'esperimento avvenisse su Marte $g_{marte} = 3,69\ m/s^2$
$\Sigma F = 0$
$-K\ (y+0,1)j – mg_{marte}\ j = 0$
$Y \cong - 0,12$ m

3. prendiamo una bilancia con $K = 10^5$ N/m, con l'ascensore fermo appoggiamo un corpo sulla bilancia per misurarne la massa e misuriamo la compressione della molla $\nabla x = 0,0056$ m.
m?
$K\nabla x – mg = 0$
$m = K\nabla x/g = 66$kg
ora l'ascensore sale quindi accelera
$K\nabla x – mg = ma$
$K\nabla x = m(g+a)$
Immaginiamo che la massa misurata sia m' = 67 kg
$m'g = m(g+a)$
$a = 9,81(67-66)/66 = 0,15\ m/s^2$
se l'ascensore scende la massa è più bassa

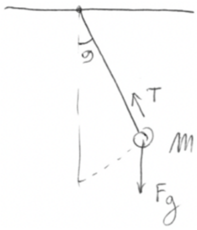
moto di un corpo soggetto a $-K\nabla x$
$\Sigma F = ma$
$-Kx(t) = ma(t) = m(dv(t)/dt) = m(d^2x(t)/dt^2)$
$d^2x(t)/dt^2 = -(K/m)*x(t)$
serve una funzione che derivata due volte sia uguale a sé stessa cambiata di segno: seno e coseno
definiamo $\omega = \sqrt{K/m}$ e la soluzione dell'equazione risulta:
$x(t) = A \cos (\omega t + \phi)$
$v(t) = -A\ sen\ (\omega t + \phi)$
$a(t) = d^2x(t)/dt^2 = -A\omega^2\cos(\omega t + \phi) = -A(K/m)\cos((\sqrt{(K/m)}t + \phi)$
ω = frequenza angolare (s^{-1})
A = ampiezza del moto (m)
T (periodo) = $2\Pi/\omega$ (s)
f (frequenza) = $1/T$ (s^{-1})
ϕ = fase
$v_{max} = \omega A$
$a_{max} = \omega^2 A$

se a t=0 allunghiamo la molla di 2m e la lasciamo partire da ferma troviamo:
$x(0) = A \cos (\omega 0 + \phi) = 2$
$v(0) = -A\ sen\ (\omega 0 + \phi) = 0$
$\phi = 0$
A = 2m

Un corpo attaccato a una molla inizialmente all'equilibrio ha $v(0) = v_i$, m = 10 kg e K = 500 N/m
$x(0) = A \cos (\phi) = 0$
$v(0) = -A\omega\ sen\ (\phi) = v_i$
$\phi = \pm \Pi/2$
$-A\omega\ sen\ (\phi) = v_i$
Se $v_i>0 \rightarrow \phi = -\Pi/2$

Se $v_i<0 \rightarrow \phi = \Pi/2$
Consideriamo $v_i>0$
$X(t) = v_i\sqrt{(m/K)}*\cos(\sqrt{(K/m)}t - \Pi/2)$

Pendolo semplice



Un corpo di massa m appeso all'estremità di una fune e lasciato cadere con un certo angolo
Le forze agenti sono la forza peso e la tensione
$Fp_{//} = mg \cos\varphi\ i$
$Fp_{\perp} = -mg\ sen\varphi\ j$
$T = -mg \cos\varphi\ i$
$s = l\varphi$
$\Sigma F = ma = F_{\perp} = -mg\ sen\varphi = m(d^2s(t)/dt^2) = ml\ (d^2\varphi(t)/dt^2)$
$(d^2\varphi(t)/dt^2) = -g/l\ sen\varphi(t) \cong -g/l\varphi(t)$

$v(t) = -lA\ sen\ (\omega t + \phi)$
$a(t) = -lA\omega^2\cos(\omega t + \phi)$
$s(t) = lA\cos\ (\omega t + \phi)$
ω (frequenza angolare) = $\sqrt{(g/l)}$ (s^{-1})
T (periodo) = $2\Pi/\omega$ (s)
f (frequenza) = $1/T$ (s^{-1})

Esercizio

1. prendiamo un corpo di m = 100kg appoggiato su un piano inclinato con angolo θ e con un coefficiente di attrito statico di 0,8.
    a. Qual è la pendenza massima del piano per cui il corpo non scivola?
    b. Se il corpo non fosse trattenuto da una molla di k = 5000N/m e l'angolo fosse θ = 85° di quanto si allungherebbe la molla per equilibrare la forza peso e di attrito?

a. $F_{//} = mg\ sen\theta$
$Fa = -\mu*mg \cos\theta$
Il corpo rimane fermo finché $Fa> F_{//}$
$-\mu*mg \cos\theta + mg\ sen\theta <0$
$\mu > \tan\theta$
$\theta <$ arctg 0,8
$\theta \cong 38,7°$
b. $Fe = -Kx$
$-\mu*mg \cos\theta + mg\ sen\theta -Kx = 0$
$x = mg(sen\theta - \mu\cos\theta)/K = 0,018$ m

Moto circolare

Dato un cerchio di raggio r e la posizione di un punto P sulla circonferenza di coordinate x e y e che forma un angolo θ con il raggio
$x^2 + y^2 = R^2$
$x(t) = R*\cos\theta(t)$
$y(t) = R*sen\theta(t)$
$r = x(t)i + y(t)j = R*\cos\theta(t)\ i + R*sen\theta(t)\ j = r\hat{r}(t)$

$\hat{r}(t) = \cos\theta(t)\, i + \text{sen}\theta(t)\, j$
$v(t) = dr(t)/dt = -R\, \text{sen}\theta(t) * d\theta(t)/dt\, i + R \cos\theta(t) * d\theta(t)/dt\, j = R\omega(t)\hat{\theta}(t)$
$\omega(t) = d\theta(t)/dt$ **velocità angolare**
$\hat{\theta}(t) = -\text{sen}\theta(t)\, i + \cos\theta(t)\, j$
$\hat{r}(t) * \hat{\theta}(t) = 0$
$a(t) = dv(t)/dt = R\theta(t)\, d\omega(t)/dt + R\omega(t)\, d\theta(t)/dt = R*(d\omega(t)/dt)*\hat{\theta}(t) - R\omega^2(t)\hat{r}(t) = R*\alpha(t)*\hat{\theta}(t) - R\omega^2(t)\hat{r}(t)$
$d\theta(t)/dt = -\cos\theta(t)\, d\theta(t)/dt\, I - \text{sen}\theta(t)\, d\theta(t)/dt = -\hat{r}(t)*\omega(t)$
$\alpha(t) = d\omega(t)/dt$ **accelerazione angolare**
L'accelerazione angolare ha una componente nella direzione del versore θ $r\alpha(t)$ **accelerazione tangenziale** e una componente lungo il raggio ma in verso opposto $r\omega^2(t)$ **accelerazione centripeta**
l'accelerazione tangenziale descrive il cambiamento della velocità tangenziale mentre l'accelerazione centripeta descrive il fatto che il nostro corpo sta sempre cambiando la direzione della sua velocità
si utilizza la forza centrifuga quando si osserva il moto dal punto di vista di un corpo che fa parte del moto per cui quindi deve essere tutto fermo quindi la forza centrifuga cancella il moto circolare. $F_c = m\omega^2 r$

prendiamo un corpo legato a una fune fissata in un punto, data una velocità iniziale, in assenza di attrito il corpo sarà soggetto alla forza di tensione della fune
$-T\hat{r}(t) = m*a(t) = m*R*\alpha(t)*\hat{\theta}(t) - mR\omega^2(t)\hat{r}(t)$
$T = mR\omega^2(t) = mR\omega^2$
$v_t = R\omega$
$d\theta(t)/dt = \omega(t) = \omega$
$\theta(t) = \omega t + \theta_0$

Esercizi

1. $T = 24h$
$R = 6378$ km
v_t e a_c?
il periodo di rotazione che la terra avrebbe se ruotasse così velocemente da far si che l'accelerazione centrifuga fosse sufficiente ad annullare l'accelerazione gravitazionale g in superficie?

$\omega = 2\Pi/T = 0{,}00073$ rad/s
$a_c = \omega^2 r = 0{,}034$ m/s^2
$v_t = \omega R = 465$ m/s
$\Sigma F = ma = -m\omega^2 R\hat{r}$
$-mg\hat{r} + n\hat{r} = -m\omega^2 R\hat{r}$
$n\hat{r} = mg\hat{r} - m\omega^2 R\hat{r}$
$n = 9{,}75m$
$\omega^2 r = 0{,}81$
$\omega = 0{,}00124$ rad/s
$T = 5076$ s

2. Una macchina arriva in curva con una velocità di 100km/h
$m = 1000$kg
$\mu = 0{,}6$
Di quanto deve essere il raggio della curva per evitare correzioni alla guida?

$-Nmg\hat{r} = -m\omega^2 R\hat{r}$
$\omega = v_t/R$
$R = v_t^2/\mu g$
$F_a + F_c = 0$
$F_a = -\mu mg$

$Fc = m\omega^2 r = m\, v_t^2/R$
$R = v_t^2/\mu g = 133m$

3. In un cilindro in rotazione vogliamo trovare la velocità tangenziale per cui la forza centrifuga combinata con l'attrito statico fa si che un corpo rimanga attaccato alla parete del cilindro senza scivolare a terra.

$\mu = 0,7$
$M = 60kg$
$R = 5m$

$-nr\hat{} = -m\omega^2 Rr\hat{}$
$-mg\, j + Fa\, j = -mg\, j + \mu n\, j = (-mg + \mu m\omega^2 R)\, j = 0$
$\omega = \sqrt{(g/\mu R)} = 167$ rad/s

Attrito con i fluidi
Due modelli:
1) Corpo macroscopico
2) Corpo microscopico

2) $Fa = -6\Pi\eta R_0 v$ con η viscosità e R_0 raggio idrodinamico
$[\eta] = kg/m*s$
$v_{lim} \rightarrow \Sigma F = 0$
$v_{lim} = ((\delta_{acqua} - \delta_{mol})V_{mol}/6\Pi\eta R_0) *g = 2/9\, ((\delta_{acqua} - \delta_{mol})R_0^2/\eta) *g$
$V_{mol} = 4/3\Pi R_0^3$

F coulomb (interazione tra oggetti carichi) = $(1/4\Pi\varepsilon_0)*(q_1 q_2/d^2)$
$F_{LJ} = -C_6/d^6 + C_{12}/d^{12}$ (interazione tra due molecole non cariche)

Energia
= capacità di un sistema di compiere un lavoro
Sistema = oggetto dell'osservazione sperimentale
Ambiente = contesto all'interno della quale si fa l'osservazione sperimentale
Un sistema può essere influenzato dal suo ambiente in diversi modi tra cui il lavoro che rappresenta un trasferimento di energia.
Lavoro di una forza $L = {}^{R2}\int_{R1} F*dR$
$[L] = kg*(m^2/s^2) = J$ (joule)
Se la forza è costante $L = ||F|| * ||R|| \cos\theta$
Se il lavoro compiuto su un sistema è positivo, l'energia viene trasferita al sistema; se il lavoro è negativo, l'energia viene trasferita dal sistema.
Teorema energia cinetica: $L = {}^{x2}\int_{x1} F*dx = {}^{x2}\int_{x1} ma_x dx = {}^{xf}\int_{xi} m*dv_x/dt*dx = {}^{xf}\int_{xi} mv_x dv_x = ½\, mv^2(x_F) – ½\, mv^2(x_i)$ $= ½\, mv^2_F - ½\, mv^2_I = K_F - K_I$ (il lavoro è il risultato di una variazione di energia)
$K = ½\, mv^2$ **energia cinetica** (= energia che un corpo ha in quanto in movimento)
$[K] = J$
$K_F = L + K_I$
Energia potenziale = energia che un corpo ha in quanto in una configurazione spaziale
Energia potenziale di alcune forze: [J]
elastica: $U = ½\, Kx^2$
peso: $U = mgh$
gravità: $U = -G(m_1 m_2/d)$
$F(x) = -d/dx\, U(x)$
$-L_{elastica} = U_F – U_I = ½\, Kx^2_F - ½\, Kx^2_I$ **energia configurazionale** o potenziale della molla
$L_{Fest} = \nabla U + \nabla K = \nabla E$ meccanica
Forze **conservative** = forze il cui lavoro dipende solo dalle posizioni R_i e R_f e non dal percorso. Il lavoro svolto da una forza conservativa su una particella che si muove su un qualsiasi percorso chiuso è nullo.

$L = -\nabla U$
Forze **non conservative** = forze il cui lavoro dipende da tutto il percorso (non c'è energia potenziale)

L'energia non si può né creare né distruggere, quindi se la quantità totale di energia di un sistema cambia, può solo essere perché dell'energia ha attraversato il confine del sistema (**conservazione dell'energia**)
$\nabla E_{sistema} = \Sigma T$ è la rappresentazione matematica del **sistema aperto** (= quando c'è scambio di energia e materia con l'ambiente)
Sistema isolato quando assumiamo che il sistema non scambi né energia né materia con l'ambiente.
Σm = costante e ΣE = costante → $d/dt\ (\Sigma m) = 0$ legge di conservazione della materia e $d/dt\ (\Sigma E) = 0$ legge di conservazione dell'energia
In un sistema isolato $\nabla E = 0$
Se forze non conservative agiscono su un sistema isolato, l'energia totale del sistema è conservata sebbene non lo sia l'energia meccanica che è trasformata in energia interna
Energia interna = energia associata alla temperatura di un sistema
In un sistema una forza d'attrito trasforma l'energia cinetica in energia interna, e l'aumento di energia interna del sistema è uguale alla diminuzione dell'energia cinetica (= $-F*s$)
Sistema chiuso quando il sistema non scambia materia con l'ambiente ma potrebbe scambiare energia
Σm = costante → $d/dt\ (\Sigma m) = 0$ legge di conservazione della materia
La rapidità con la quale è trasferita l'energia è detta potenza
$P = dE/dt$
[W] = J/s
Equilibrio in termini di energia: $dU/dx = 0$
$F = -\nabla U$ gradiente
Equilibrio **stabile**: qualsiasi spostamento rispetto alla posizione x=0 porta ad una forza diretta verso x=0
Equilibrio **instabile**: per qualsiasi spostamento dalla posizione x=0, la forza allontana la particella dalla posizione di equilibrio
Equilibrio **indifferente**: quando l'energia potenziale è costante in una certa regione per cui piccoli spostamenti da una posizione in questa regione non producono né forse di richiamo né forze di allontanamento

Urti
Sistema isolato: $d/dt\ (\Sigma m) = 0$ legge di conservazione della materia e $d/dt\ (\Sigma E) = 0$ legge di conservazione dell'energia
Terza legge di Newton: abbiamo due corpi 1 e 2 e il corpo 2 subisce una forza dal corpo 1 allora il corpo 1 subisce una forza uguale in modulo e direzione ma di verso opposto dal corpo 2
$F_{1,2} = m_2*a_2$
$F_{2,1} = m_1*a_1$
$a = dv/dt$
$F_{1,2} = -F_{2,1}$
$m_1*dv_1/dt = - m_2*dv_2/dt$
$m_1*dv_1/dt + m_2*dv_2/dt = 0$
$\Sigma(m*dv/dt) = 0$
$d\ \Sigma(m*v)/dt = 0$
$mv = p$ (**quantità di moto**) [Kg*m/s]
la quantità di moto in un sistema isolato si conserva: $d\Sigma p/dt = 0$ (**legge di conservazione della quantità di moto**)
$\Sigma F = d\Sigma p/dt = 0$
$\int \Sigma F\ dt = \nabla p$ **impulso**
La conservazione della quantità di moto ci permette di descrivere il risultato dell'interazione tra due o più corpi (urto)
Casi limite di interazione o urto:

- **Urto anelastico**: due corpi inizialmente indipendenti a causa della loro interazione vanno a formare un singolo corpo la cui massa è la somma delle masse dei due corpi di partenza e dotato di una certa velocità finale.

$m_1v_{1i} + m_2v_{2i} = (m_1 + m_2)\ v_f$

- **Urto elastico**: interazione definita dalla conservazione della quantità di moto e dell'energia cinetica

Elettrostatica

L'idea della fisica è di descrivere il moto dei corpi puntiformi, per farlo dobbiamo saper descrivere le forze che agiscono tra essi.
I corpi sono dotati di massa e più masse interagiscono attraverso la forza di gravità
massa = quantità di materia
q = quantità di carica [C]
la carica fa interagire i corpi con una forza detta **forza di Coulomb**
$Fc = (1/4\Pi\varepsilon_0\varepsilon_r)*(q_1q_2/d^2)$ N
$1/4\Pi\varepsilon_0 = 8{,}99*10^9\ Nm^2/C^2$ costante di Coulomb
$\varepsilon_0 = 8{,}85 * 10^{-12}\ C^2/N*m^2$ costante dielettrica del vuoto
ε_r = costante dielettrica relativa, serve a descrivere la presenza di altri corpi che separano i due corpi che stiamo analizzando
elettrone: $q = -1{,}6*10^{-19}$ C e $m = 9*10^{-31}$ kg
il nucleo atomico è scomponibile in protoni e neutroni
protone: $q = 1{,}6*10^{-19}$ C e $m = 1{,}67*10^{-27}$ kg
neutrone: $q = 0$ C e $m = 1{,}67*10^{-27}$ kg
l'interazione attraverso la forza di Coulomb è sufficiente a spiegare gli atomi ma non riesce a spiegare come neutroni e protoni stiano insieme a formare i diversi nuclei atomici. Quindi la materia deve avere altre proprietà associate ad altre forze. La fisica classica non è in grado di descrivere il moto di atomi, elettroni e nuclei.
La fenomenologia macroscopica dell'elettrostatica è legata alla descrizione dei materiali come:
conduttore = materiali in cui un numero piccolo di elettroni si muove liberamente cioè non è localizzato vicino a nessun nucleo, in questi materiali passa corrente
isolante = tutti gli elettroni sono localizzati vicino ai loro nuclei, in questi materiali non passa corrente

Esercizi

1. Una molla con lunghezza di equilibrio 1m viene caricata ai due stremi con carica opposta di + e –0,0001 C. se la molla si accorcia di 0,1 m quanto vale la costante elastica della molla?

$-K\nabla x = -1/4\Pi\varepsilon_0*(q^2/d^2)$
$x = 1-0{,}1 = 0{,}9$
$-K(0{,}9-1) = -1/4\Pi\varepsilon_0*(0{,}0001^2/0{,}9^2)$
$K = 108/0{,}1 = 1080$ N/m

Campo elettrico

$E = F/q = 1/4\Pi\varepsilon_0*(a/d^2)$ N/C
Rispetto al campo gravitazionale che aveva sempre verso il centro della massa, in questo caso possiamo avere due casi a seconda che la carica sia positiva o negativa. Per cariche negative il campo è entrante, per cariche positive è uscente.

- Campo elettrico risultante da due cariche identiche ma di segno opposto in un punto equidistante dalle due cariche: $E_1 + E_2 = 1/4\Pi\varepsilon_0*(-q/d^2)\ (2\cos\theta\ i + 0j)$

Il campo lungo y si annulla mentre lungo x si somma

- Campo elettrico di un filo chiuso ad anello su cui è distribuita uniformemente una carica totale Q:

$E = 1/4\Pi\varepsilon_0*(Q/r^2+d^2)^{3/2}$
Ogni punto del filo genera un campo lungo x

- Campo generato lungo x da un disco piano perpendicolare a x di raggio R con carica totale Q distribuita uniformemente sulla superficie

$\sigma = Q/\pi R^2$ densità di carica superficiale
Suddividiamo il disco in anelli concentrici di spessore infinitesimo: $E = \sigma/2\varepsilon_0 * (1-(x/\sqrt{x^2+R^2}))$

- Campo generato da una lastra piana infinita con densità di carica σ: $E = \sigma/2\varepsilon_0$

Per calcolarlo prendiamo il campo generato dal disco e portiamo il raggio a infinito
Un piano infinito genera un campo elettrico uniforme e perpendicolare al piano in qualsiasi punto dello spazio a qualsiasi distanza dal piano
Se σ è negativo il campo è costante, perpendicolare alla lastra e entrante mentre se σ è positivo il campo è costante, perpendicolare alla lastra ma uscente.

Esercizi

1. Abbiamo una lastra piana (x=4) con densità di carica $\sigma = 2*10^{-13}$ C/m^2. Nel punto (2, 0) c'è una carica $q = 10^{-13}$ C mentre nell'origine c'è una carica Q fissata di valore ignoto. Quanto deve valere Q affinché q sia all'equilibrio?

$F = qE$
$1/4\pi\varepsilon_0*(Q/x^2) - \sigma/2\varepsilon_0 = 0$
$Q = 5*10^{-12}$ C

2. Un corpo di massa 1 kg cade in assenza di attrito da un'altezza di 5m. il corpo è carico $q=5*10^{-6}$ C. sul piano orizzontale è distribuita una carica con densità $\sigma = 4*10^{-6}$ C/m^2. Il corpo cade o sale? Quanto tempo impiega a percorrere 5m?

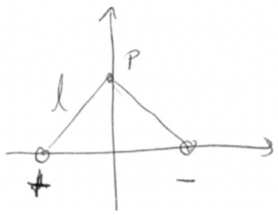
$F_{tot} = -mg\ j + \sigma q/2\varepsilon_0\ j = -8{,}68$ N
$Y(t) = -1/2*8{,}68t^2 + 5 = 0$
$t = 1{,}1$ s

energia potenziale di un corpo carico: $U(x) = 1/4\pi\varepsilon_0*(q_1q_2/d)$

3. $Q = 10^{-6}$

$q = 10^{-8}$
$v = -10i$ m/s
$m_q = 1$ g
$x(t=0) = 2$m
quanto si avvicina q a Q prima di fermarsi e tornare indietro?
$E = U+K = 1/4\pi\varepsilon_0*Qq/x_i + ½\ mv^2 = 1/4\pi\varepsilon_0*Qq/x_f + 0$
$X_f = 0{,}002$ m

potenziale elettrico = energia potenziale che sentirebbe un corpo di carica 1 C a distanza x da un corpo di carica Q
$V(x) = U(x)/q = 1/4\pi\varepsilon_0*(q/d)$
$V(x)$ [J/C] = [Volt]



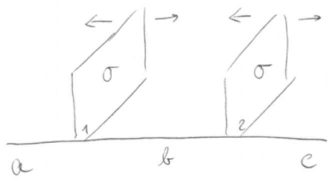
- Potenziale in P: $V = V_1 + V_2 = 0$

$V_1 = 1/4\pi\varepsilon_0*(q/d)$
$V_2 = 1/4\pi\varepsilon_0*(-q/d)$

- Potenziale di una lastra piana infinita

$V(x) = -\int E\ dx = -\sigma/2\varepsilon_0$

- Due lastre di cariche uguali



$E = \sigma/\varepsilon_0\, i$

- Due lastre di cariche opposte

$E = 0$

Il campo tra due lastre di carica opposta raddoppia mentre al di fuori si annulla

Questo sistema si chiama **condensatore**

$V = \sigma * d/\varepsilon_0$

4. Due lastre di metallo di area di 400 cm^2 vengono poste ad una distanza d=0.1 m e collegate ad una batteria da 12 V. calcolare il campo elettrico generato e la quantità di carica presente sulle piastre.

$V = \sigma * d/\varepsilon_0 = 12$ V

$E = V/d = 120$ N/C

$\sigma = 120\varepsilon_0$

$Q = \sigma A = 120\varepsilon_0 * 0{,}04 = 4{,}25 * 10^{-11}$ C

Elettromagnetismo

I campi magnetici influenzano il moto di corpi dotati di carica elettrica e il moto di corpi dotati di carica genera campi magnetici. In un magnete abbiamo sempre due poli dove poli uguali si respingono e poli opposti si attraggono. Un magnete in moto genera una corrente elettrice all'interno di un corpo conduttore, un filo elettrico percorso da corrente genera un campo magnetico.

Forza di Lorentz = forza tra un magnete e una carica

$F = qv * B = q * v * B \operatorname{sen}\theta$ con B campo magnetico [T]

Un corpo carico fermo non sente la forza dovuta al campo magnetico

La forza risultante è perpendicolare al piano definito da v e B

La direzione è quella uscente dal piano, mentre il verso si ottiene con la regola della mano destra, dove il pollice segue la velocità, l'indice il campo e il medio dà la direzione della forza

La forza magnetica non può compiere lavoro

Un campo magnetico può far cambiare direzione e verso ad un corpo ma non il modulo della sua velocità, infatti se il lavoro è nullo l'energia cinetica non può cambiare.

Da un punto di vista microscopico il magnetismo è collegato a due proprietà:

  - Moto di cariche elettriche
  - Spin

In alcune sostanza in presenza di forti campi magnetici gli spin si allineano in maniera semi irreversibile arrivando ad ottenere un magnete

Intensità di corrente (I) = variazione della carica nel tempo

[I] = A

$I = dQ/dt = \nabla V/R = g\nabla V = C * dV/dt$

g = 1/R (resistenza)

C (capacità) = $Q/\nabla V$

= condensatore

^^^ resistenza

Batteria

Meccanica dei fluidi

Un fluido è un sistema in cui le interazioni tra le molecole sono deboli

Densità: $\rho = m/V$

$[\rho] = [kg/m^3]$

Pressione: $P = F/A$
Pascal [Pa] = [N/m^2]
1 atm = 10^5 Pa
Quando parliamo di pressione consideriamo la componente normale alla superficie
Si può avere una pressione forte applicando una forza su una superficie molto piccola o si può ridurre la pressione applicando una forza su una superficie molto larga.

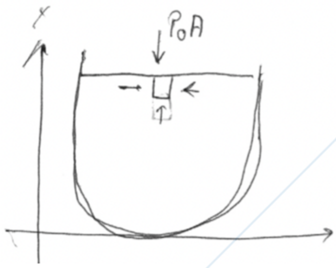
Legge di Pascal

Una pressione applicata sulla superficie di un fluido si trasmette ugualmente a tutti i punti del fluido
Usiamo questo principio per costruire una pompa idraulica:

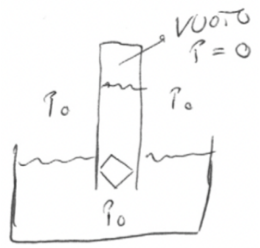
se applichiamo una forza F_1 sulla superficie A_1 con il contenitore riempito di fluido che spinta otteniamo sulla superficie A_2?
$F_1/A_1 = P_1 = P_2 = F_2/A_2$
Usando $F_1 = 20$ Kg, $A_1 = 0{,}5\ m^2$ e $A_2 = 2\ m^2$ troviamo $F_2 = 784{,}8$ N, dividendo per g vediamo che con il nostro peso da 20 kg siamo in grado di sollevare un peso di 80 kg.
Il volume di fluido spostato da sinistra verso destra deve essere lo stesso, quindi $\nabla x_1 A_1 = \nabla x_2 A_2$
Dove ∇x_1 è lo spostamento verso il basso a sinistra e ∇x_2 è lo spostamento verso l'alto a destra
Questa condizione fa si che il lavoro svolto dalla forza F_1 sia lo stesso fatto dalla forza F_2 cioè che non si stia creando energia dal nulla
$\nabla x_1 F_1 = \nabla x_2 F_2$

Legge di Stevino

Descrive come cambia la pressione di un fluido sottoposto alla forza di gravità in funzione della profondità



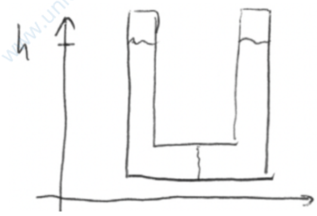
Se consideriamo un cubetto di fluido come quello nel disegno questo sente la pressione atmosferica agire da tutte le direzioni subendo una forza P_0A dove A è la superficie di una faccia del cubo e P_0 la pressione atmosferica. Inoltre, il cubo spinge verso il basso a causa della sua forza peso che usando densità e volume scriviamo come $-\rho Vg$
In questo modo possiamo scrivere la pressione sentita dal cubo sottostante
$P = P_0 + \rho Vg/A = P_0 + \rho gh$
Esempio: barometro di Torricelli



Riempito di mercurio: $\rho = 13{,}6 * 10^3\ kg/m^3$
$P_0 = \rho gh$
$h = 10^5/13{,}6*10^3*9{,}81 = 0{,}76m = 760mmHg$

Liquidi non miscelabili

= liquidi che rimangono separati con un'interfaccia sempre identificabile



All'equilibrio la pressione all'interfaccia deve essere la stessa per entrambi i liquidi, questo perché la forza deve essere la stessa in verso opposto

$P_1 = P_2$

$P_1 = P_0 + \rho_1 g h_1$

$P_2 = P_0 + \rho_2 g h_2$

$h_1 = \rho_2/\rho_1 * h_2$

il liquido più denso spingerà il liquido meno denso facendolo salire

$P = P_0 + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$

Principio di Archimede

Un corpo immerse in un fluido subisce una forza di galleggiamento verso la superficie equivalente alla forza peso della quantità di fluido spostato

$B = \rho_{fluido} g V_{spostato}$

La forza di galleggiamento dipende dal fluido e dal volume del corpo immerse

Dinamica dei fluidi

Fluido ideale:

- non viscoso ovvero non ci sono forze di attrito e le forze che agiscono sul fluido sono solo quelle perpendicolari alla sua superficie
- incomprimibile ovvero la sua densità è costante ovunque (**ρ = costante**)
- flusso stazionario ovvero in ogni punto occupato dal fluido la velocità non cambia né tempo
- irrotazionale = privo di vortici

grazie a queste semplificazioni possiamo immaginare il fluido in moto come una serie di linee di flusso che non si incrociano né tra loro né con sé stesse

durante il moto può ampliarsi, ridursi o rimanere uguale ma la sua massa non deve cambiare

$m_1 = V_1\rho_1 = A_1 dx_1 \rho_1 = A_2 dx_2 \rho_2 = V_2 \rho_2 = m_2$

ma il fluido è incomprimibile $\rho_1 = \rho_2$

$A_1 dx_1 = A_2 dx_2$

$dx_1 = v_1 dt$

$dx_2 = v_2 dt$

$A_1 v_1 = A_2 v_2$ **equazione di continuità** (ciò che cambia è la velocità del fluido)

Av = costante portata [m^3/s]

In un dato tempo la quantità di fluido entrante in un contenitore è uguale alla quantità di fluido uscente, la velocità del fluido aumenta se la superficie del fronte di flusso diminuisce e viceversa

1. da una bottiglia escono 0,1 l/s, se la distanza tra la bottiglia e il bicchiere è 1m, calcolare la velocità e la superficie del fronte del fluido all'arrivo nel bicchiere

$A_1 v_1 = 0{,}1\ l/s = A_2 v_2$

$A_1 = 3{,}14\ cm^2$

$v_1 = 0{,}32\ m/s$

$E_i = mgh + ½ mv_1^2 = E_2 = ½ mv_2^2$

$v_2 = \sqrt{2gh} + v_1 = 4{,}75\ m/s$

$A_2 = 0{,}2\ cm^2$

Se non conosciamo A_1 e v_1 possiamo semplificare considerando v_1 circa 0

$E_i = mgh = E_2 = ½ mv_2^2$

$v_2 = \sqrt{2gh} + v_1 = 4{,}43\ m/s$

$A_2 = 0{,}2\ cm^2$

Teorema di Bernoulli

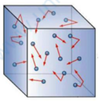
$P + ½ \rho v^2 + \rho g h$ = costante

Se il fluido è a riposo ($v_1 = v_2 = 0$)
$P_1 = P_2 + \rho g(y_2 - y_1)$ legge di Stevino
Se l'altezza è costante ($y_1 = y_2 = 0$)
$P_1 + ½ \rho v_1^2 = P_2 + ½ \rho v_2^2$
Cioè se la velocità aumenta diminuisce la pressione
In presenza di attrito c'è attrito tra le linee di fluido e tra il fluido e le pareti quindi la velocità del fluido cresce dalle pareti verso il centro dove la velocità si avvicina a quella di un fluido perfetto

Termodinamica e meccanica statistica
La termodinamica si occupa del movimento dell'energia (calore)
La termodinamica fornisce leggi che sono valide per corpi macroscopici ma collegate al comportamento microscopico delle componenti, il collegamento è studiato dalla meccanica statistica
Macroscopico:
principio zero della termodinamica: se due oggetti A e B sono ognuno in equilibrio termico con l'oggetto C allora sono anche in equilibrio termico tra loro
il concetto di equilibrio termico implica quello di temperatura e quello di trasmissione di calore
calore = scambio di energia interna tra corpi a temperature diverse
temperatura = misura dell'energia interna di un corpo cioè la somma delle energie di tutte le particelle costituenti un corpo
misurando la temperatura non misuriamo direttamente l'energia scambiata tra il corpo e il termometro ma la sua conseguenza su alcune proprietà macroscopiche
scala Celsius: T = 0 °C fusione del ghiaccio e T = 100 °C ebollizione dell'acqua
scala Fahrenheit: T = 32 F fusione del ghiaccio e T = 212 F ebollizione dell'acqua
$T_F = 9/5T_C + 32$
scala Kelvin: T = 0 K zero assoluto e T = 273.16 K punto triplo dell'acqua
$T_K = T_C - 273,15$
Un metodo classico per costruire un termometro è quello di osservare i cambiamenti di volume di solidi e liquidi al cambiamento di temperatura:
$\nabla L = \alpha L_i \nabla T$
$\nabla A = \gamma A_i \nabla T$
$\nabla V = \beta V_i \nabla T$
Alpha, gamma e beta si chiamano coefficiente di dilatazione lineare, superficiale e volumetrica.
Tra loro vale la relazione:
$\gamma = 2\alpha$
$\beta = 3\alpha$
Uno degli obbiettivi della termodinamica è mettere in relazione tra loro quantità macroscopiche, queste relazioni si chiamano equazioni di stato
Considerando un gas ideale: PV = nRT con R = 8,314 costante universale dei gas
PV = NKbT con $Kb = 1,38*10^{-23}$ J/K costante di Boltzmann
L'equazione di gas perfetti è la sintesi di leggi precedenti:
Legge di Boyle: PV = costante a temperatura costante
Legge di Gay-Lussac: P/T = costante a volume costante
legge di Dalton: $P_{tot} = P_1 + P_2 + … = (\Sigma n_i)RT/V$ a temperatura costante

1. un pistone comprime un gas grazie al suo peso, se ci sono 0,2 moli di gas, la superficie del pistone è di 0,008 m², la massa m=20 kg, la temperatura del gas è di 20 C, quanto si abbassa il pistone?

$F = -P_0A - mg + PA = 0$
$= P_0A - mg + nRTA/V = P_0A - mg + nRT/h = 0$
$h = nRT/ P_0A + mg = 0,2*8,315*293/10^5*0,008+20*9,81 = 0,49$
Teoria cinetica dei gas
in un gas ideale le molecole di gas fanno urti elastici con il contenitore e non interagiscono fra loro

 cubo di lato d

Il tempo che una particella ci mette ad andare avantie tornare indietro al suo punto di partenza sarà $2d/v_x$

Ogni volta che la particella fa un urto la quantità di moto si conserva e le particelle applicano una forza sul contenitore che divisa per la superficie corrisponde a una pressione

$P = F/A = F/d^2$

$\nabla P = -2mv_x = - F_x\nabla T$

$\nabla T = v_x/2d$

$\nabla P = F_x*2d/v_x$

$F_x= mv_x^2/d$

$P = 1/d^2\Sigma F_x = (mN/V)*v_x^2$

v^2 medio = $3v_x^2$ medio

$P = (mN/3V)*v^2$

PV = 2/3NK = NKbT

Quindi T = 2/3*K media/Kb

La temperatura nel caso di un gas ideale è la misura dell'energia cinetica media delle molecole di gas

K = 3/2KbT = ½ mv_x^2 medio + ½ mv_y^2 medio + ½ mv_z^2 medio

½ mv_x^2 medio = ½ KbT

Teorema di equipartizione dell'energia: in un sistema all'equilibrio termico ogni grado di libertà di una molecola assorbe 1/2KbT di energia. Per singoli atomi i gradi di libertà sono solo le 3 direzioni di movimento mentre per le molecole più complesse sono anche i vari moti relativi intramolecolari. Quindi un gas composto da molecole di-atomiche assorbe 5/2KbT di energia per ogni molecola.

Calore = quantità di energia trasferita da due corpi che abbiamo una certa differenza di temperatura, la differenza determina la direzione del trasferimento con il calore che va sempre dal corpo a temperatura a maggiore verso il corpo a temperatura minore

Q<0 quando il corpo cede calore

Q>0 quando il corpo riceve calore

Se $T_1>T_2$ allora dal punto di vista del corpo 1 avremo un calore minore di 0

Se $T_1=T_2$ Q=0 J

Il calore necessario a scaldare una sostanza dipende dalla sostanza:

$Q = C_V n\nabla T$ o $Q =$ **$C_P n\nabla T$** con $C_{V/P}$ detto **calore specifico** a volume/pressione costante perché specifico per ogni sostanza

1 Cal = 4186 J

Il calore specifico di una sostanza cambia relativamente poco con la temperatura fintanto che la sostanza non cambia di stati. Nel passaggio tra due stati la temperatura non cambia fintanto che tutta la sostanza non si sia trasformata. L'energia necessaria alla transizione è indicata dal **calore latente** (L) di fusione/evaporazione

$Q = L\nabla m$

Primo principio della termodinamica

Data la possibilità di trasmettere energia come lavoro e come calore, se un sistema assorbe calore e compie lavoro allora

$dE_{int} = dQ – dW$

$\nabla E_{int} = Q – W$

Se il calore viene emesso e il lavoro subito:

$\nabla E_{int} = -Q + W$

Usiamo il primo principio e la legge dei gas ideali per studiare in che modo si può trasferire energia e usarla, introduciamo delle trasformazioni ideali:

isocora: V = costante

isobara: P = costante

isoterma: T = costante

adiabatica: Q = 0

Trasformazione isocora:
W = 0 dal primo principio
∇**E_{int}** = Q = **3/2 nR∇T** = $C_V n\nabla T$
Nel caso di un gas ideale a volume costante **C_V = 3/2 R** = 12,5 J/mol*K
Trasformazione isobara:
W = P∇V
∇E_{int} = Q – W = $C_p n\nabla T$ - P∇V
P∇V = Rn∇T
∇E_{int} = 3/2 nR∇T = $C_p n\nabla T$ - nR∇T
C_p = 5/2 R = C_v + R = 20,8 J/mol*K
R = $C_p - C_v$
$\gamma = C_P/C_v$ = 1,67
Trasformazione isoterma
PV = costante
W = ∫P*dV = ∫nRT*dV/V = nRT ln(V_F/V_i)
Se $V_F>V_i$ W>0
Se $V_F<V_i$ W<0
Poiché la temperatura è costante non c'è variazione di energia interna quindi
∇E_{int} = Q – W = 0
Q = W = nRT ln(V_F/V_i)
Trasformazione adiabatica
∇E_{int} = -W
Con W>0 il gas compie lavoro quindi ∇E_{int} <0 il gas si raffredda
Con W<0 il gas subisce lavoro quindi ∇E_{int} >0 il gas si scalda
ln PV^{γ} = costante
Trasformazioni cicliche = trasformazioni in cui si può compiere un ciclo in cui si torna alle condizioni P, V e T di partenza, in questo caso Q = W e ∇E_{int} = 0
Macchina termica
Serve per modellizzare i fenomeni ciclici che prevedono consumo di energia
$\nabla E_{int} = 0 \rightarrow Q=W \rightarrow W = Q_A - Q_R$
η (rendimento macchina) = $W/Q_A = 1-Q_r/Q_A \leq 1$
Dove Q_A è il calore assorbito e Q_R il calore rilasciato
η = 1 se e solo se Q_R=0 cioè se tutto il calore assorbito venisse trasformato in lavoro
Macchina di Carnot = macchina con il maggior rendimento possibile, è composta da 4 trasformazioni:
1. espansione isoterma: la macchina assorbe calore e il gas si espande mantenendo la sua temperatura costante (T_A)
2. espansione adiabatica: il gas si espande senza perdita di calore compiendo lavoro e raffreddandosi (T_C)
3. compressione isoterma: il gas si comprime rilasciando calore e comprimendosi mantenendo la temperatura costante
4. compressione adiabatica: comprimiamo il gas senza scambiare calore, la temperatura risale a quella inizia così come pressione e volume

$\eta = 1-T_C/T_A = \eta_C$
η_C è il rendimento ideale di una macchina termica che lavora a due temperatura
Tutte le macchine reali hanno $\eta<\eta_C$
Secondo principio della termodinamica
L'efficienza di una qualsiasi macchina è sempre minore di 1
L'energia non fluisce mai spontaneamente da un corpo freddo a uno caldo
L'**entropia** (S) di un sistema sottoposto a processi reversibile è sempre ≥0
S = ∇Q/T
Nel ciclo di Carnot S = 0
Entropia nelle trasformazioni:

Adiabatica: $\nabla S = 0$ perché $Q=0$
Isobara: $\nabla S = nC_P \ln(T_F/T_i)$
Isocora: $\nabla S = nC_V \ln(T_F/T_i)$
Isoterma: $\nabla S = PdV/dT = nR^* \ln(V_F/V_i)$
Generale: $\nabla S = nC_V \ln(T_F/T_i) + nR^* \ln(V_F/V_i)$
L’entropia è la descrizione macroscopica di dove si perde efficienza nella macchina
In natura l’energia si conserva ma l’enetropia tende ad aumentare, può diminuire solo a spese di energia
A livello microscopico $S = K_b{}^*\ln P$ con P= n° di microstati di un sistema
Un insieme di microstati determina un macrostato, i microstati sono tutti i modi in cui un insieme di molecole può dare uno stato macroscopico

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari
www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari