Testi consigliati

D. C. Giancoli — **Fisica**

Casa Editrice Ambrosiana

- **L. Pirola, L. Tallone** — **Fisica per studenti di Medicina e Chirurgia**

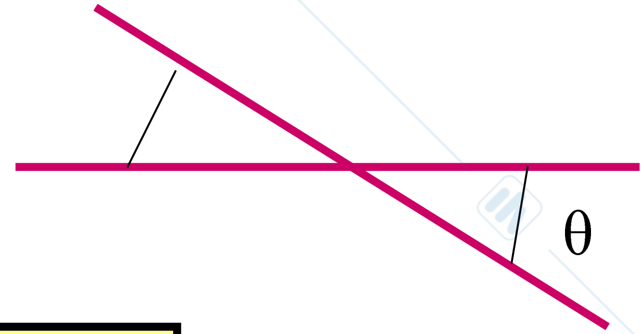
  Edi-Ermes, Milano

- **E. Ragozzino, M. Giordano, L. Milano** — **Fondamenti di Fisica**

  EdiSES, Napoli

NOZIONI ESSENZIALI di TRIGONOMETRIA

Angolo piano



Si misura in ***gradi*** o in ***radianti***

$\theta_r = l_{arco} \ / \ r$

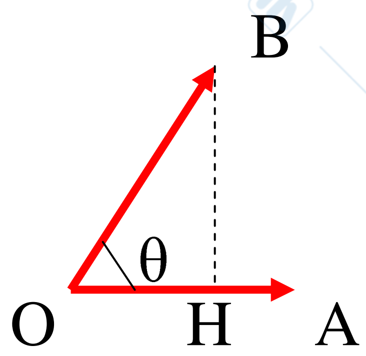
1° = e' l'angolo che corrisponde ad 1/360 dell'angolo giro

L'angolo di un radiante e' l'angolo che insiste su un arco di lunghezza pari al raggio del cerchio cui appartiene l'arco

In generale, la **relazione tra la misura di un angolo in gradi ed in radianti** e':

$$\theta_r = \theta_{\circ} \cdot \pi / 180$$

Funzioni Goniometriche



$$\begin{cases} \sin\theta = BH / OB \\ \cos\theta = OH / OB \\ tg\,\theta = \sin\theta / \cos\theta = BH / OH \end{cases}$$

dal teorema di Pitagora: $BH^2 + OH^2 = OB^2$

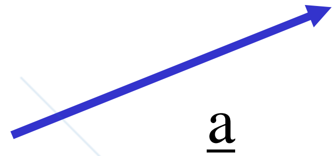
dividendo entrambi i membri per OB^2:

$BH^2/OB^2 + OH^2/OB^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

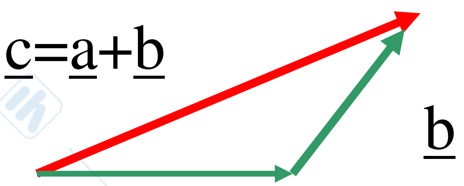
VETTORI

- Modulo, direzione, verso

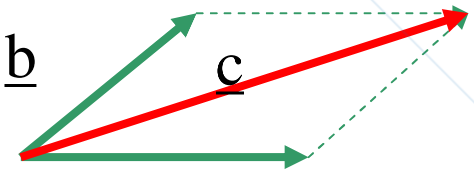
  |a|



- Somma di vettori:



ovvero, in modo equivalente:



Regola del parallelogramma:
Il vettore somma e' rappresentato dalla diagonale maggiore del parallelogramma

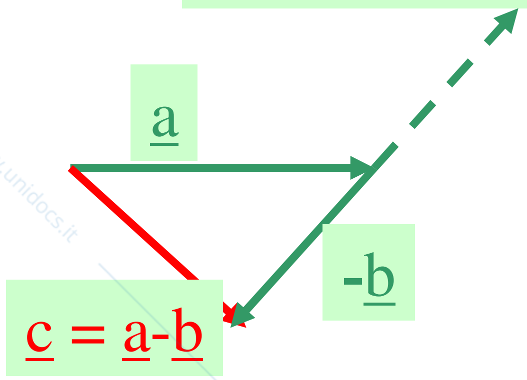
- Prodotto di un vettore per uno scalare:

p = k a

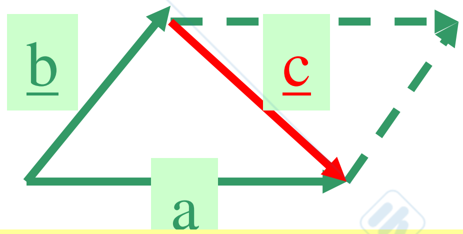
k > 0

k < 0

- **Differenza di vettori:**



Ovvero:



Il vettore differenza e' rappresentato dalla diagonale minore del parallelogramma

- **Vettori di modulo unitario ≡ versori**

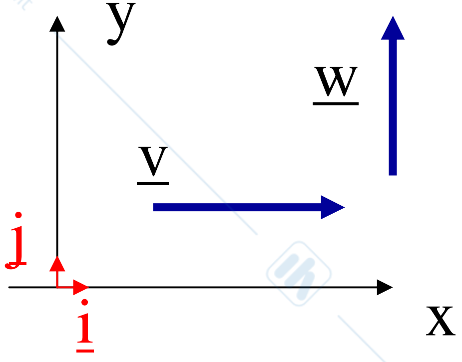
Possiamo utilizzare un versore per individuare la direzione ed il verso di un determinato vettore:

$|\underline{u}| = 1$

$\underline{a} = |\underline{a}|\ \underline{u}$

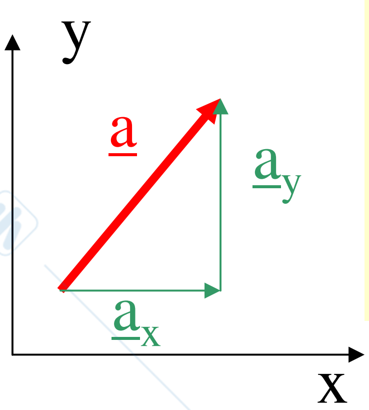
• **Scomposizione di un vettore tramite i versori $\underline{i}$, $\underline{j}$, $\underline{k}$:**

2 dimensioni



$\underline{v} = |\underline{v}|\ \underline{i}$

$\underline{w} = |\underline{w}|\ \underline{j}$



$\underline{a} = \underline{a}_x + \underline{a}_y$

$\Rightarrow \quad \underline{a} = |\underline{a}_x|\ \underline{i} + |\underline{a}_y|\ \underline{j}$

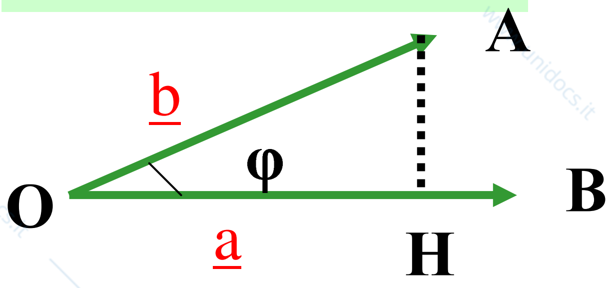
$\Rightarrow \quad \underline{a} = a_x\ \underline{i} + a_y\ \underline{j}$

3 dimensioni

In modo del tutto analogo scriveremo:

$$\boxed{\underline{a} = a_x\ \underline{i} + a_y\ \underline{j} + a_z\ \underline{k}}$$

• Prodotto scalare



$\varphi \le \pi \quad (180°)$

$|\underline{a}| = a$

$|\underline{b}| = b$

$\underline{a} \bullet \underline{b} = ab \cos \varphi$

- se $\underline{a} \perp \underline{b} \;\Rightarrow\; \underline{a} \bullet \underline{b} = 0$
- se $\underline{a} \,//\, \underline{b} \;\Rightarrow\; \underline{a} \bullet \underline{b} = \pm\, ab$ (+ per vettori equiversi
  − per vettori controversi)

- $\underline{a} \bullet \underline{a} = a^2$
- $\underline{a} \bullet \underline{b} = \underline{b} \bullet \underline{a}$ propr. ***commutativa***
- $\underline{a} \bullet (\underline{b} + \underline{c}) = \underline{a} \bullet \underline{b} + \underline{a} \bullet \underline{c}$ propr. ***distributiva rispetto alla somma***

Versori assi coordinati

$\underline{i}\bullet\underline{i} = 1$ $\underline{j}\bullet\underline{j} = 1$ $\underline{k}\bullet\underline{k} = 1$

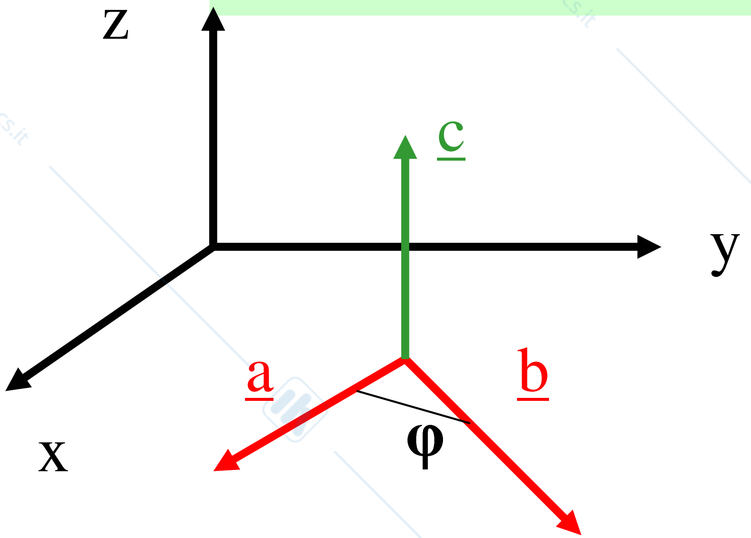
$\underline{i}\bullet\underline{j} = 0 = \underline{j}\bullet\underline{i}$ $\underline{i}\bullet\underline{k} = 0 = \underline{k}\bullet\underline{i}$ $\underline{j}\bullet\underline{k} = 0 = \underline{k}\bullet\underline{j}$

Prodotto scalare in termini di componenti

$$\left\{\begin{array}{l} \underline{a} = a_x\,\underline{i} + a_y\,\underline{j} + a_z\,\underline{k} \\ \underline{b} = b_x\,\underline{i} + b_y\,\underline{j} + b_z\,\underline{k} \end{array}\right. \Rightarrow \boxed{\underline{a}\bullet\underline{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}$$

- **Prodotto vettoriale** $\underline{c} = \underline{a} \wedge \underline{b}$

(simbolo alternativo: $\underline{a} \times \underline{b}$**)**



⇒ $|\underline{c}| = ab \sin \varphi$

⇒ direzione di $\underline{c}$: ***perpendicolare al piano individuato da*** ***a*** ***e*** ***b***

⇒ verso di $\underline{c}$: ***dato dalla regola della mano destra (o della vite destrorsa.***

NB: se i vettori non sono complanari: da un punto arbitrario P si lanciano i vettori $\underline{a}' = \underline{a}$ e $\underline{b}' = \underline{b}$; si ha che:

$$\underline{a}' \wedge \underline{b}' = \underline{a} \wedge \underline{b}$$

- $\underline{a} \,//\, \underline{b} \rightarrow \underline{a} \wedge \underline{b} = 0$
- $\underline{a} \perp \underline{b} \rightarrow |\underline{a} \wedge \underline{b}| = ab$
- $\underline{a} \wedge \underline{b} = -\,\underline{b} \wedge \underline{a}$ *proprieta' anticommutativa*
- $\underline{a} \wedge (\underline{b} + \underline{c}) = \underline{a} \wedge \underline{b} + \underline{a} \wedge \underline{c}$ *proprieta' distributiva rispetto alla somma*

- $\underline{i} \wedge \underline{i} = 0 \qquad \underline{j} \wedge \underline{j} = 0 \qquad \underline{k} \wedge \underline{k} = 0$
- $\underline{i} \wedge \underline{j} = -\underline{j} \wedge \underline{i} = \underline{k}$

$\underline{k} \wedge \underline{i} = -\underline{i} \wedge \underline{k} = \underline{j}$

$\underline{j} \wedge \underline{k} = -\underline{k} \wedge \underline{j} = \underline{i}$

$$\begin{cases} \underline{a} = a_x \underline{i} + a_y \underline{j} + a_z \underline{k} \\ \underline{b} = b_x \underline{i} + b_y \underline{j} + b_z \underline{k} \end{cases}$$

$$\underline{a} \wedge \underline{b} = (a_x \underline{i} + a_y \underline{j} + a_z \underline{k}) \wedge (b_x \underline{i} + b_y \underline{j} + b_z \underline{k})$$

$$= (a_y b_z - a_z b_y)\underline{i} + (a_z b_x - a_x b_z)\underline{j} + (a_x b_y - a_y b_x)\underline{k}$$

si puo' dimostrare usando le proprieta' del prodotto tra versori

Milano

Cinematica del punto materiale

Punto materiale (*particella*):

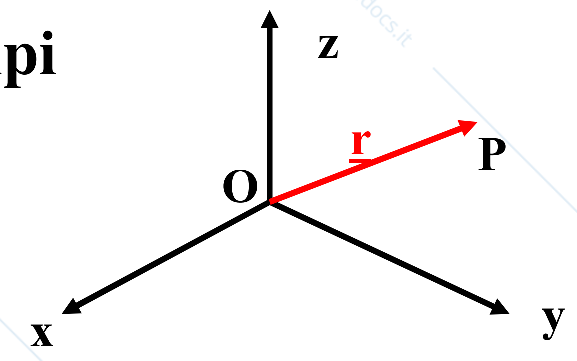
- **corpo di dimensioni trascurabili rispetto a quelle tipiche dello spazio in cui puo' muoversi e/o degli altri corpi con cui interagisce;**

- **precisione con cui siamo in grado di determinarne la posizione.**

Esempi:
- **auto in autostrada deserta**
- **auto in parcheggio affollato**

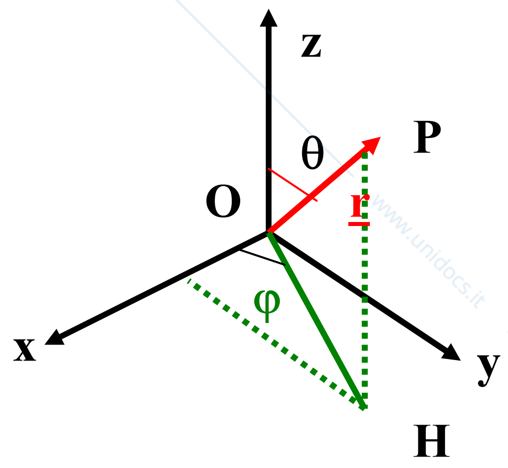
Sistema di Riferimento (s.r.) e Sistema di coordinate

Esempi



$P \equiv (x,y,z)$

coordinate cartesiane



$P \equiv (r,\theta,\varphi)$

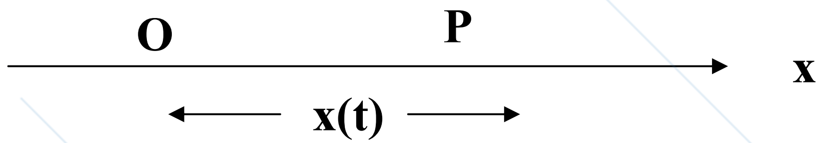
coordinate polari

$0 \le \theta \le \pi$ colatitudine (distanza zenitale)

$0 \le \varphi \le 2\pi$ longitudine (azimut)

$$\begin{cases} x = r \sin\theta \cos\varphi \\ y = r \sin\theta \sin\varphi \\ z = r \cos\theta \end{cases}$$

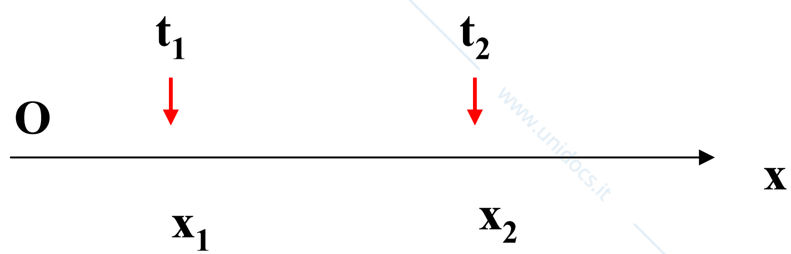
Moto rettilineo



$x(t)$ equazione oraria di P

velocita' media v_m:

$$v_m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$



velocita' istantanea v :

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Il segno della velocita' indica il verso del moto sull'asse x:

se e' positivo il moto e' verso le x positive, se e' negativo

il moto e' verso le x negative.

In generale, il moto avverrà in modo che la velocità avrà tre componenti; nel consueto s.r. cartesiano ortogonale (O,x,y,z) avremo:

$$\underline{v} = v_x\underline{i} + v_y\underline{j} + v_z\underline{k}$$

Modulo: $v = (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)^{1/2}$

Velocità

$$\underline{v}_m = \frac{\Delta \underline{s}}{\Delta t}$$

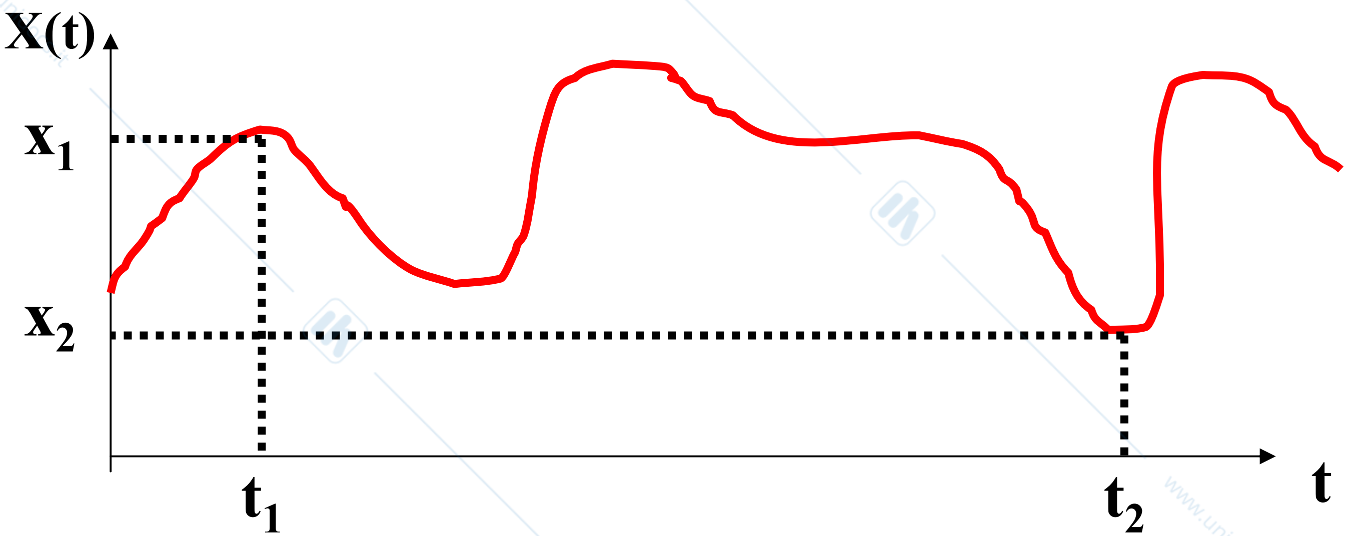
$$\underline{v}_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \underline{s}}{\Delta t} = \frac{d\underline{s}}{dt}$$

$[v] = L\ T^{-1}$

Unita' di misura (S.I.):

$m \cdot s^{-1}$

Perche' introdurre il concetto di velocita' istantanea?



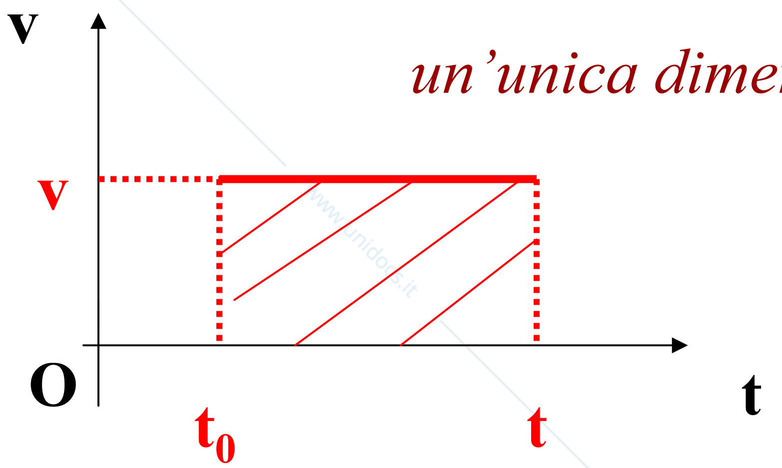
Esaminiamo il moto nell'intervallo di tempo compreso tra t_1 e t_2: in tale intervallo l'ascissa x parte dal valore x_1 per discendere fino ad un *minimo*, risalire fino ad un *massimo*, scendere e rimanere per un certo periodo pressocche' costante (il punto *P* si e' cioe' fermato) fino a scendere di nuovo per raggiungere il valore x_2: il punto *P* si e' quindi mosso con velocita' variabile.

Per uno studio accurato di queste situazioni e' quindi necessario restringere il piu' possibile la dimensione della finestra temporale $\Delta t = (t_2 - t_1)$ nella quale eseguiamo le osservazioni.

Ecco quindi la necessita' di considerare il $\lim_{\Delta t \to 0}$

Caso particolare:
Moto Rettilineo Uniforme

v = costante (in *modulo e verso; la direzione e' certamente costante in quanto stiamo considerando moti in un'unica dimensione*)



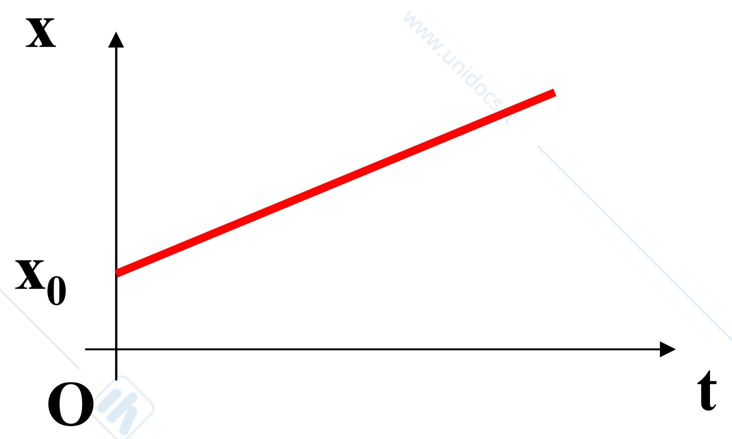
$\Rightarrow$ $v_{media} = v_{istantanea}$

$\Rightarrow$ $v = (x-x_0) / (t-t_0)$

$\Rightarrow$ $x = x_0 + v\,(t-t_0)$

Scegliendo $t_0 = 0$:

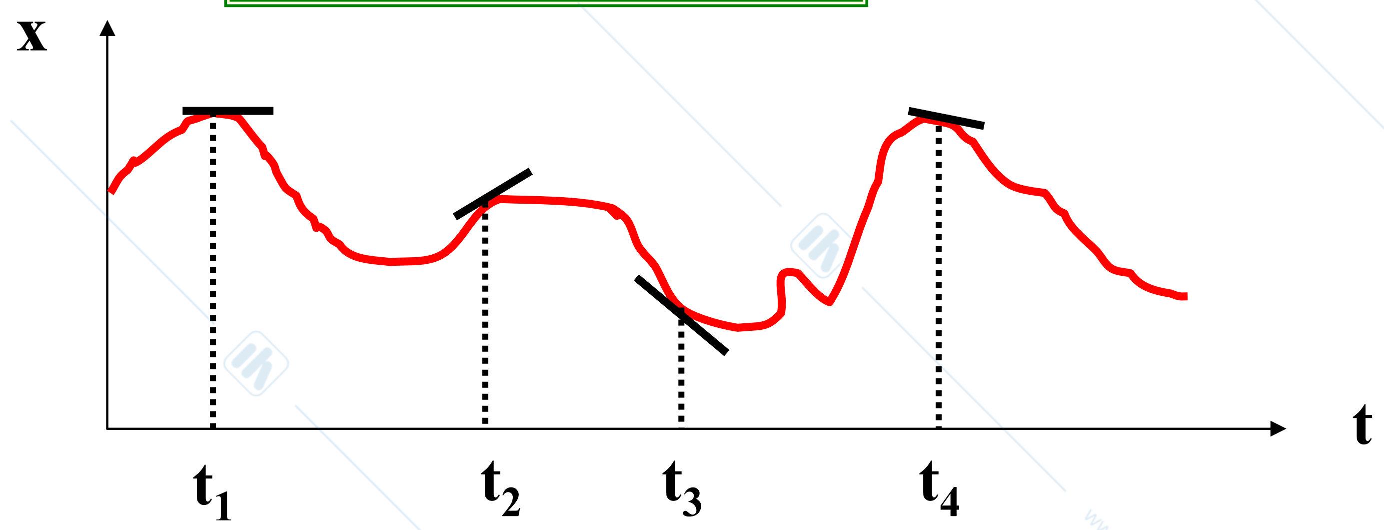
$$x = x_0 + v \cdot t$$



a) **v e' il coefficiente angolare della retta rappresentata dalla funzione $x = x(t)$**

b) **Lo spazio $(x-x_0)$ percorso nel tempo $(t-t_0)$ e' pari all'area racchiusa sotto la curva $v = v(t)$ tra t_0 e t (vedi area tratteggiata nella figura della diapositiva precedente)**

In generale ($v \neq$ cost):



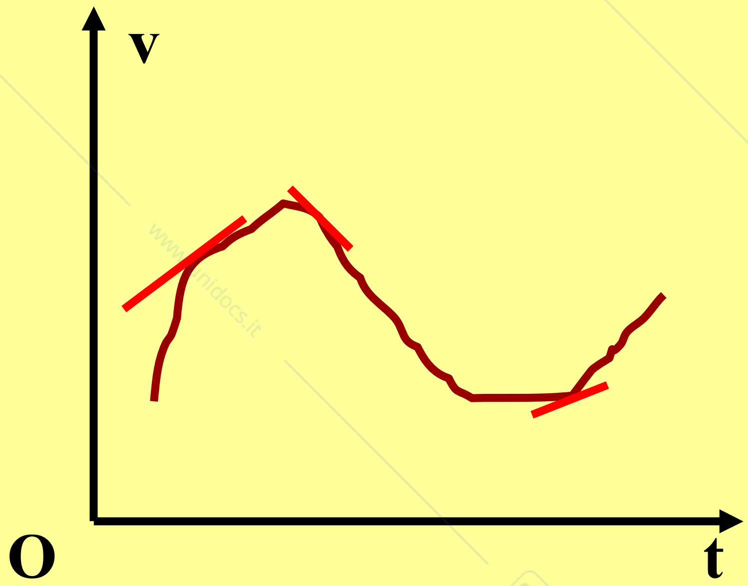
La velocita' istantanea viene ottenuta (per via grafica) considerando la *tangente geometrica* alla curva che rappresenta l'*equazione oraria* (cioe' alla curva $x = x(t)$) all'istante t_i considerato e prendendone il *coefficiente angolare*.

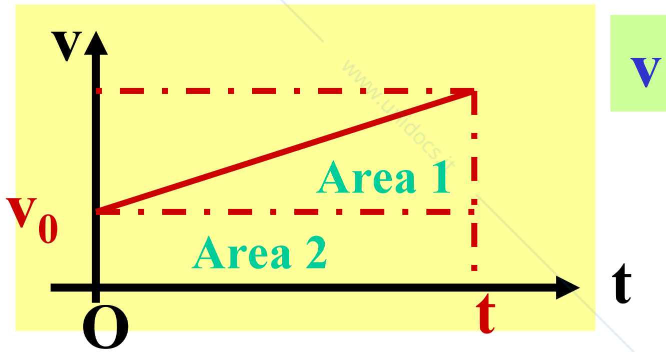
Moto vario

Nel caso in cui la velocita' vari nel tempo (*v* ≠ cost) abbiamo un' *accelerazione*:

$$a_{media} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a_{istantanea} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$





$v = v_0 + at$

a e' il coefficiente angolare (≡ **pendenza**) della curva $v = v(t)$

Calcoliamo lo spazio percorso ($x-x_0$) tra gli istanti $t_0 = 0$ e t come l'area sotto la curva $v = v(t)$ tra questi due istanti (*come fatto nel caso del moto uniforme*):

$$x - x_0 = \underbrace{v_o\, t}_{\text{Area 1}} + \underbrace{\tfrac{1}{2}(v-v_0)\, t}_{\text{Area 2}}$$

Accelerazione

$$\underline{a}_m = \frac{\Delta \underline{v}}{\Delta t}$$

$$\underline{a}_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \underline{v}}{\Delta t} = \frac{d\underline{v}}{dt}$$

$[a] = L\ T^{-2}$

Unita' di misura (S.I.):

$m \cdot s^{-2}$

Caso particolare: moto rettilineo uniformemente accelerato

$\underline{a} = \text{cost}$

$\Rightarrow \quad \underline{a}_m = \underline{a}_i = \underline{a}$

$\Rightarrow \quad \underline{v} = \underline{v}_0 + \underline{a}\,(t - t_0)$

e scegliendo $t_0 = 0$:

$$\underline{v} = \underline{v}_0 + \underline{a}\,t$$

- ***Componenti cartesiane*** $\underline{\mathbf{a}} = \mathbf{a_x \underline{i} + a_y \underline{j} + a_z \underline{k}}$

Modulo $\mathbf{a = (a_x{}^2 + a_y{}^2 + a_z{}^2)^{1/2}}$

- ***Componenti intrinseche*** ***(tangente e normale alla traiettoria)***

$$\underline{a} = (dv/dt)\,\underline{\tau} + (v^2/R)\,\underline{n}$$

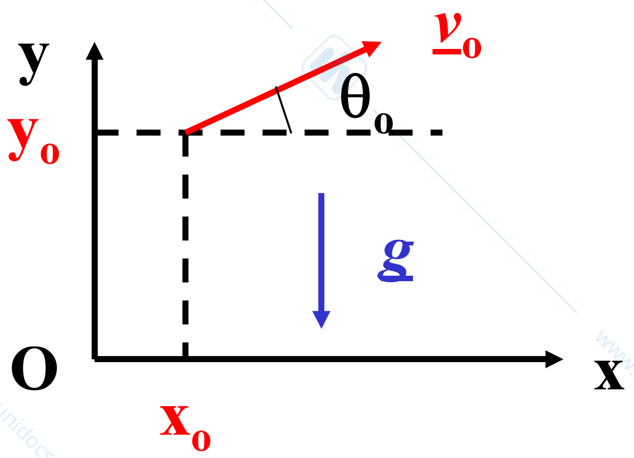
Comp. Tangenziale ***Comp. Normale***

Modulo $a = [(dv/dt)^2 + (v^2/R)^2]^{1/2}$

Composizione dei moti

Si analizzano ***separatamente*** le componenti del moto (**Galileo**)

Esempio: **moto di un proiettile** (***due dimensioni***)



$$\underline{v}_o = v_o \cos\theta_o \, \underline{i} + v_o \sin\theta_o \, \underline{j}$$

velocita' iniziale

x) $a_x = 0 \Rightarrow v_x = \text{cost} = v_o \cos\theta_o$ ***moto rettilineo uniforme***

$$\Rightarrow \quad x(t) = x_o + (v_o \cos\theta_o)\, t \qquad (1)$$

y) $a_y = -g \Rightarrow v_y = v_o + (-g)\,t$ *moto rettilineo uniformemente accelerato*

$$\Rightarrow y(t) = y_o + (v_o \sin\theta_o)\,t - \tfrac{1}{2} g t^2 \qquad (2)$$

Troviamo il legame tra x ed y, cioe' la $y = y(x)$ (equazione della traiettoria). Per far questo eliminiamo il parametro *tempo* t dalle equazioni (1) e (2). Ricaviamo t dalla (1):

$$t = (x - x_0) / (v_o \cos\theta_o) \qquad (3)$$

e sostituiamolo nella (2):

$$y = y_o + v_o \sin\theta_o\,(x - x_0) / (v_o \cos\theta_o) - \tfrac{1}{2} g\,(x - x_0)^2 / (v_o^2 \cos^2\theta_0)$$

svolgendo i calcoli e chiamando $v_o \cos\theta_o = v_x$ **si ottiene:**

$$y = [y_o - (tg\theta_o)\, x_o - \tfrac{1}{2}\, g\, x_o^2/v_x^2] + [tg\theta_o + g\, x_o/v_x^2]\, x + [-\tfrac{1}{2}\, g/v_x^2]\, x^2 \qquad (4)$$

equazione che e' del tipo:

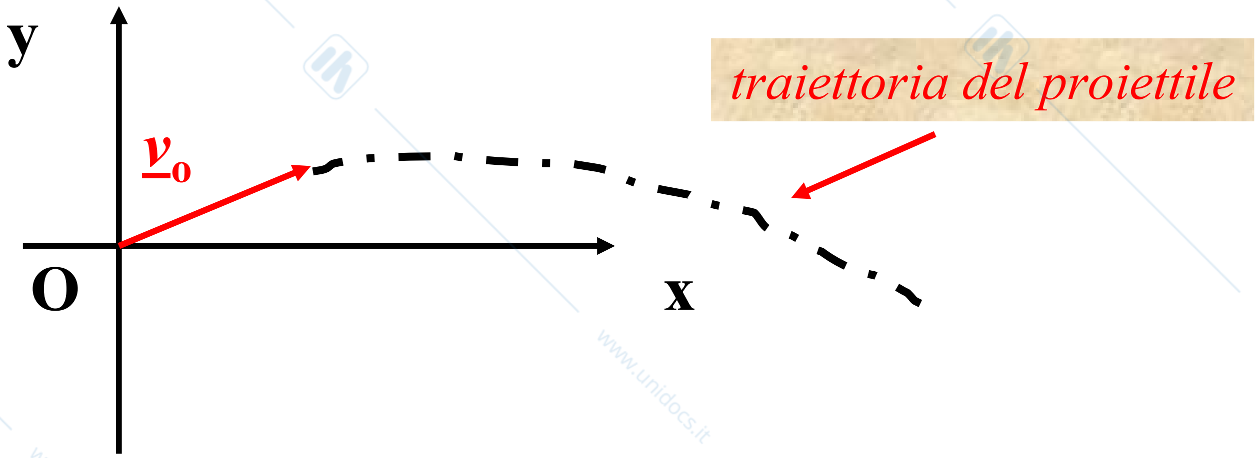
$$y = A + B \cdot x + C \cdot x^2$$

rappresentazione analitica

di una parabola

Possiamo semplificare notevolmente la notazione se facciamo coincidere l'origine del s.r. con la posizione iniziale del proiettile. In tal caso:

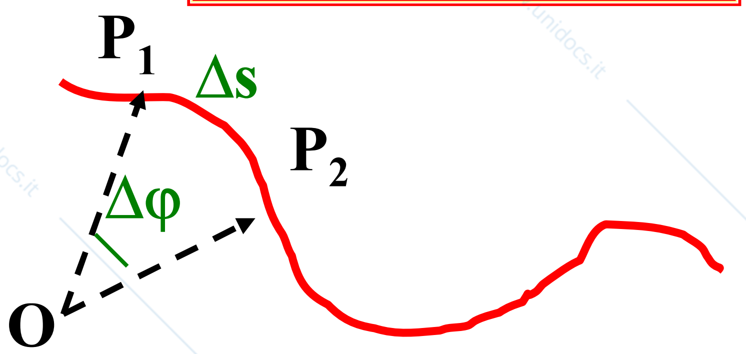
$$\begin{cases} x_o = 0 \\ y_o = 0 \end{cases}$$



L'equazione della traiettoria diventa:

$$y = (tg\theta_0)\, x + (-\tfrac{1}{2}\, g/v_x^{\,2})\, x^2$$

Velocita' angolare



$$d\varphi = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta\varphi = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta s / R$$

$$= ds / R = v\, dt / R$$

➔ $\omega = d\varphi / dt = v / R$ ***velocita' angolare (modulo)***

$$[\omega] = [v / R] = L\, T^{-1} L^{-1} = T^{-1}$$

E' conveniente introdurre un opportuno *vettore* $\underline{\omega}$ chiamato *velocita' angolare* con:

- **modulo:** $\omega = v / R$
- **direzione:** *ortogonale al piano del moto (che puo' cambiare istante per istante)*
- **verso:** *per convenzione, si assume quello per cui un osservatore, orientato come $\underline{\omega}$, vede il movimento del punto effettuarsi in senso antiorario*

Accelerazione angolare

$$\underline{\alpha} = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta\underline{\omega} / \Delta t = d\underline{\omega} / dt$$

vettore accelerazione angolare

$[\alpha] = T^{-2}$

Esempio: **In un moto circolare (*R* = cost):**

$$\underline{v} = v\,\underline{\tau} = (\omega R)\,\underline{\tau}$$

$$\underline{a} = (dv / dt)\,\underline{\tau} + (v^2 / R)\,\underline{n}$$

componenti intrinseche

$$= (\alpha R)\,\underline{\tau} + (\omega^2 R)\,\underline{n}$$

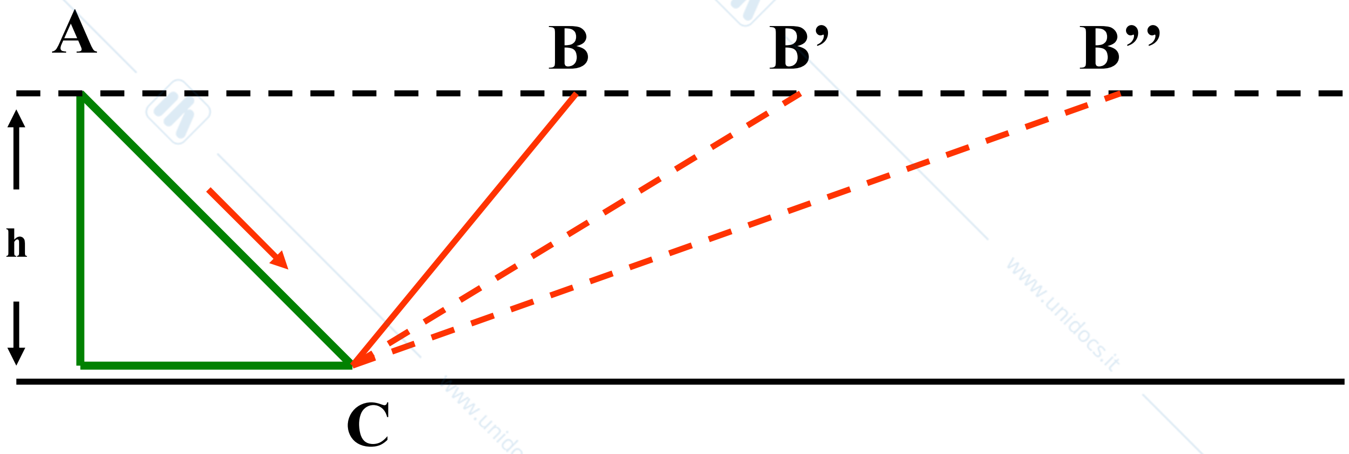
Principi della Dinamica Classica

Principio di relatività **(Galileo, Poincarè, Einstein)**

Il moto assoluto di un sistema di riferimento inerziale (*che cioè non interagisca col resto del mondo*) non puo' essere rivelato mediante alcun esperimento

* **Uso di particolari accorgimenti e dispositivi per lo studio del moto dei corpi (ad es.: *piano inclinato*)**

* **Esperienza fondamentale realizzata da Galileo:**



➔La tendenza di un corpo NON è di raggiungere lo stato di quiete (come affermato da Aristotele) ma di mantenere invariato il proprio stato di moto

Prima legge di Newton (*principio di inerzia*)

Un corpo qualunque che, osservato da un s.r. inerziale, risulti non soggetto a forze (cioè non interagisca col mondo circostante), o è in quiete o si muove con velocità costante (con modulo, direzione e verso costanti) cioè con moto rettilineo uniforme.

* La massa inerziale

* Seconda legge di Newton

Una massa *m* sulla quale agisce una forza *F* si muove, rispetto ad un s.r. inerziale, di moto accelerato, la cui equazione (ad *m* costante) e':

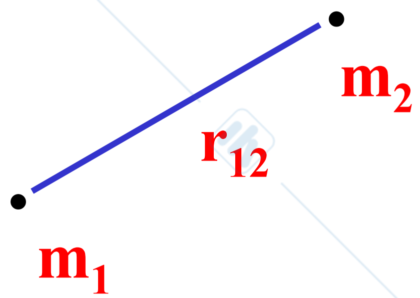
$$\underline{F} = m\,\underline{a}$$

[massa] = M **[Forza] = $M \cdot L \cdot T^{-2}$**

Unita' di Misura (S.I.): massa → kg
forza → kg · m / s^2 = N = Newton

Esempi di Forze

- ***Forza gravitazionale*** $\underline{F}_G$



- Forza attrattiva

- $|\underline{F}_G| = G\, m_1\, m_2 / (r_{12})^2$

N.B. Massa inerziale e Massa gravitazionale

Applicando il 2° principio, per esempio alla massa m_1:

$$\underline{F}_G = m_1 \underline{a}_1$$

e considerando solo i moduli:

$$G\, m_1\, m_2 / (r_{12})^2 = m_1\, a_1$$

$\rightarrow$ $a_1 = G\, m_2 / (r_{12})^2$ **accelerazione cui e' soggetto m_1 a causa della presenza di m_2 posto a distanza r_{12}**

Nel caso in cui m_2 sia la Terra ed m_1 un corpo sulla superficie terrestre, si ha che:

$$r_{12} \approx r_T \approx \text{costante}$$

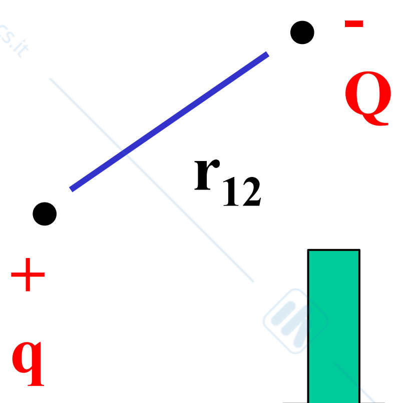
(possiamo, in prima approssimazione, considerare sferica la forma della Terra).

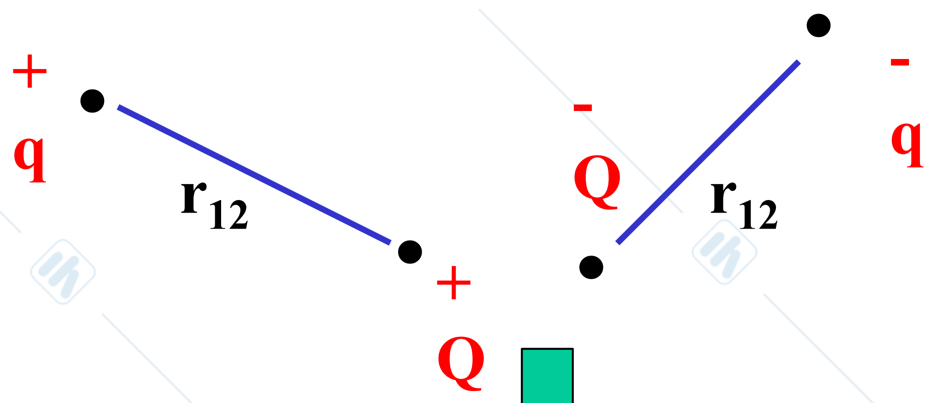
Inserendo i valori corrispondenti alla massa ed al raggio della Terra, si ottiene per *l'accelerazione di una massa in prossimita' della superficie terrestre:*

$$g = 9.8\ \text{m/s}^2$$

accelerazione di gravita'

- ***Forza elettrica*** $\underline{F}_E$





Forza attrattiva (cariche di segno opposto)

Forza repulsiva (cariche di ugual segno)

$$|F_{12}| = k\, qQ / (r_{12})^2$$

Sono di natura elettrica:	➔	**le forze di attrito**
	➔	**le forze di coesione**

Forza elastica

- Deformabilita' dei corpi
- Resistenza offerta dai corpi alla loro deformazione

Consideriamo un corpo di *lunghezza a riposo* x; *applichiamo una* forza che lo deformi e sia Δx la deformazione subita:

$$F_{elastica} \approx -k \cdot \Delta x$$

Legge di Hooke

Esempio: la bilancia

Moto su traiettoria curvilinea e Forza centripeta

Per percorrere con velocita' $\underline{v}$ una traiettoria *curvilinea* di raggio r la massa m deve essere assogettata ad un'accelerazione:

$$a = v^2 / r$$

diretta verso il centro della traiettoria (*centro del cerchio che meglio approssima la traiettoria punto per punto*).

Deve percio' esistere una forza di intensita' pari a:

$$m\, a = m\, v^2 / r$$

diretta verso il centro che rappresenta la traiettoria nel punto considerato. La forza deve quindi avere carattere *centripeto*

Milano

***Osservazione importante*:**

la forza centripeta *NON* e' un nuovo tipo di forza;

quando si parla di forza centripeta si intende

caratterizzare la direzione, il verso e l'intensita' della

forza necessaria a che il moto si realizzi; deve essere chiaro

che con tal nome non si vuol caratterizzarne l' origine,

che sara' naturalmente dovuta ad una delle forze fondamentali.

Esempi di forze centripete

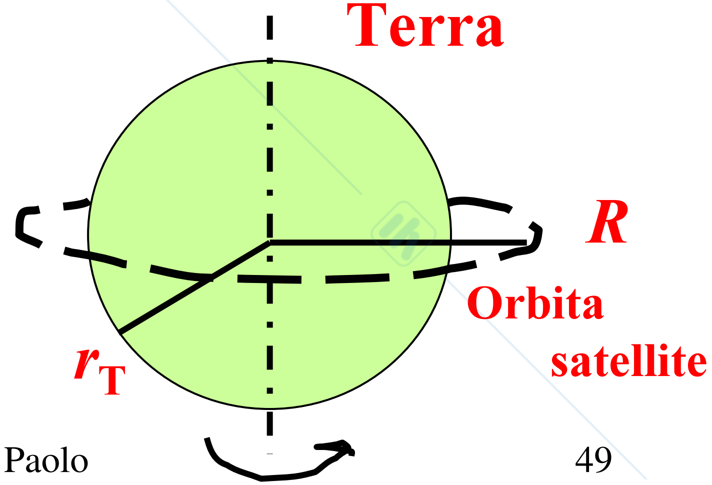
- Nella struttura atomica gli elettroni "orbitano" attorno ai nuclei; la forza *centripeta* necessaria (in tale descrizione approssimata di origine classica) e' fornita dall' ***attrazione elettrica*** *tra* elettroni (negativi) e protoni (positivi).

- Moto dei pianeti attorno al sole (e dei satelliti attorno al proprio pianeta): la forza *centripeta* e' data dall' ***attrazione gravitazionale***

- Satellite geostazionario

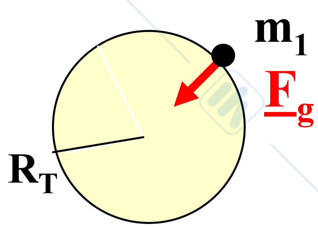
$$m_{sat}\, v^2/R = G\, m_T\, m_{sat} / R^2$$

$$\rightarrow \quad R = G\, m_T/v^2 \approx 36000 \text{ km}$$



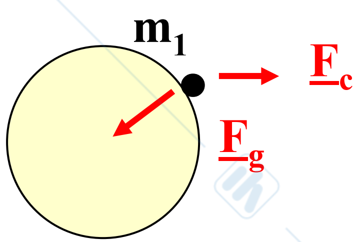
Osservazione su:
Forza Peso, Forza Gravitazionale e Forza centrifuga

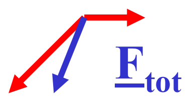
a) Se la Terra fosse una sfera costituita da tanti gusci concentrici (e’ una buona approssimazione) e fosse ferma:



$\underline{a} = \underline{g} \rightarrow \underline{F}_1 = m_1 \underline{g}$ **Forza peso agente su m_1**

b) Ma la Terra NON e’ ferma; ha molti movimenti ed in particolare ruota su se stessa. Questo fa si’ che ogni massa solidale con essa subisca un’ accelerazione centrifuga che la spinge verso l’esterno della traiettoria circolare percorsa





$$\underline{F}_{tot} = \underline{F}_g + \underline{F}_c$$

→**La forza peso agente su m_1 (e misurata per es. da una bilancia) e’ la risultante $\underline{F}_{tot}$**

Terza legge di Newton

L'esperienza mostra che, nel caso in cui due corpi *A* e *B* interagiscano tra loro, se su *A* agisce una forza $\underline{F}_A$, anche *B* e' assogettato ad una forza $\underline{F}_B$: le due forze hanno ugual modulo, ugual retta di applicazione e verso opposto:

$$\underline{F}_A = - \underline{F}_B$$

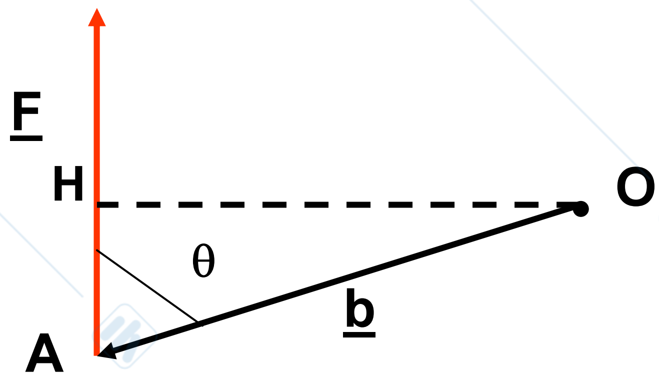
Il principio e' valido anche in situazioni di equilibrio.

N.B. Azione ($\underline{F}_A$) e reazione ($\underline{F}_B$) sono applicati a corpi diversi:

L'effetto globale NON e' nullo

Esempi: vari casi di trazione

Momento di una forza (rispetto ad un punto)



$$\underline{M}_{(o)} = \underline{b} \times \underline{F}$$

$$\Rightarrow \quad |\underline{M}| = b \cdot \sin\theta \cdot F$$

Anticipando risultati che dimostreremo in seguito:

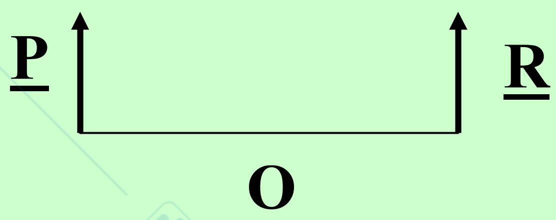
Condizioni per l'equilibrio di un corpo

$\sum \underline{F}_i = 0$ ***assenza di traslazioni***

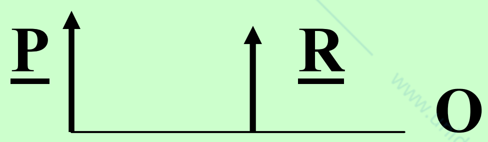
$\sum \underline{M}_i = 0$ ***assenza di rotazioni***

LEVE

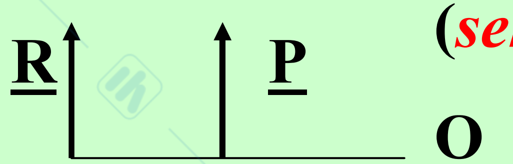
- **primo genere**: **il fulcro e' tra la potenza e la resistenza** (*vantaggiosa o svantaggiosa*)

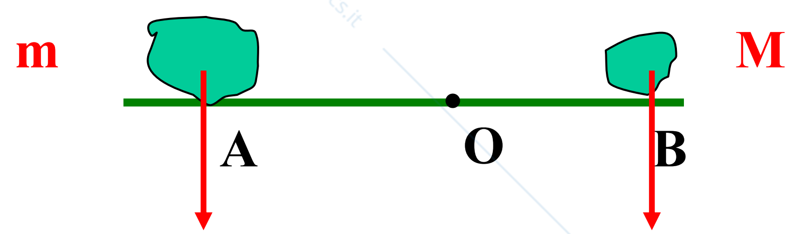


- **secondo genere**: **la resistenza e' tra il fulcro e la potenza** (*sempre vantaggiosa*)



- **terzo genere**: **la potenza e' tra il fulcro e la resistenza** (*sempre svantaggiosa*)



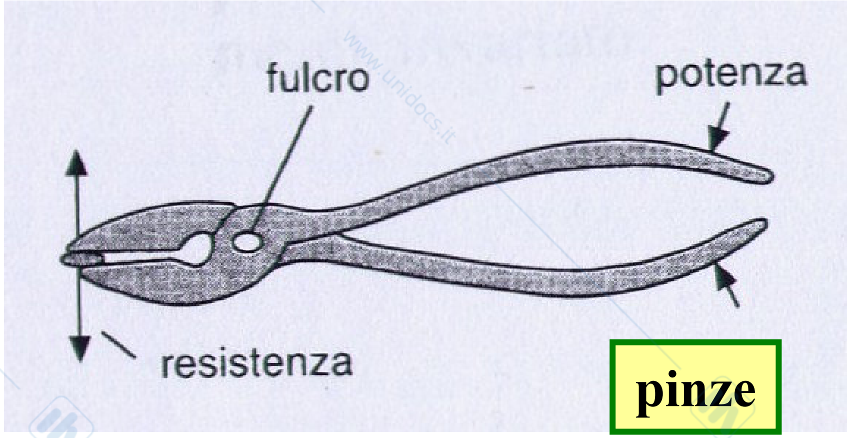


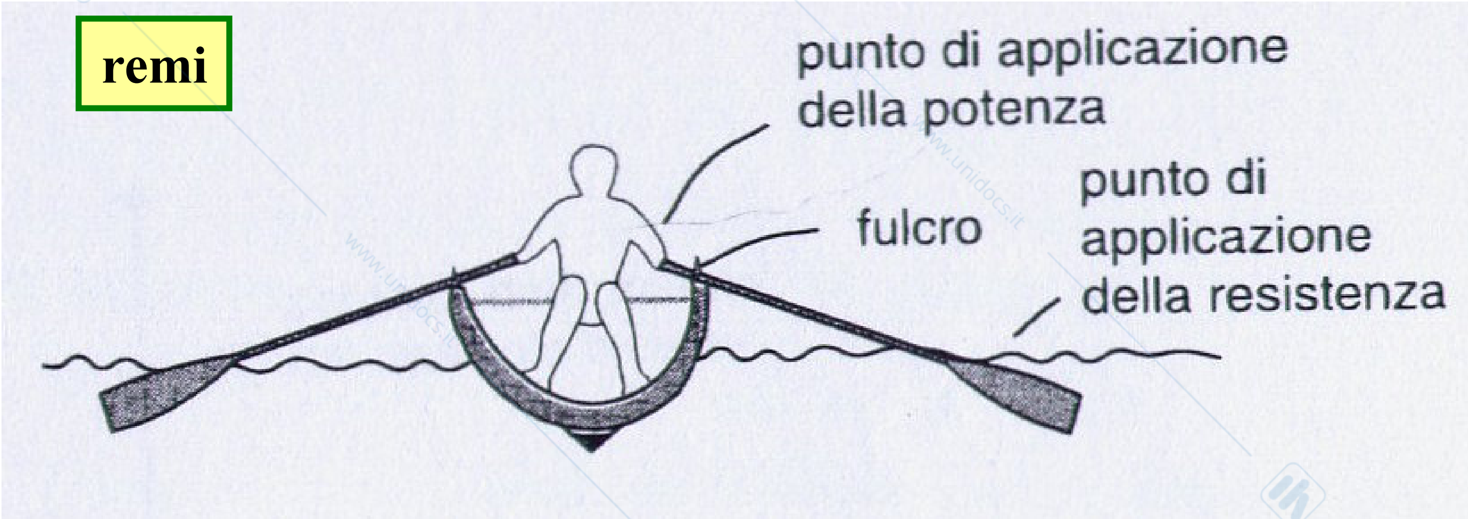
OA = a
OB = b

La condizione di equilibrio rotazionale, cioè assenza di rotazioni attorno all'asse passante per O, equivale alla "compensazione" tra i due momenti torcenti:

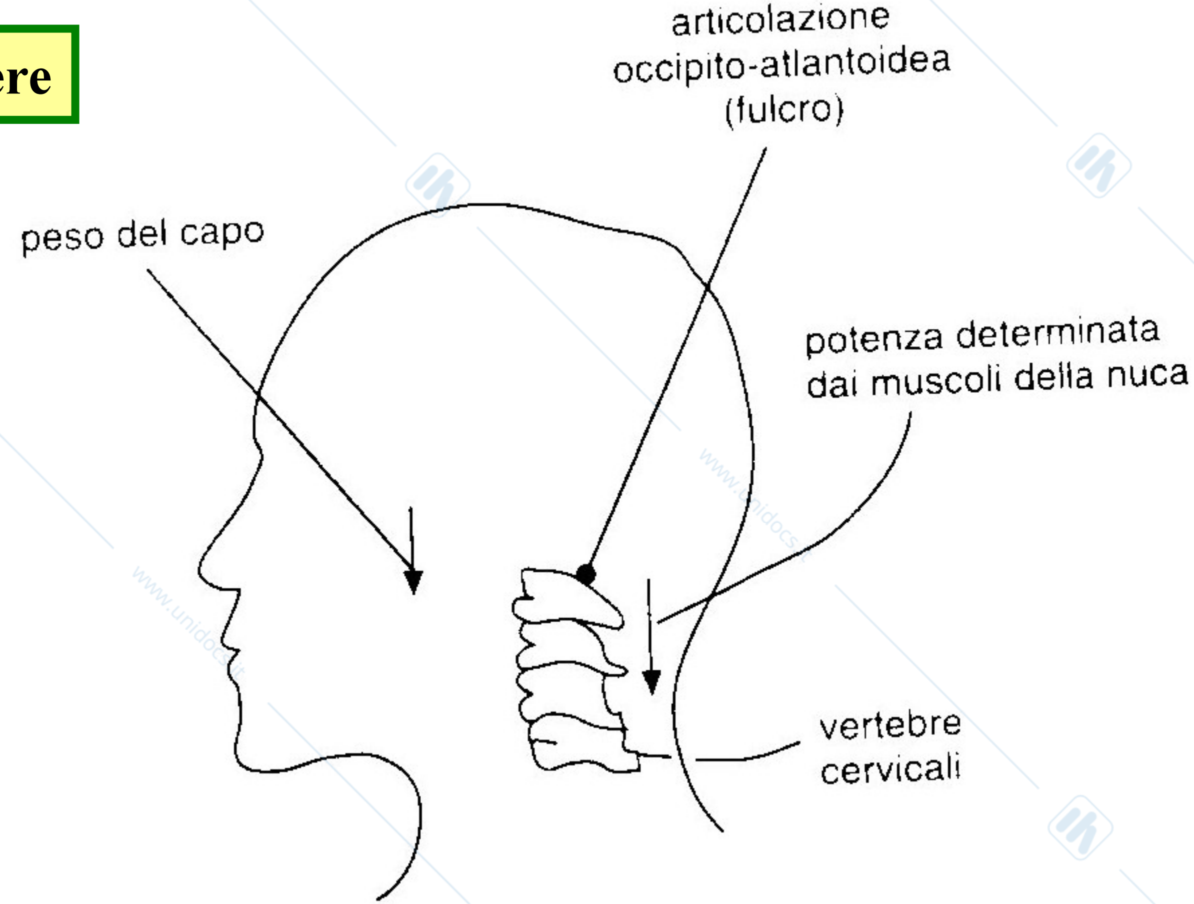
$$\boxed{(mg)\,a = (Mg)\,b}$$

Leva 1º genere

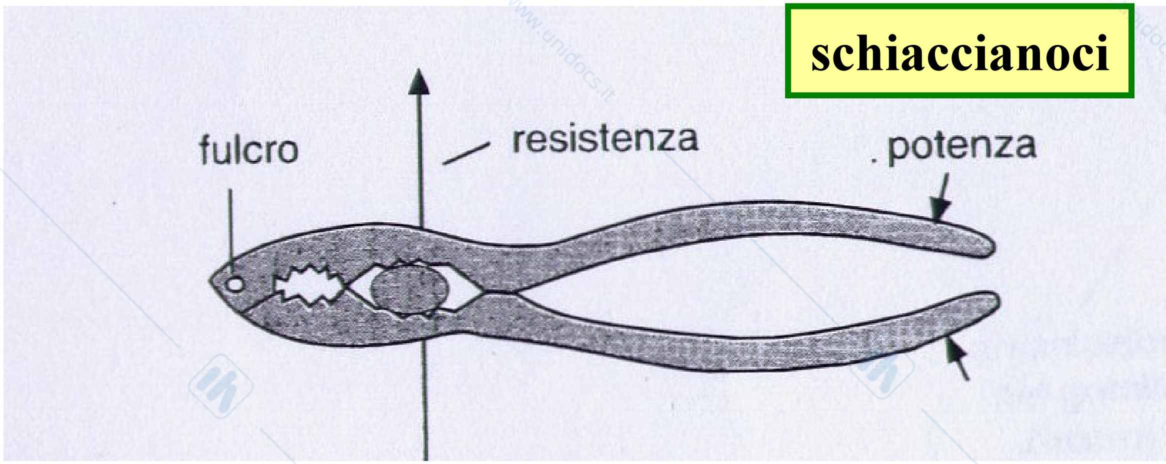




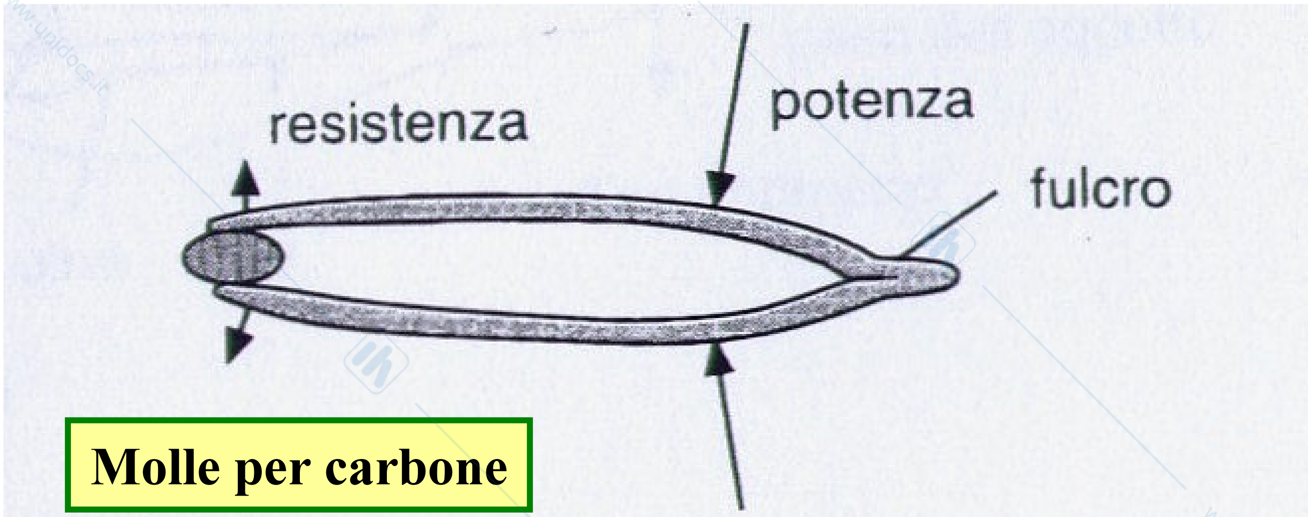
Leva 1° genere



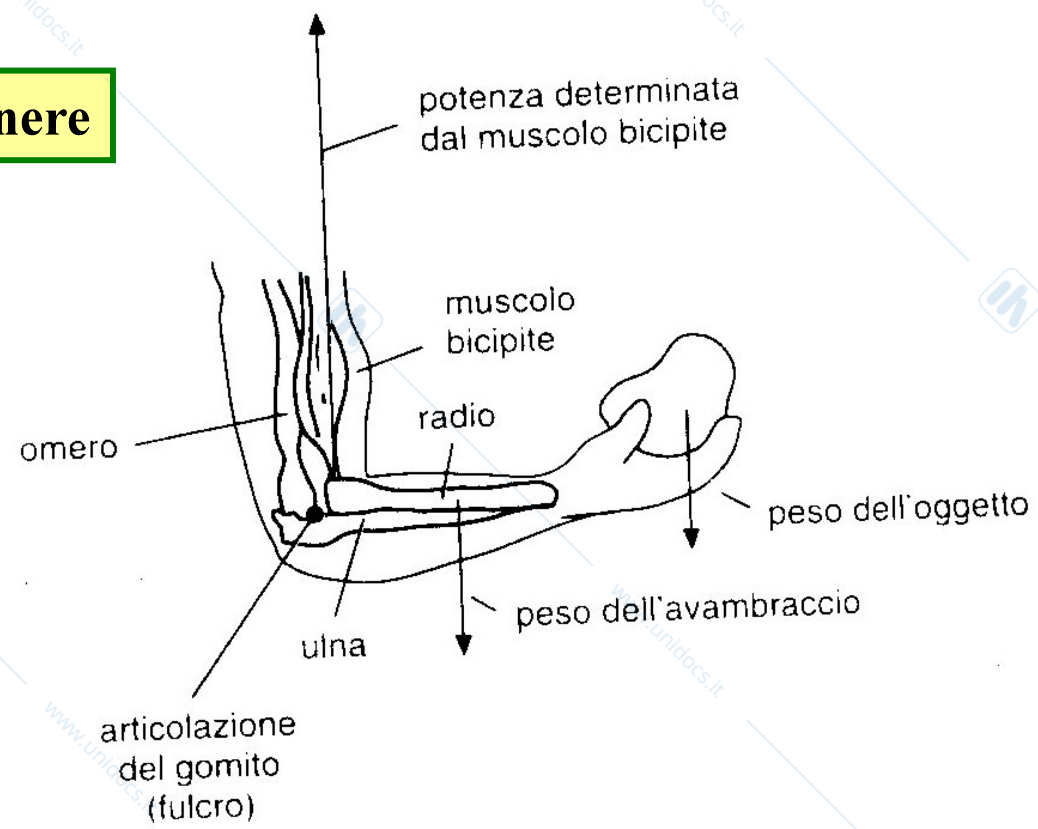
Leva 2° genere

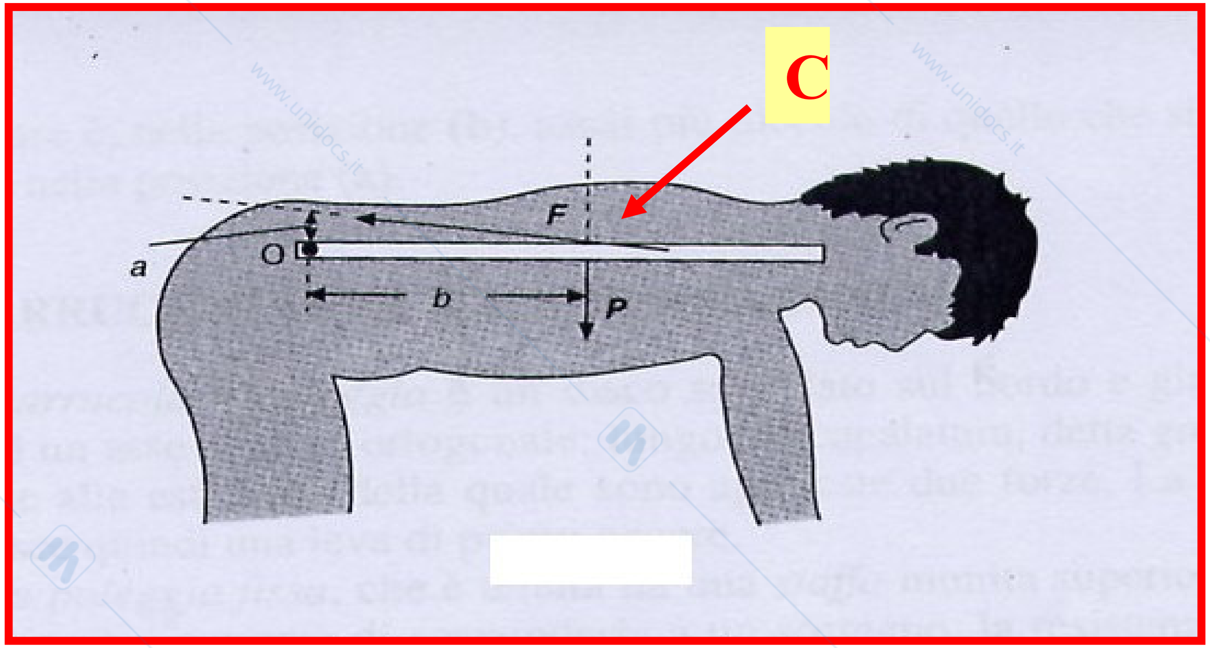


Leva 3° genere



Leva 3° genere

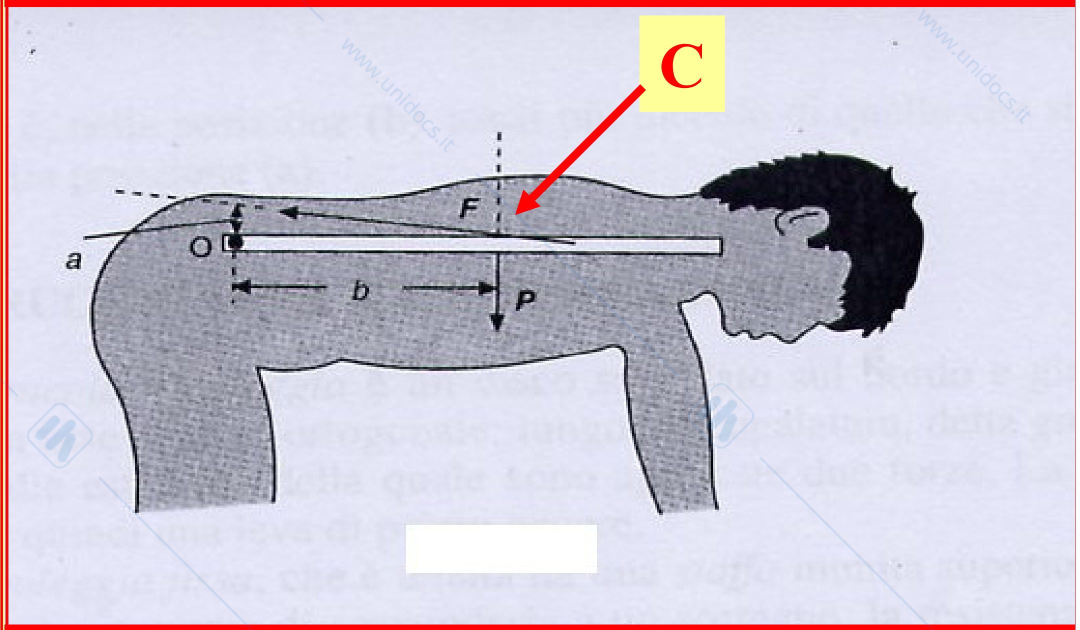




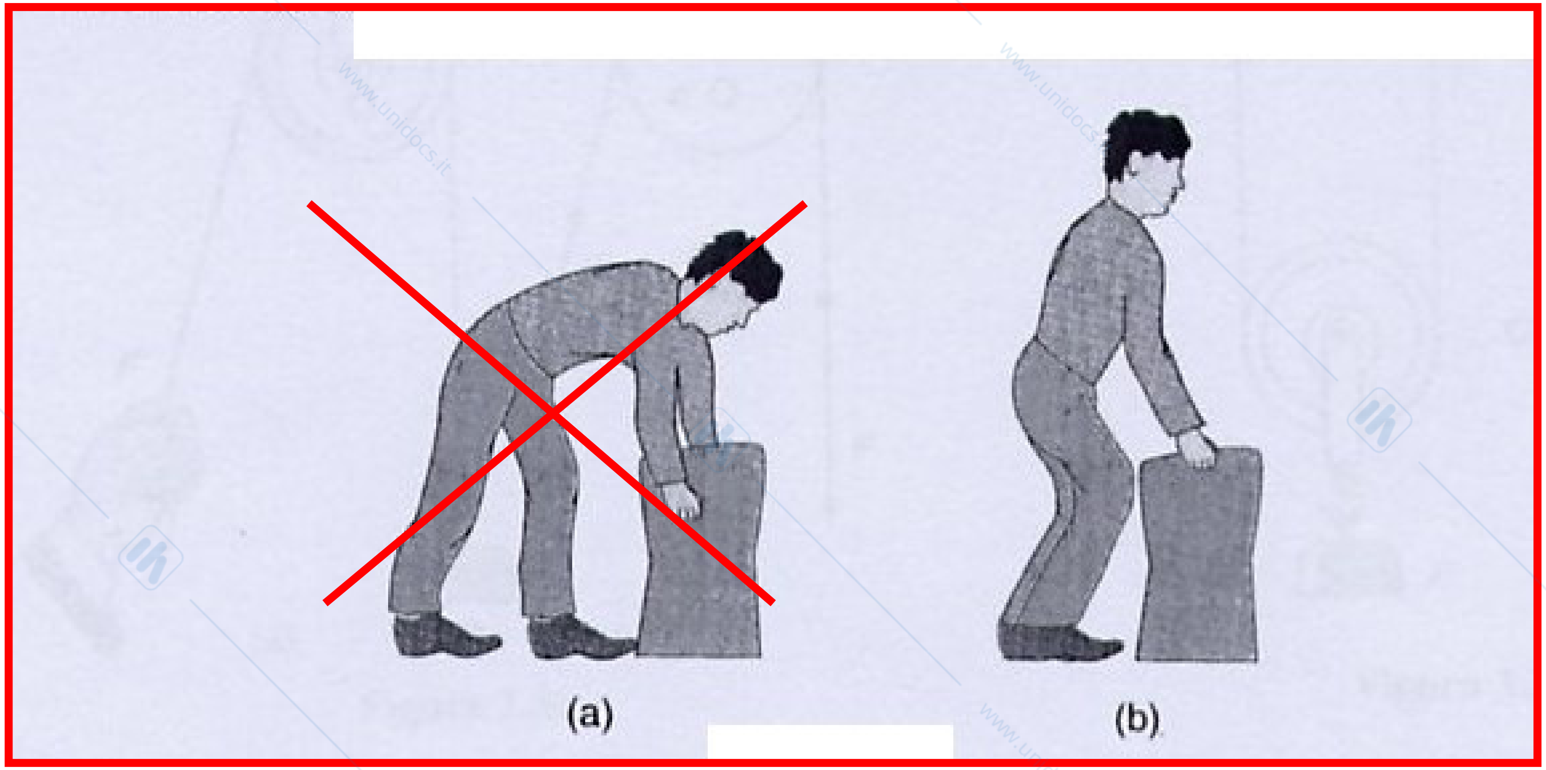
Piegandosi per sollevare un peso viene esercitata una forza molto grande sul disco lombosacrale che separa l'ultima vertebra dall'osso sacro che sostiene la colonna vertebrale. L'indebolimento di questo disco può causargli lesioni e/o deformazioni, provocando pressione sui nervi vicini e quindi un dolore che può risultare anche molto intenso.

Come spiegare l'origine di tale forza?

Schematizziamo la colonna vertebrale ed i muscoli della schiena come una *leva* con il fulcro O centrato sull' ultimo disco intervertebrale. La *potenza F* è la forza risultante prodotta dai muscoli per equilibrare la *resistenza* costituita dal peso *P* del tronco, della testa e delle braccia (circa il 65% del peso totale del corpo) e dal peso dell'oggetto che si vuol sollevare: si può pensare che la risultante di tali pesi sia applicata al centro di massa *C*.



La forza *F* agisce lungo una retta d'azione poco inclinata rispetto al piano orizzontale: il braccio *a* di tale forza è perciò molto più piccolo del braccio *b* della forza peso *P*.
L'equilibrio dei momenti agenti viene pertanto assicurato con una forza *F* di intensità corrispondentemente molto maggiore dell'intensità della forza peso.
Ciò è vero anche se ci si piega senza sollevare nessun peso: in tal caso la forza esercitata dai muscoli della schiena è circa tre volte maggiore del peso corporeo.
E' di conseguenza molto grande la componente orizzontale della forza *F*, che è la forza che sollecita direttamente la parte terminale della colonna vertebrale.



Le considerazioni precedenti ci portano a concludere che, dovendo sollevare un peso, per evitare di sottoporre la colonna vertebrale a grandi sollecitazioni, è opportuno scegliere la configurazione (b) flettendo le ginocchia e tenendo il tronco pressocché verticale, in modo che il fulcro O sia a piccola distanza dalle rette d'azione delle forze peso e sia quindi più piccolo (rispetto alla posizione (a)) il momento resistente da equilibrare.

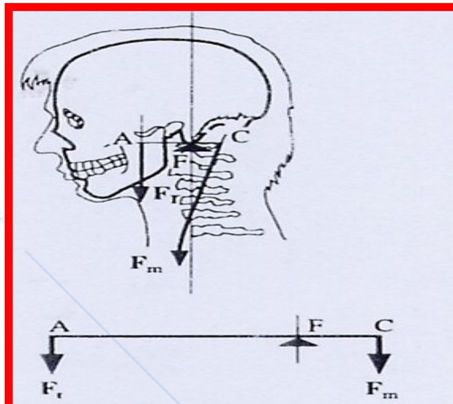


Fig. 3.14. Leva di primo tipo: articolazione di appoggio della testa .

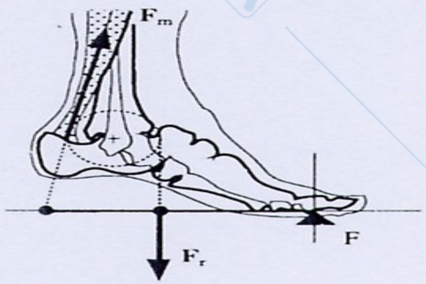


Fig. 3.15. Leva di secondo tipo: articolazione del piede in elevazione sulle punte.

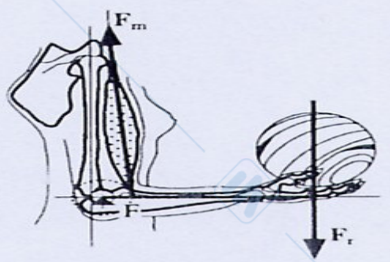
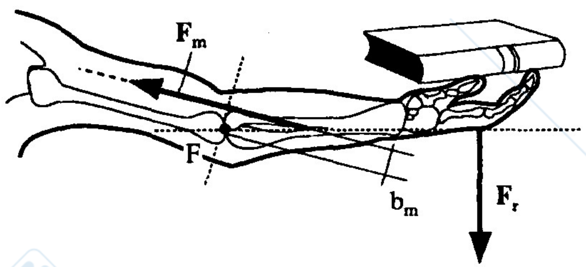
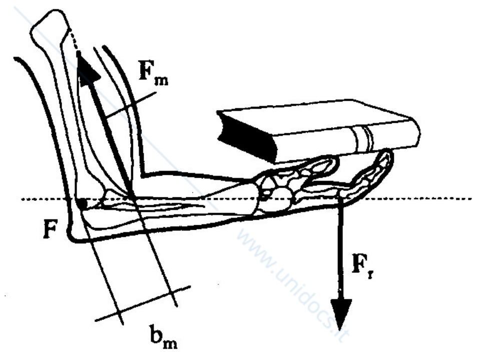
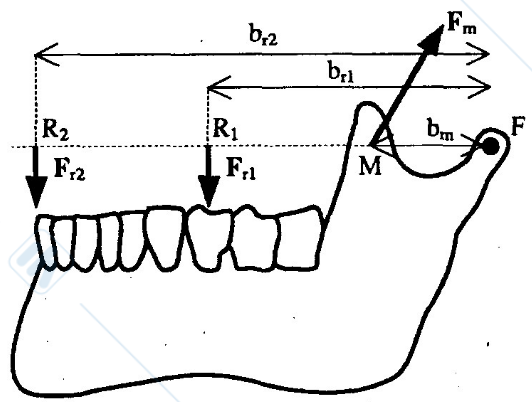


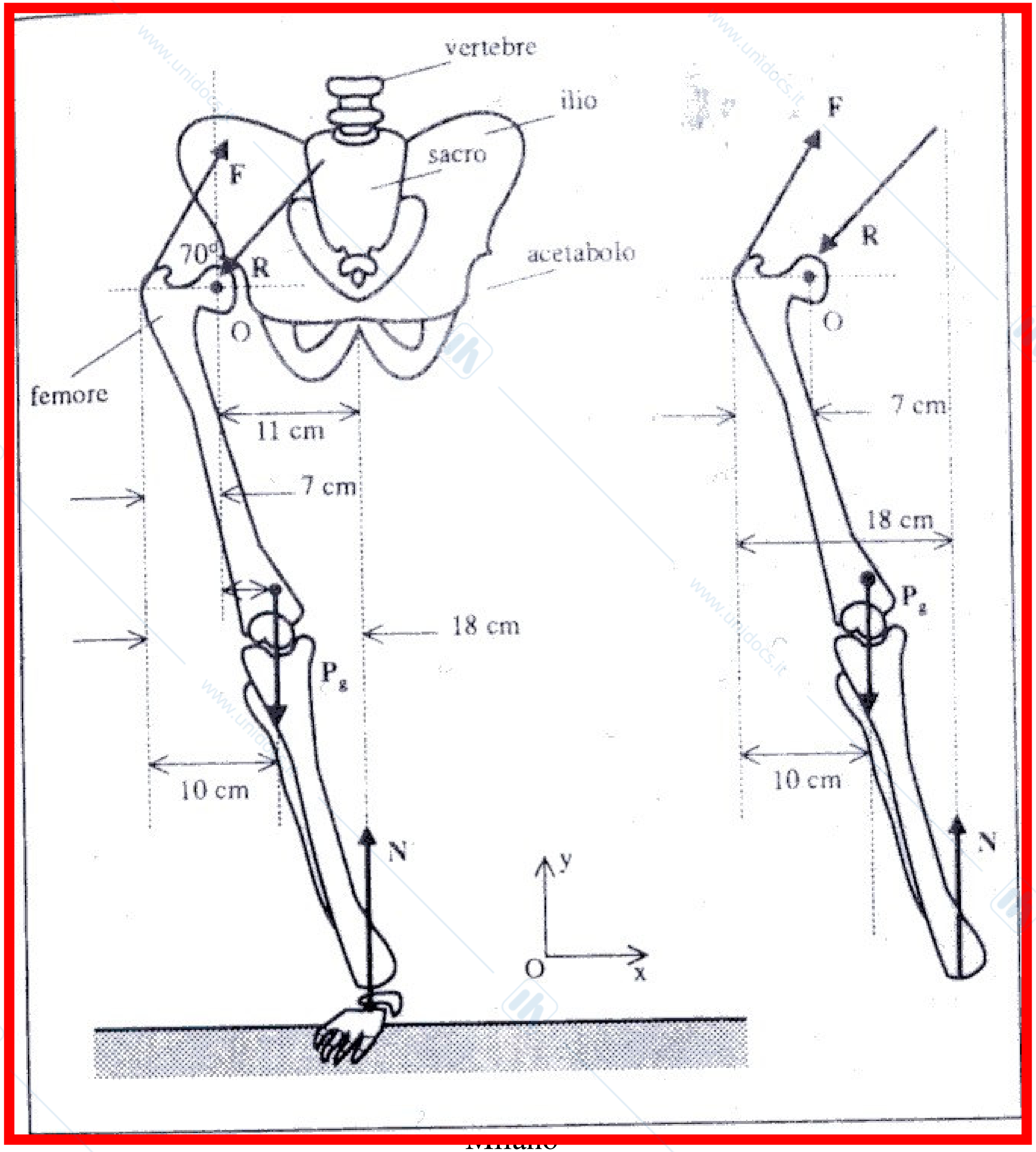
Fig. 3.16. Leva di terzo tipo: articolazione del gomito.







Fis

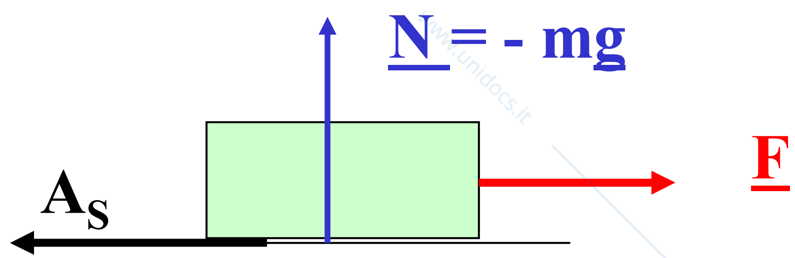

vertebre
ilio
sacro
acetabolo
F
R
70°
O
femore
11 cm
7 cm
18 cm
P_g
10 cm
N
y
x
O
F
R
O
7 cm
18 cm
P_g
10 cm
N

Le Forze di attrito

- **Sono dovute ad *Interazioni Elettromagnetiche* molto complesse correlate con la forma e la natura chimica dei corpi coinvolti.**

- **Per semplicità, e tenendo conto dei risultati empirici, i processi che, attraverso tali interazioni elettromagnetiche, alterano i fenomeni che si stanno studiando, vengono schematizzati con l'intervento di una *forza di attrito*.**

⇒ *Attrito radente*



Risultato sperimentale:

Il massimo valore che la forza di *attrito statico* puo' assumere e' proporzionale alla componente *normale* $\underline{N}$ della forza di contatto

$A_S \leq \mu_S N$

μ_S = coefficiente di attrito statico (*NON* dipende dall'estensione della superficie di appoggio ma dalla *NATURA* dei corpi a contatto)

Per $F > A_s = \mu_S N$ il corpo si mette in moto, ostacolato dall'attrito dinamico: questa forza e', in modulo, quella necessaria a mantenere il moto del corpo con $v = cost$ mentre striscia sul piano; la *direzione* e' quella della *velocita'* ed il verso e' opposto al moto.

$$\boxed{A_d \leq \mu_d N}$$

μ_d = coefficiente di attrito dinamico (praticamente *indipendente* dalla velocita' e dall'estensione della superficie di contatto; dipende dalla *NATURA* dei materiali in contatto)

In genere, a parita' di condizioni:

$$\boxed{\mu_d \sim 4/5\ \mu_s}$$

⇒ *Attrito volvente*

Resistenza al rotolamento di un cilindro (o una sfera) su un piano

⇒ *Attrito viscoso*

- **viscosita'**
- **corpo in movimento in un fluido: si manifesta una forza resistiva, opposta al verso del moto e, per velocita' non elevate, proporzionale alla velocita':**

$$\boxed{\underline{F}_{vis} = -\beta\,\underline{v}}$$

- **β dipende dalle dimensioni e dalla forma del corpo e dalla natura del fluido**

Per es.: sfera di raggio R in fluido con viscosita' η:

$$\beta = 6 \pi R \eta$$

- $\eta = \eta(T)$:
  - **aumenta all'aumentare di *T* nei gas (*dipende dagli urti tra le molecole*)**
  - **diminuisce all'aumentare di *T* nei liquidi (*dipende dalle forze di coesione tra le molecole*)**

- $[\eta] = F\,T\,L^{-2}$ **kg/m s**

Moto di un grave in presenza di resistenza viscosa

$$\mathbf{mg} - \beta \underline{\mathbf{v}} = \mathrm{m}\, \underline{\mathbf{a}} \qquad (1)$$

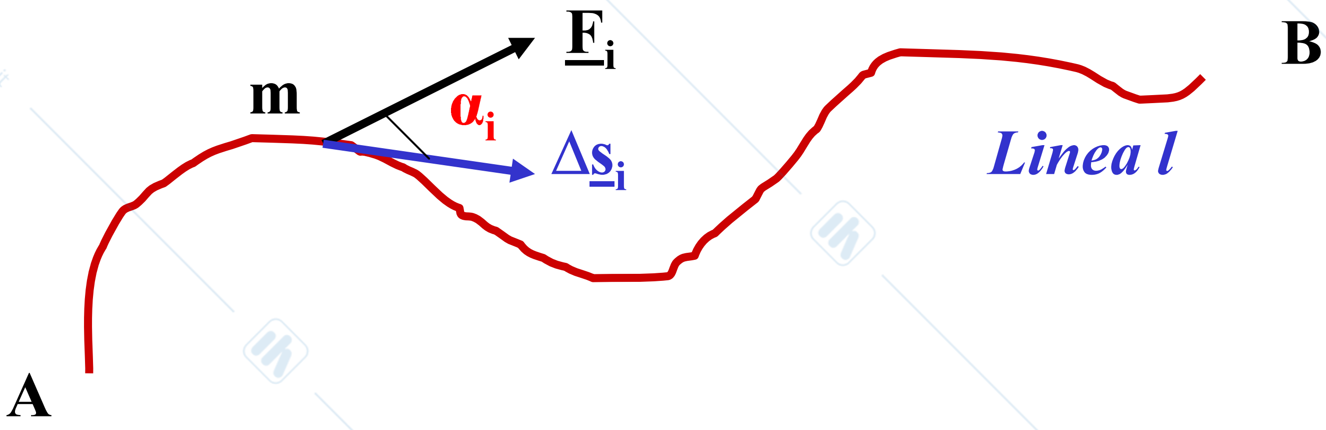
Dalla (1) si vede che, poste le condizioni iniziali: $v(t=0) = 0$, $a(t=0) = g$

negli istanti successivi la velocita' aumenta ma l'accelerazione diminuisce: $\underline{a} = \underline{g} - (\beta / m)\, \underline{v}$

fino ad annullarsi quando: $v = v_R = m\, g / \beta$

Da questo punto in poi la *Risultante* delle forze agenti sul corpo *si annulla* ed il corpo si muove di *moto uniforme* con una velocita' pari a v_R (*velocita' di Regime*)

Lavoro ed Energia



Suddivido il percorso da *A* a *B* in *N* spostamenti $\Delta \underline{s}_i$, con i = 1,…, N:

$$\Delta L_i = \underline{F}_i \cdot \Delta \underline{s}_i = F_i \, \Delta s_i \cos\alpha_i$$

NB: se $\underline{F}_i$ e $\Delta \underline{s}_i$ sono perpendicolari ($\underline{F}_i \perp \Delta \underline{s}_i$):

$$\rightarrow \alpha_i = \pi/2 \rightarrow \cos \alpha_i = 0 \rightarrow \Delta L_i = 0$$

Il lavoro totale e' dato da:

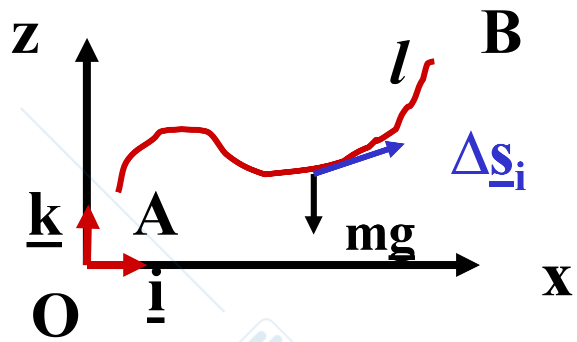
$$L_{AB|\,linea\ l} = \Sigma_{\,i=1\ldots N}\, (\underline{F}_i \cdot \Delta \underline{s}_i)|_{\,linea\ l} = \Sigma_{\,i=1\ldots N}\, (F_i\, \Delta s_i \cos\alpha_i)|_{\,linea\ l}$$

In generale il lavoro dipende dal percorso seguito

$[L] = [F\ S] = M\ L\ T^{-2}\ L = M\ L^2\ T^{-2}$

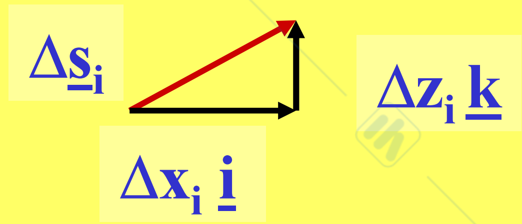
Nel S. I.: N m = Joule (J)

Lavoro della Forza Peso



$$\underline{mg} = -\,mg\,\underline{k}$$

$$\Delta \underline{s}_i = \Delta x_i\,\underline{i} + \Delta z_i\,\underline{k}$$



$$L_{AB|\,l} = (\Sigma\,\underline{mg} \cdot \Delta \underline{s}_i)_l = -\,mg\,(\Sigma\,\underline{k} \cdot \Delta \underline{s}_i)_l$$

$$= -\,mg\,[\Sigma\,\underline{k} \cdot (\Delta x_i\,\underline{i} + \Delta z_i\,\underline{k})]_l$$

$$= -\,mg\,(\Sigma\,\Delta z_i\,)_l$$

Il lavoro della forza peso NON dipende dal cammino seguito dalla massa per spostarsi da A a B, ma solo dalla differenza di quota tra A e B

$$\rightarrow L_{Ab|\,l} = -\,mg\,(z_B - z_A)$$

$$= mg\,z_A - mg\,z_B$$

Energia Potenziale

Le forze che – come visto per la forza peso – producono un *lavoro* ***INDIPENDENTE*** dal cammino seguito per spostarsi da A a B e dipendente solo dalla posizione iniziale A e da quella finale B sono dette **FORZE CONSERVATIVE**.
Per esse e' possibile quindi definire una *funzione della posizione* $U(\underline{r})$ detta *funzione energia potenziale* tale che:

$$L_{AB} = U(A) - U(B)$$

Nel caso della forza peso:

$$U(\underline{r}) = mgz + cost$$

In modo che:

$$L_{AB} = mgz_A - mgz_B = U(A) - U(B)$$

Energia Cinetica

$E_c = \frac{1}{2} m v^2$ ≡ **energia cinetica della massa *m* che si muove con velocita' *v***

E' possibile dimostrare il seguente risultato:

$$L_{AB} = E_c(B) - E_c(A)$$

Teorema dell'Energia Cinetica
(valido SEMPRE)

Ovvero: $L_{AB} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$

Principio di conservazione dell' ENERGIA MECCANICA

In presenza di ***Forze Conservative***, mettendo insieme la definizione di ***Energia Potenziale*** ed il ***Teorema dell 'Energia Cinetica***, si ottiene:

$$L_{AB} = E_C(B) - E_C(A) = U(A) - U(B)$$

Forze conservative

$$\boxed{U(A) + E_C(A) = U(B) + E_C(B) = E}$$

La somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale (cioè l' ENERGIA MECCANICA) è *indipendente* dal tempo, è cioè *costante*

Se sono presenti anche Forze *NON CONSERVATIVE*
***(per esempio attriti)*:**

$$(L_{AB})^{tot} = (L_{AB})^{cons} + (L_{AB})^{non\ cons}$$

$$\boxed{U(A) + E_C(A) = U(B) + E_C(B) - (L_{AB})^{non\ cons}}$$

La forza dissipativa (attrito) rappresenta perciò un meccanismo attraverso il quale l'energia si deteriora, ovvero si dissipa.

Sommario degli argomenti trattati

per un punto materiale:

Come caratterizzarne il moto: vettori ***posizione***, ***velocità***, ***accelerazione***

Come studiarne i ***cambiamenti*** dello stato di moto:

Primo, Secondo e Terzo principio di Newton

Il ***lavoro*** di una forza;

l' ***Energia Cinetica*** ed il suo legame con il lavoro;

Le ***forze conservative***, l' ***Energia Potenziale*** e la ***Conservazione dell'Energia Meccanica***