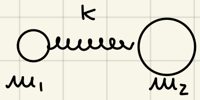
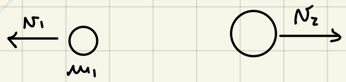
FISICA TEORIA

SISTEMI DI PUNTI

PROBLEMA



→ LE DUE MASSE SONO COLLEGATE DA UNA CORDA LA QUALE VIENE POI TAGLIATA



MI ASPETTO CHE L'OGGETTO PIÙ PESANTE SI MUOVA DI MENO

- INCOGNITE DEL PROBLEMA: $\vec{v}_{1\,MAX}$; $\vec{v}_{2\,MAX}$ (VELOCITÀ FINALI)

  → MI SERVONO DUE EQUAZIONI

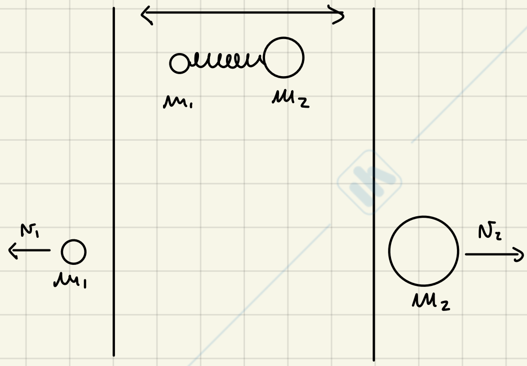
- FORZE PRESENTI: y) $P = N$

  x) F_{el} → 1° EQUAZIONE: Una delle due equazioni mi viene data dalla CONSERVAZIONE E_M

INI. $U_{el} = \frac{1}{2} k \Delta x^2$; $K_1 = K_2 = 0$

FIN. $U_{el} = 0$; $K_1 = \frac{1}{2} m |v_{1\,MAX}|^2$

$K_2 = \frac{1}{2} m |v_{2\,MAX}|^2$

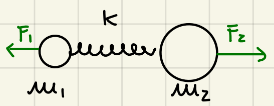


→ APPLICO TEOREMA CONSERVAZIONE ENERGIA MECCANICA IN QUANTO NON CI SONO FORZE NON CONSERVATIVE

⇒ $\boxed{1° \text{ EQUAZIONE}}$

$\Delta E_M = 0 \longrightarrow \underset{\text{INI.}}{U_{el}} = \underset{\text{FIN.}}{K_1 + K_2} \longrightarrow \frac{1}{2} m \Delta x^2 = \frac{1}{2} m\, v_{1\,MAX}^2 + \frac{1}{2} m\, v_{2\,MAX}^2$

[Devo trovare seconda equazione]



$(m_1 < m_2)$

$|F_{el}| = k \cdot \Delta l$ (1° DINAMICA = $F = m \cdot a$)

PERCIÒ: $m_1 \cdot a_1 = F_{el} \longrightarrow a_1 = \frac{F_{el}}{m_1}$

$m_2 \cdot a_2 = F_{el} \longrightarrow a_2 = \frac{F_{el}}{m_2}$

→ DOVE $a_1 > a_2$ IN QUANTO $m_1 < m_2$ E SONO INV. PROPORZIONALI NELLA LORO FORMULA

SEGUE CHE $v_1 > v_2$

SEGUE CHE: $\vec{F_1} + \vec{F_2} = 0 =$

$= m_1 \cdot \vec{a_1} + m_2 \cdot a^2 = 0 =$

$= m_1 \cdot \dfrac{\vec{v_1}}{dt} + m_2 \cdot \dfrac{\vec{v_2}}{dt} = 0 =$

QUANTITÀ DI MOTO SU UN SINGOLO CORPO

$= \dfrac{d}{dt}(m_1 \cdot \vec{v_1}) + \dfrac{d}{dt}(m_2 \cdot \vec{v_2}) = 0 \rightsquigarrow \dfrac{d}{dt}(\vec{P_1} + \vec{P_2}) = \dfrac{d\vec{P}}{dt}$

PERCIÒ: → $\boxed{\text{2° EQUAZIONE}}$

$$\sum \vec{F} = \frac{d}{dt}\vec{P} = \sum_{i=1}^{N} \vec{P_i}$$

⟹ CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO

SPIEGAZIONE:

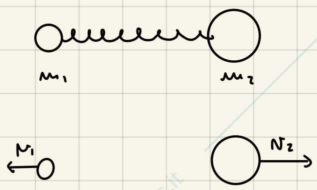
$F_1 + F_2 = 0 = \dfrac{d}{dt}(m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2})$

→ SE UNA DERIVATA VALE ZERO (OSSIA NULLA) SIGNIFICA CHE L'ARGOMENTO È COSTANTE

$(m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2}) \Rightarrow$ COSTANTE

CONSERVAZIONE QUANTITÀ DI MOTO

$\vec{P} = \vec{P_1} + \vec{P_2} = 0$



$\vec{P}_{INI} = m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2} = 0$

$\vec{P}_{FIN} = -(m_1 \vec{v}_{1MAX})\hat{U}_x + (m_2 \vec{v}_{2MAX})\hat{U}_x$

→ ESSENDO LA QUANTITÀ DI MOTO CONSERVATIVA BASTA EGUAGLIARE $\vec{P}_{FIN.}$ E $\vec{P}_{INI.}$

EGUAGLIANZA: $0 = m_2\vec{v}_{2MAX} - m_1\vec{v}_{1MAX} =$

$= v_{1MAX} = \underbrace{\dfrac{m_2}{m_1}}_{>1} \cdot v_{2MAX}$

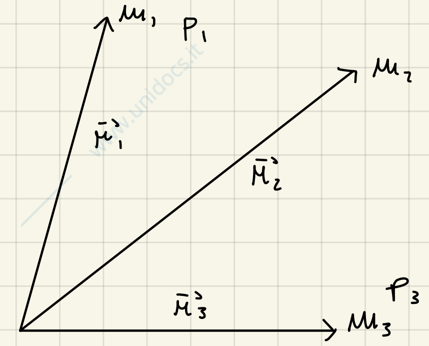
$= v_{2MAX} = \underbrace{\dfrac{m_1}{m_2}}_{<1} \cdot v_{1MAX}$

SOSTITUENDO:

- $|v_{1MAX}| = \sqrt{\dfrac{2K}{m_1\left(1 + \dfrac{m_1}{m_2}\right)}} \cdot |\Delta l|$

- $|v_{2MAX}| = \sqrt{\dfrac{K}{m_2 \cdot \left(1 + \dfrac{m_2}{m_1}\right)}} \cdot |\Delta l|$

SISTEMI DI PUNTI E CENTRO DI MASSA



$$r_{CM} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \dots + m_N r_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$$

→ OTTENGO BARICENTRO DELLA DISTRIBUZIONE (POSIZIONE DEL CENTRO DI MASSA)

↓

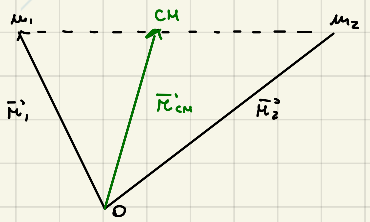
Punto che sta in mezzo alle posizione di tutte le masse

→ CONCENTRO INTERO SISTEMA IN UNICO PUNTO

$$\vec{V}_{CM} = \frac{d\,\vec{r}_{CM}}{dt}$$

$$\vec{a}_{CM} = \frac{d\,\vec{V}_{CM}}{dt}$$

TEOREMA DEL CENTRO DI MASSA



IL CENTRO DI MASSA STA SICURAMENTE SULLA LINEA CONGIUNGENTE PERCHÈ HANNO UNA STESSA COORDINATA y

SCOMPONGO CM NELLE VARIE COMPONENTI CARTESIANE:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum m_i \cdot \vec{r}_i}{M} = \vec{r}_{CM_x} + \vec{r}_{CM_y} + \vec{r}_{CM_z} = \underbrace{\frac{\sum m_i \cdot x_i}{M}}_{x_{CM}} \hat{u}_x + \underbrace{\dots}_{y_{CM}} \hat{u}_y + \underbrace{\dots}_{z_{CM}} \hat{u}_z$$

CALCOLO LA VELOCITÀ CM:

$$\vec{V}_{CM} = \frac{d\,\vec{r}_{CM}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\frac{\sum m_i \cdot \vec{r}_i}{M}\right] = \frac{\sum m_i \left(\frac{d\vec{r}_i}{dt}\right)}{M} = \frac{\sum m_i \cdot \vec{v}_i}{M} = \frac{\sum \vec{p}_i}{M} = \frac{\vec{P}_{CM}}{M}$$

$$\boxed{\begin{array}{ll} m_i = \text{cost.} & \Rightarrow \text{VARIA SOLO LA POSIZIONE} \\ M = \text{cost.} & \end{array}}$$

CALCOLO LA ACCELERAZIONE CM:

$$a_{CM} = \frac{d\,\vec{V}_{CM}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\sum m_i \cdot \vec{v}_i}{M}\right) = \frac{\sum m_i \cdot \frac{d\vec{v}_i}{dt}}{M} = \frac{\sum m_i \cdot \vec{a}_i}{M} = \frac{\sum \vec{R}_i}{M}$$

→ CALCOLO LA DERIVATA DELLA VELOCITÀ $\vec{V}_i$ IN QUANTO È UNICA GRANDEZZA CHE VARIA (NON È COSTANTE)

$$= \sum_{i=1}^{N} \left[\vec{R}_i^{\,I} + \vec{R}_i^{\,E} \right] \cdot \frac{1}{M} = \frac{\sum \vec{R}_i^{\,I}}{M} + \frac{\sum \vec{R}_i^{\,E}}{M}$$

N.B. MA FORZE INTERNE AGISCONO A FORZE UGUALI E OPPOSTE PERCIÒ PER III DINAMICA

$$\frac{\sum \vec{R}_i^{\,I}}{M} = 0$$

EMERGE CHE: $\vec{a}_{CM} = \dfrac{\sum \vec{R}_i^{\,E}}{M} = \dfrac{\vec{R}^E}{M}$

$$\Rightarrow \underbrace{M \cdot \vec{a}_{CM} = \vec{R}^E}_{\text{II EQUAZIONE DI NEWTON}}$$

dove: M = MASSA TOTALE DEL SISTEMA

R^E = RISULTANTE FORZE ESTERNE

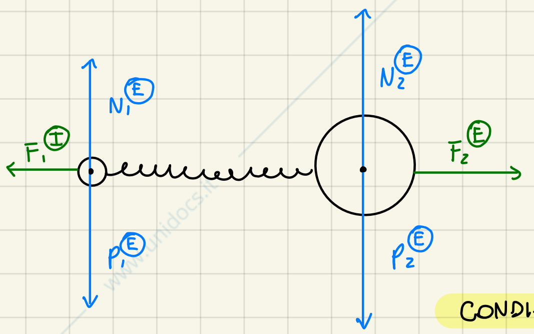
OSSERVAZIONE: IL CENTRO DI MASSA SI MUOVE SOLAMENTE IN RISPOSTA ALLE FORZE ESTERNE

$$\vec{R}^E = \frac{d\,\vec{P}_{CM}}{dt}$$

CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO DEL CENTRO DI MASSA

→ SI CONSERVA SE P_{CM} È COSTANTE OSSIA $\frac{d}{dt}(\vec{P}_{CM}) = 0$ MA SE $\frac{d}{dt}(\vec{P}_{CM}) = \vec{R}^E = 0$

ALLORA RISULTA $\vec{R}^E = 0$



- $N_1 = P_1 \rightsquigarrow$ NULLE
- $N_2 = P_2 \rightsquigarrow$ NULLE

$\Rightarrow \vec{R}^E = 0 \rightsquigarrow \vec{a}_{CM} = 0$ (x II DINAMICA)

CONDIZIONE NECESSARIA: LA RISULTANTE DI TUTTE LE FORZE ESTERNE È NULLA ($\vec{R}^E = 0$)

TEOREMA ENERGIA CINETICA

APPLICO DEFINIZIONE LAVORO.

$$d W_i = \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i = (F_i^I \cdot \vec{r}_i) + (F_i^E \cdot r_i) = d W_i^I + d W_i^E$$

$\Rightarrow W = \sum_{i=1}^{N} \left(\int_{\gamma_i} d W_i \right) \rightsquigarrow$ DEFINIZIONE LAVORO TOTALE

$$\longrightarrow \underbrace{W = W^I + W^E = \Delta K}_{\text{TEOREMA ENERGIA CINETICA } (\Delta K)}$$

→ Energia cinetica è somma su tutte le particelle delle energie cinetiche → $K = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2$

PRIMA EQUAZIONE CARDINALE DELLA DINAMICA PER UN SISTEMA DI PUNTI

II LEGGE DELLA DINAMICA PER LA PARTICELLA J-ESIMA: $\vec{F}_J^E + \sum_i \vec{F}_J^I = m_J \cdot \sum \frac{d\vec{v}_J}{dt} = \sum \frac{d\vec{P}_J}{dt}$ (*)

DOVE: i) $\vec{F}_J^E$ = RISULTANTE DELLE FORZE ESTERNE AL SISTEMA AGENTI SULLA PARTICELLA

→ TALI FORZE DESCRIVONO L'INTERAZIONE DELLA PARTICELLA CON I CORPI CHE NON FANNO PARTE DEL SISTEMA

ii) $\sum_i \vec{F}_J^I$ = RISULTANTE DELLE FORZE INTERNE AL SISTEMA

→ ESSE RISULTANO DALLE INTERAZIONI CON PARTICELLE CHE FANNO PARTE DELLO STESSO SISTEMA

III PRINCIPIO DELLA DINAMICA: PER UNA COPPIA DI PARTICELLE INTERAGENTI i E J VALE LA RELAZIONE $\vec{F}_{iJ} = -\vec{F}_{Ji}$

PERCIÒ: $\sum \sum \vec{F}_J^I = 0$ (SOMMATORIA FORZE INTERNE È NULLA)

RICAVO CHE: i) $\vec{F}_{TOT}^E = \sum_i \vec{F}_J^E$

ii) $\vec{P}_{TOT} = \sum_i \vec{P}_J$

COMBINANDO IN (*) SI OTTIENE PERCIÒ: $\vec{F}_{TOT}^E = \frac{d}{dt} \vec{P}_{TOT}$

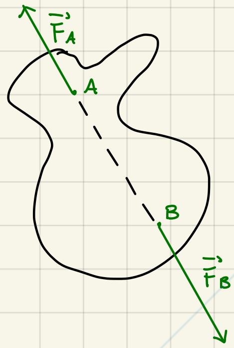
DEFINIZIONE: la derivata temporale della quantità di moto totale è uguale alla risultante delle sole forze esterne, cioè la variazione temporale della quantità di moto totale dipende solo dalla risultante delle sole forze esterne e NON È INFLUENZATA DALLE FORZE INTERNE

MOMENTO DI UNA FORZA

→ IN UN SISTEMA DI RIFERIMENTO INERZIALE LE FORZE CHE AGISCONO SU UNA PARTICELLA NE DETERMINANO LA TRASLAZIONE NELLO SPAZIO

ESEMPIO: SISTEMA INIZIALMENTE IN QUIETE AL QUALE SONO APPLICATE DUE FORZE ESTERNE

i)

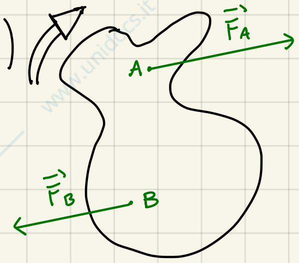


$F_A = F_B$ IN MODULO E DIREZIONE MA VERSO OPPOSTO

$\Rightarrow R\vec{F}^E = \emptyset$ perciò per TEOREMA DEL CENTRO DI MASSA $a_{CM} = 0$

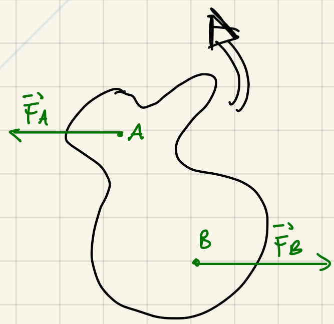
(OGGETTO RIMANE QUINDI IN STATO DI QUIETE)

ii)



OGGETTO INDOTTO A RUOTARE IN SENSO ORARIO

iii)



OGGETTO INDOTTO A RUOTARE IN SENSO ANTIORARIO

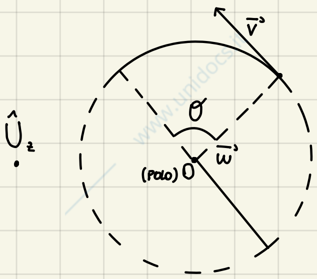
→ Per descrivere questi comportamenti però non basta conoscere la risultante delle forze che agiscono sull'oggetto ma È NECESSARIO SAPERE ANCHE IN CHE PUNTO CIASCUNA FORZA È APPLICATA E COME È DIRETTA

MOMENTO DELLA FORZA: $\vec{\tau}_0 = \vec{r}_0 \times \vec{F}$

$\downarrow$

VETTORE POSIZIONE DEL PUNTO DI APPLICAZIONE DI $\vec{F}$

SECONDA EQUAZIONE CARDINALE DELLA DINAMICA: IL MOMENTO ANGOLARE



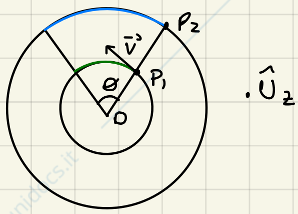
$\omega = \dfrac{d\theta}{dt}$ (COORDINATE ANGOLARI) $\xrightarrow{\text{PERCIÒ}}$ $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

(ω USCENTE = ROTAZIONE SENSO ANTIORARIO)

Si deve però trovare una grandezza fisica che sia più dettagliata

→ UNA COSA CHE RUOTA PIÙ LONTANA DAL CENTRO HA QUALCOSA IN PIÙ, PER ESEMPIO:

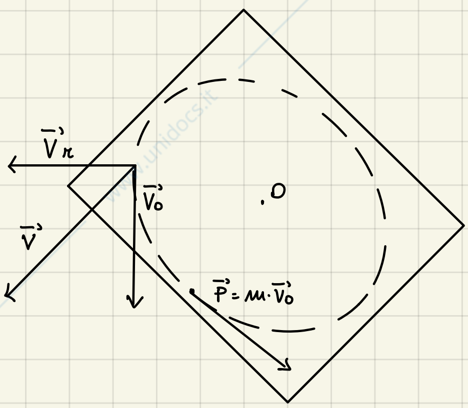
PORTA: ESSA RUOTA INTORNO AI PROPRI CARDINI E LA DISTANZA DALL'ASSE DI ROTAZIONE RENDE PIÙ PESANTE O MENO PESANTE APRIRLA



GRANDEZZE: $\underbrace{m}_{\text{MASSA}}$; $\underbrace{|\vec{r}|}_{\text{DISTANZA DAL CENTRO ROT.}}$; $\underbrace{\vec{\omega}}_{\text{VELOCITÀ DI ROTAZIONE}}$

⟹ MOMENTO ANGOLARE: $\vec{L}_O \triangleq \vec{r} \times m \cdot \vec{v} = \underbrace{\vec{r} \times \vec{P}}_{\text{MOMENTO DELLA QUANTITÀ DI MOTO}}$

MOTO DEL PIANO)



L? $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P} = \vec{r} \times m \cdot \vec{v}$ dove $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_r$

SOSTITUISCO $\vec{L} = \vec{r} \times m \cdot (\vec{v}_0 + \vec{v}_r) = \vec{r} \times m\vec{v}_0 + \underbrace{\vec{r} \times m\vec{v}_r}$

RADIALE, OSSIA PARALLELA AL RAGGIO CIRCONFERENZA

PERCIÒ: $\vec{L} = \vec{r} \times m v_0 \cdot \hat{u}_T + \underbrace{r \cdot \hat{u}_r \times m v_r \cdot \hat{u}_r}_{\hat{u}_r \times \hat{u}_r = \text{PARALLELI} = \sin(0) = 0} =$

$= \vec{L} = \underbrace{r \cdot \hat{u}_r \times m v_0 \cdot \hat{u}_T}_{\hat{u}_r \times \hat{u}_T = 1 \cdot 1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1} + 0 =$

$= \vec{L} = m \cdot v_0 \cdot r \ (\hat{u}_z)$

[DIREZIONE = u_z
· REGOLA MANO DESTRA]

OSSERVAZIONI:
i) $\vec{L}$ È ORTOGONALE AL PIANO DEL MOTO
ii) $\vec{L}$ DIPENDE DA m
iii) $\vec{L}$ DIPENDE DA ω E r
iv) $\vec{L}$ HA LA STESSA DIREZIONE ω

↓ PERCIÒ

$\vec{L} = m \cdot \underbrace{\omega \cdot r}_{v_0} \cdot r \ (\hat{u}_z) = m \cdot \omega \cdot r^2 (\hat{u}_z)$

$\vec{L} = m \cdot r^2 \cdot \vec{\omega}$

TEOREMA DEL MOMENTO ANGOLARE

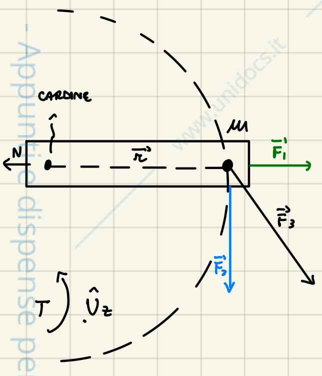
- SE VOGLIAMO CAMBIARE UNA QUANTITÀ DI MOTO DOBBIAMO APPLICARE UNA FORZA

- PER METTERE IN ROTAZIONE UN CORPO COSA DOBBIAMO FARE? DOBBIAMO APPLICARE UNA FORZA CHE ABBIA IL MOMENTO DI UNA FORZA NON NULLO

RESPONSABILE CAMBIAMENTO DI $\vec{L}$: $\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \underbrace{\cancel{\vec{v} \times m\vec{v}}}_{\vec{v} /\!/ \vec{v} \Rightarrow 0} + \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times \vec{F} \; (= \vec{M})$

perciò $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ = MOMENTO DELLA FORZA

ESEMPIO: QUALI FORZE SERVONO PER RUOTARE PORTA



$\vec{F_1}$: $\vec{M_1} = \frac{d\vec{L}}{dt} = r \times \vec{F_1}$ = MOLTIPLICAZIONE TRA DUE VETTORI $/\!/$ $= 0$

$\Rightarrow$ TRASLAZIONE, NON ROTAZIONE

$\vec{F_2}$: $\vec{M_2} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F_2} = r \cdot F_2 \cdot \underbrace{\sin(\pi/2)}_{1} = |r \cdot F_2|$ (MASSIMO)

$= - r \cdot F_2 \, (\hat{U}_z)$

N.B. ATTENZIONE A RICAVARE DIREZIONE: ROTAZIONE ORARIO $= -\hat{U}_z$

$\vec{F_3}$: $\vec{M_3} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F_3} =$ SCOMPONGO F_3

$r \cdot F_{3\perp} \underbrace{(\cdot \sin(\tfrac{\pi}{2}))}_{1} + \cancel{r \cdot F_{3/\!/} \underbrace{(\cdot \sin(0))}_{0}} = r \cdot F_{3\perp} \, (\hat{U}_z)$

CONSERVAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE

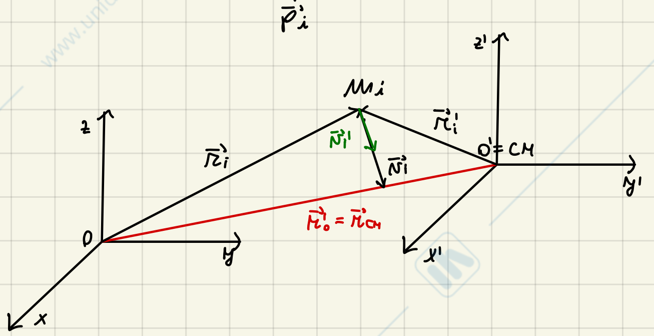
IPOTESI: MOMENTO RISULTANTE DELLE FORZE ESTERNE È NULLO $(\vec{\tau}^{E}_{TOT} = \emptyset)$

$\frac{d}{dt} \vec{L}_{TOT,0} = 0 \Rightarrow \vec{L}_{TOT,0} =$ COSTANTE

I TEOREMA DI KÖNING

$$\vec{L} = \sum \vec{L}_i = \sum \vec{r}_i \times \underbrace{m_i \cdot \vec{v}_i}_{\vec{p}_i}$$

· DOBBIAMO RISCRIVERE IL MOMENTO ANGOLARE SUL CM



N.B. $\vec{r}_i = \vec{r}_{CM} + \vec{r}_i'$

$\vec{v}_i = \vec{v}_{CM} + \vec{v}_i'$

· SI DEVE RISCRIVERE: i) POSIZIONE PER OGNI PUNTO

ii) VELOCITÀ PER OGNI PUNTO

$$\vec{L} = \sum (\vec{r}_{CM} + \vec{r}_i') \times m_i \cdot (\vec{v}_{CM} + \vec{v}_i') =$$

$$= \underbrace{\sum \vec{r}_{CM} \times m_i \vec{v}_{CM}}_{①} + \underbrace{\sum \vec{r}_{CM} \times m_i \vec{v}_i'}_{②} + \underbrace{\sum \vec{r}_i' \times m_i \vec{v}_{CM}}_{③} + \underbrace{\sum \vec{r}_i' \times m_i \vec{v}_i'}_{④}$$

① $\sum \vec{r}_{CM} \times m_i \vec{v}_{CM}$ PORTO DAVANTI m_i OTTENENDO: $\underbrace{(\sum m_i)}_{= M} \vec{r}_{CM} \times \vec{v}_{CM} =$

$= \vec{r}_{CM} \times \underbrace{M \vec{v}_{CM}}_{\vec{P}} = \vec{r}_{CM} \times \vec{P} = \vec{L}_{CM}$

② $\sum \vec{r}_{CM} \times m_i \vec{v}_i' = \vec{r}_{CM} \times \underbrace{\sum m_i \vec{v}_i'}_{0} = \emptyset$ (GUARDA II KÖNING)

③ $\sum \vec{r}_i' \times m_i \vec{v}_{CM} = (\sum m_i \cdot \vec{r}_i') \times \vec{v}_{CM} = \sum m_i (\vec{r}_i - \vec{r}_{CM}) \times \vec{v}_{CM} =$

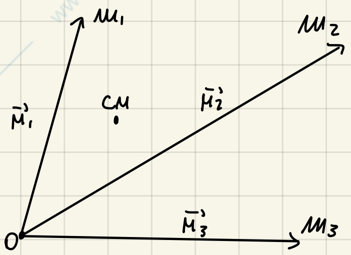
$= \underbrace{\frac{\sum m_i \cdot \vec{r}_i}{M}}_{\vec{r}_{CM}} \cdot M - \underbrace{\sum m_i}_{M} \cdot \vec{r}_{CM} = M \cdot \vec{r}_{CM} - M \cdot \vec{r}_{CM} = \emptyset$

④ $\sum \vec{r}_i' \times m_i \cdot \vec{v}_i' = \sum \vec{L}_i' = \vec{L}'$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{L} = \sum \vec{L}_i = \vec{L}_{CM} + \vec{L}'}$$

IL TEOREMA DI KÖNING

→ TEOREMA CHE SERVE PER CAPIRE COME ENERGIA E MOMENTO ANGOLARE SI COMPORTANO IN FUNZIONE DEL CENTRO DI MASSA



CENTRO DI MASSA = BARICENTRO DEL SISTEMA

$$K = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

↓

DAL SISTEMA DI RIFERIMENTO DEL CM (RELATIVO)

$$\vec{v}_i = \vec{v}_{CM} + \vec{v}_i'$$

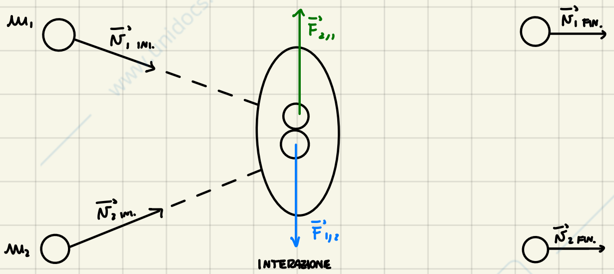
$$\rightarrow K = \sum \frac{1}{2} m_i \cdot (\vec{v}_i' + \vec{v}_{CM}) \cdot (\vec{v}_i' + \vec{v}_{CM}) =$$

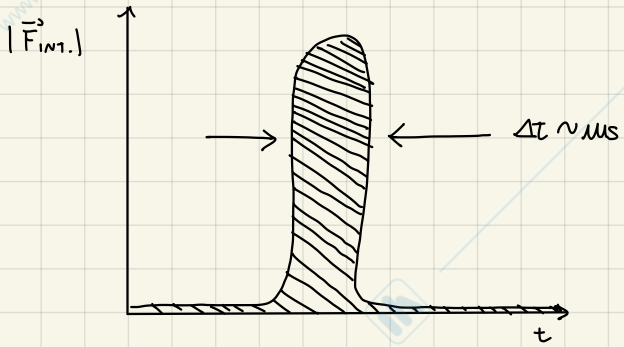
$$= \sum \frac{1}{2} m_i (v_i')^2 + \frac{1}{2} m_i (v_{CM})^2 + \frac{1}{\cancel{2}} m_i (\cancel{2} v_i' \cdot v_{CM}) =$$

$$= \underbrace{\sum K'}_{K'} + \frac{1}{2} \underbrace{\sum (m_i) \cdot v_{CM}^2}_{M} + \underbrace{\left[\sum m_i \cdot (\vec{v}_i') \right] \cdot \vec{v}_{CM}}_{0}$$

$$\Rightarrow \boxed{K = K' + \frac{1}{2} M v_{CM}^2 = K' + K_{CM}}$$

URTI TRA PUNTI MATERIALI





INTERAZIONE IMPULSIVA

N.B. CIOE' FORZA ABBASTANZA SIGNIFICATIVA PER CAMBIARE LA VELOCITA' IN POCHISSIMO TEMPO

hp: SOLO FORZE IMPULSIVE INTERNE

$$\Delta p_i = \int \vec{F}^I(t)\,dt$$ (AVENDO DUE CORPI SERVONO DUE EQUAZIONI)

- $\Delta p_1 = m_1(\vec{v}_{1\,FIN.} - \vec{v}_{1\,INI.}) = \int \vec{F}_{2,1}(t)\,dt$
- $\Delta p_2 = m_2(\vec{v}_{2\,FIN.} - \vec{v}_{2\,INI.}) = \int \vec{F}_{1,2}(t)\,dt = -\int \vec{F}_{2,1}(t)\,dt$ (III DINAMICA)

→ Siccome la forza di interazione è la stessa, Δp è uguale sia per il corpo 1 che per il corpo 2 cambiato però di segno

$$\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2 \longrightarrow \Delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0$$

PERCIÒ: Δp SI CONSERVA

$\Rightarrow$ $\boxed{\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{P}_{CM} = COST.}$

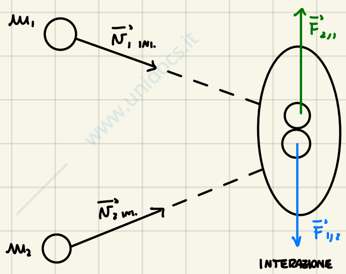
N.B. SOLO NELL'IPOTESI DI FORZE INTERNE

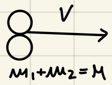
IN GENERALE:

$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{R}^E \longrightarrow$ i) $R^E = 0$ (IMPULSIVE) $\Rightarrow \vec{P}_{CM}$ SI CONSERVA $(\vec{P}_{INI.} = \vec{P}_{FIN.})$

ii) $R^E \neq 0$ (IMPULSIVE) $\Rightarrow \vec{P}_1$ NON SI CONSERVA $\left(\Delta\vec{P} = \int \vec{R}^E\,dt\right)$

i) URTO COMPLETAMENTE ANELASTICO





• SI MUOVONO COME UN SOLO CORPO DI MASSA $M = m_1 + m_2$

N.B.

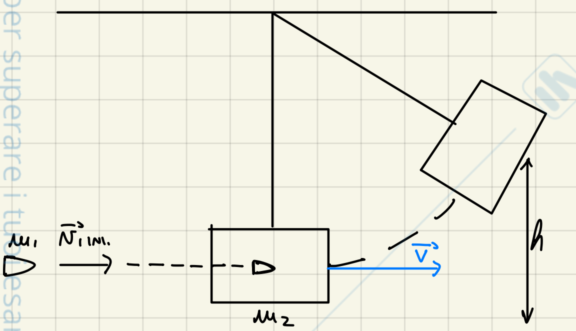
• FORZE INTERNE IMPULSIVE $\longrightarrow$ P = COSTANTE

• Se eguaglio $P_{INI.}$ sistema con $P_{FIN.}$ sistema si ottiene una equazione che mi permette di ricavare incognita $\vec{V}'$

$$m_1 \cdot \vec{v}_{1\,INI.} + m_2 \cdot \vec{v}_{2\,INI.} = M \cdot \vec{V}'$$

$$\Rightarrow \vec{V}' = \frac{m_1 \cdot \vec{v}_{1\,INI.} + m_2 \cdot \vec{v}_{2\,INI.}}{m_1 + m_2}$$

PENDOLO BALISTICO



$$m_1 \cdot \vec{v}_{INI.} + m_2 \cdot 0 = (m_1+m_2) \cdot \vec{V}'$$

PERCHÉ INIZIALMENTE IL CORPO m_2 È IN STATO DI QUIETE

$$\vec{v}_{1\,INI.} = \frac{m_1+m_2}{m_1} \cdot \vec{V}'$$

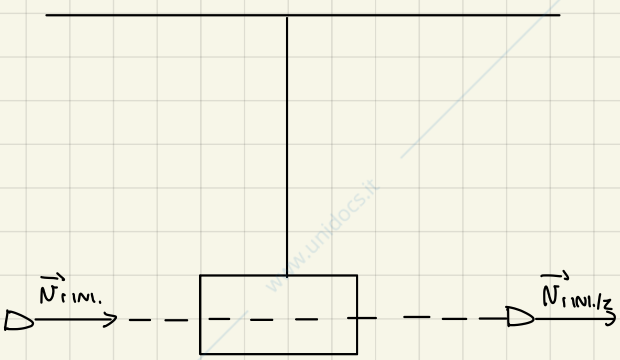
$\Rightarrow$ RICAVO $\vec{V}'$ TRAMITE TEOREMA CONSERVAZIONE E_M

$$\frac{1}{2}(m_1+m_2)V'^2 = (m_1+m_2)gh$$

$$V' = \sqrt{2gh} \leadsto \vec{v}_{1\,INI.} = \frac{m_1+m_2}{m_1} \cdot \sqrt{2gh}$$

ii) URTO NON COMPLETAMENTE ANELASTICO

N.B. $(\Delta K < 0)$



• C'È DEFORMAZIONE $\longrightarrow$ COSA SUCCEDE SOTTO PUNTO DI VISTA ENERGIA?

• $\vec{P}$ SI CONSERVA

• $\Delta K = \frac{1}{2} m_1 v_{1\,INI.}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2\,INI.}^2$ = TEOREMA KÖNIG =

$= K' + K_{CM} = K' + \frac{1}{2}(m_1+m_2) \cdot v_{CM}^2 =$

$= K_{FIN.} = \frac{1}{2}(m_1+m_2) \cdot v_{CM}^2$

$\rightarrow$ PERCIÒ VIENE DISSIPATA L'ENERGIA EQUIVALENTE AD IL K'

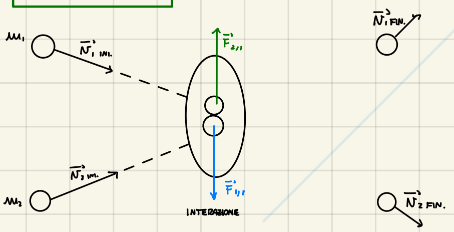
iii) URTO ELASTICO

N.B. → SI CONSERVA L'ENERGIA CINETICA E LA QUANTITÀ DI MOTO

ELASTICO = NON CONSUMA ENERGIA $(\Delta K = 0 \Rightarrow K_{INI.} = K_{FIN.})$

$\Rightarrow$ EQUAZIONE: $K_{INI.} = K_{FIN.}$

BILIARDO



- CONSERVAZIONE ENERGIA CINETICA

1° $$\frac{1}{2} m_1 v_{1\,INI.}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2\,INI.}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1\,FIN.}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2\,FIN.}^2$$

(2 INCOGNITE: $v_{1\,FIN.}$ ed $v_{2\,FIN.}$)

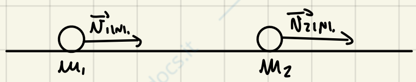
- CONSERVAZIONE QUANTITÀ DI MOTO

$R^E_{IMP.} = 0 \Rightarrow \Delta\vec{p} = 0$

2° $$m_1 \vec{v}_{1\,INI.} + m_2 \vec{v}_{2\,INI.} = m_1 \vec{v}_{1\,FIN.} + m_2 \vec{v}_{2\,FIN.}$$

→ METTERE SISTEMA 1° E 2° PER RISOLVERE PROBLEMA

i) CASO UNIDIMENSIONALE



→ TOLGO VERSORE IN QUANTO MOTO UNIDIMENSIONALE

$$\begin{cases} m_1 \cancel{\vec{v}}_{1\,INI.} + m_2 \cancel{\vec{v}}_{2\,INI.} = m_1 \cancel{\vec{v}}_{1\,FIN.} + m_2 \cancel{\vec{v}}_{2\,FIN.} \\ \frac{1}{2} m_1 v_{1\,INI.}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2\,INI.}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1\,FIN.}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2\,FIN.}^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 (v_{1I.} - v_{1F.}) = m_2 (v_{2F.} - v_{2I.}) \\ m_1 (v_{1I.}^2 - v_{1F.}^2) = m_2 (v_{2F.}^2 - v_{2I.}^2) \end{cases}$$

→ SCOMPONGO DIFFERENZA DI QUADRATI

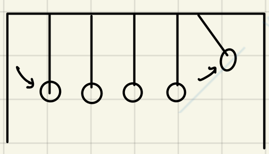
... $$v_{1\,FIN.} = \frac{(m_2 - m_1) v_{1\,INI.} + 2 m_2 v_{2\,INI.}}{m_1 + m_2}$$

$$v_{2\,FIN.} = \frac{2 m_1 v_{1\,INI.} + (m_2 - m_1) v_{2\,INI.}}{m_1 + m_2}$$

ii) CASO UNIDIMENSIONALE CON $m_1 = m_2$

SEMPLIFICANDO: i) $v_{1\,FIN.} = v_{2\,INI.}$ → LE VELOCITÀ SI SCAMBIANO
ii) $v_{1\,INI.} = v_{2\,FIN.}$

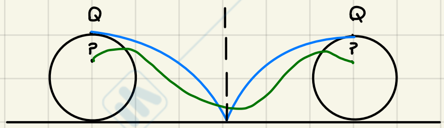
ESEMPIO: PENDOLO DI NEWTON

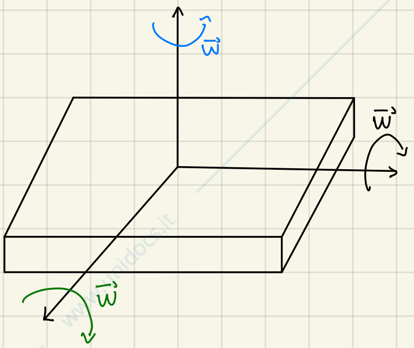


CORPO RIGIDO

→ SISTEMA DI PUNTI MATERIALI IN CUI LE DISTANZE TRA TUTTE LE POSSIBILI COPPIE SONO FISSE

MOTO ROTOTRASLATORIO: TRASLAZIONE (FORZE) + ROTAZIONE (MOMENTO FORZE)





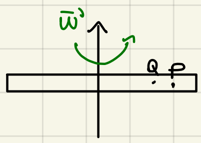
- TRASLAZIONE: x, y, z = 3 GRADI DI LIBERTÀ
- ROTAZIONE: x, y, z = 3 GRADI DI LIBERTÀ

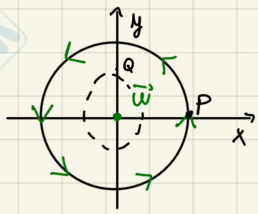
6 GRADI DI LIBERTÀ

⟹ 6 EQ. SCALARI = 2 EQ. VETTORIALI

1° $\vec{R}^E = M \cdot \vec{a}_{CM}$ (I CARDINALE DINAMICA CORPO RIGIDO)

2°



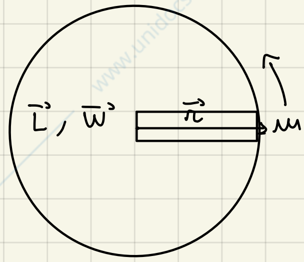


$$\vec{L} = \sum \vec{r}_i \times \vec{p}_i = \underbrace{I}_{m r^2 w} \cdot \vec{w} \rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} = \sum \vec{r} \times \vec{F}$$

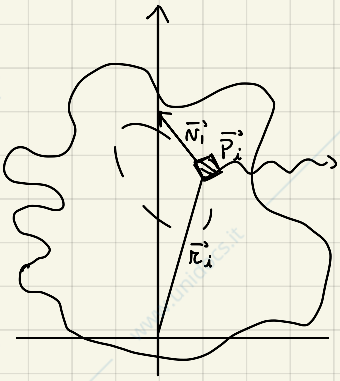
$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(I \cdot \vec{w}) = I\vec{\alpha} = \vec{M}$$

ROTAZIONE DEL CORPO RIGIDO

PUNTO MATERIALE: $\vec{L} = I \cdot \vec{w} = mr^2 \vec{w}$



- CALCOLO DI I_z



$\cancel{d}m$ = massa infinitesima → VEDO IL CONTRIBUTO AL MOMENTO ANGOLARE
m_i

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari
www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari