



Appello – 21 Gennaio 2020

1)

- Si consideri una sfera di raggio a in cui è distribuita uniformemente una carica Q e se ne determinino il campo elettrico \mathbf{E} (*modulo, direzione e verso*) e il potenziale V in ogni punto dello spazio. Successivamente, una particella puntiforme di carica q e massa m viene lanciata da distanza infinita verso il centro della sfera.
- Si determini il valore v_1 della velocità iniziale perché la particella attraversi completamente la sfera.
- Si dica, giustificando la risposta, cosa avviene se la particella ha velocità iniziale $v_2 > v_1$.

2)

- Si descrivano le principali differenze tra le caratteristiche del campo elettrostatico e di quello magnetostatico nel vuoto.
- Si mostri come queste differenze siano evidenti nelle equazioni che regolano il comportamento dei due campi.
- Si discuta cosa cambia in condizioni non stazionarie.

3)

- Si dia la definizione di onda.
- Si ricavi l'equazione delle onde elettromagnetiche a partire dalle equazioni di Maxwell.
- Si enuncino le proprietà delle onde piane.

4) La radiazione corrispondente al doppietto del sodio ($\lambda_1 = 589.0$ nm e $\lambda_2 = 589.6$ nm) incide su un reticolo di diffrazione e la distribuzione di luce prodotta da questo viene osservata su uno schermo a distanza $L = 1$ m. Si desidera che il doppietto del sodio venga risolto al primo ordine e che le righe corrispondenti a λ_1 e λ_2 siano separate di $\Delta x = 100$ μm . Si calcoli:

- il numero N di fenditure che il reticolo deve avere;
- la dispersione D del reticolo in questa condizione.

Nota:

Si invitano gli studenti a:

- Scrivere in stampatello NOME, COGNOME e numero di MATRICOLA e a FIRMARE ogni foglio;
- MOTIVARE e COMMENTARE adeguatamente ogni risultato.

21/01/20

① Gauss + simmetria sferica:

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \rightarrow 4\pi r^2 E(r) = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \underline{r > a}: Q_{int} = Q \rightarrow E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \rightarrow \vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r \quad (E(r) = \vec{E} \vec{u}_r)$$

$\underline{r < a}$:

carica x unità di volume

$$\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3} \rightarrow \rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3} \cdot dV = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{n} \cdot dS = \rho / \epsilon_0 \rightarrow 4\pi r^2 E(r) = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3 \epsilon_0} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^3} r$$

• $V = \underline{r > a}: V(r) - V(\infty) = \int_{V(r)}^{V(\infty)} dV = - \int_{\infty}^r E(r) dr \rightarrow V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$

$\underline{r < a}: V(r) = V(\pi) - V(a) + V(a) - V(\infty) = - \int_a^{\pi} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^3} r dr + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a}$

$$= - \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 a^3} (r^2 - a^2) + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} \rightarrow V(r) = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 a} \left(3 - \frac{r^2}{a^2} \right)$$

• $Q \cdot q > 0: E_p^o = E_k^{\infty} \quad E_p^o = \frac{3Q}{8\pi\epsilon_0 a} \quad E_k^{\infty} = \frac{1}{2} m v_1^2 \quad Q \cdot q < 0: E_c^o + E_p^o = E_p^{\infty}$

$$\frac{3Q}{8\pi\epsilon_0 a} = \frac{1}{2} m v_1^2 \rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 m a}}$$

$E_c^{\infty} = E_c^o + E_p^o$
 $E_c^{\infty} \geq E_p^o$
 ($E_p^o < 0$; vale sempre per $v_1 > 0$)

④ • $\frac{2\pi}{\lambda_1} d \sin \theta = (1 + \frac{1}{N})\pi \rightarrow \sin \theta = \frac{N+1}{N} \frac{\lambda_1}{d}$

$\frac{2\pi}{\lambda_2} d \sin \theta = \pi \rightarrow \sin \theta = \frac{\lambda_2}{d}$

$\frac{N+1}{N} \frac{\lambda_1}{d} = \frac{\lambda_2}{d} \quad (N \neq 0) \rightarrow N\lambda_1 + \lambda_1 = N\lambda_2$

$$N = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = 983$$

• $D = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{1}{d \cos \theta} = \frac{1}{\sqrt{d^2 - \lambda^2}} = 1,65 \cdot 10^{-9} \text{ m}^{-1}$

$\frac{\pi}{\lambda_1} d \sin \theta_1 = \pi \quad \frac{\pi}{\lambda_2} d \sin \theta_2 = \pi$

$$\frac{x_1}{L} = \text{tg } \theta_1 \quad \frac{x_2}{L} = \text{tg } \theta_2 \rightarrow x_2 - x_1 = \Delta x = L (\text{tg } \theta_2 - \text{tg } \theta_1)$$

$\sin \theta \approx \text{tg } \theta \rightarrow \Delta x = L (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$

$$\Delta x = L \left(\frac{\lambda_1}{d} - \frac{\lambda_2}{d} \right) \rightarrow d = 6 \mu\text{m}$$