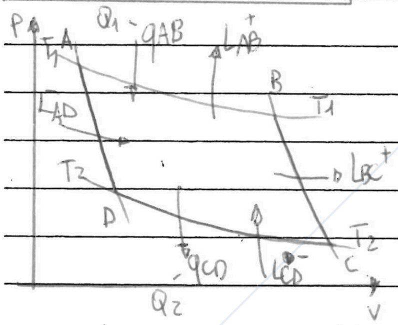
① Illustrare il ciclo di Carnot e dimostrare che ~~il~~ il rendimento dipende solo dalle temperature delle sorgenti

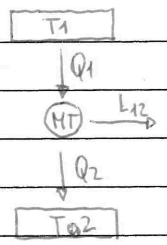
② Ciclo Otto: elencare le ipotesi iniziali, spiegare i 4 processi e diagramma p-v e T-S rendimento in funzione di r_v e diagrammarlo

③ ricavare l'equazione fondamentale della conduzione in coordinate piane

① CICLO DI CARNOT



Il ciclo di Carnot e' un ciclo ideale che si divide in 4 fasi: una espansione isoterma in (AB) un'espansione adiabatica (BC), una compressione isoterma (CD) e una compressione adiabatica (DA)



$Q_1 = L_{12} + |Q_2| \qquad L_{12} = Q_1 - |Q_2|$

$\eta_T = \frac{L_{12}}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$

$L_{AB} = Q_1 = \int_A^B p\,dv = \int_A^B RT_1 \frac{dv}{v} = RT_1 \ln \frac{V_B}{V_A}$

$|L_{CD}| = |Q_2| = \int_C^D RT_2 \frac{dv}{v} = RT_2 \ln \frac{V_D}{V_C} = RT_2 \ln \frac{V_C}{V_D}$

$\frac{|Q_2|}{Q_1} = \frac{\cancel{R}T_2 \ln V_C/V_D}{\cancel{R}T_1 \ln V_B/V_A} \qquad \frac{|Q_2|}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \longleftrightarrow \frac{V_C}{V_D} = \frac{V_B}{V_A}$

considero le trasformazioni isoentropiche BC e DA

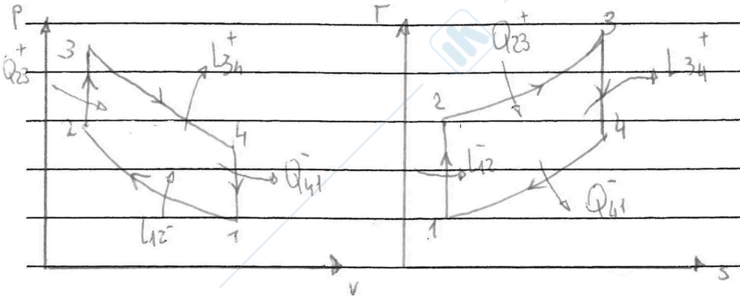
$T_1 V_B^{k-1} = T_2 V_C^{k-1} \qquad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_C}{V_B}\right)^{k-1} \qquad T_2 V_D^{k-1} = T_1 V_A^{k-1} \qquad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_D}{V_A}\right)^{k-1}$

$\frac{V_C}{V_B} = \frac{V_D}{V_A} \qquad \frac{V_C}{V_D} = \frac{V_B}{V_A}$ quindi $\eta_T = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

dimostrato che il ciclo dipende solo dalle temperature delle sorgenti

N.B.: questo foglio deve essere compilato e riconsegnato insieme al testo del compito.

② ciclo otto è un ciclo chiuso ad aria standard ($K = 1{,}4$) che si divide in 4 fasi:



(*) IPOTESI scritte nella facciata di fianco

(12): compressione isoentropica adiabatica che porta ad un aumento della temperatura da T_1 a T_2 e della pressione da p_1 a p_2

$\cancel{dQ} = du + dL$ $\qquad dQ = 0$ $\qquad \boxed{L_{12}^- = cv(T_1 - T_2)}$

$du = cv\,dT$

(23): riscaldamento a volume costante che porta ad un aumento della pressione da p_2 a p_3, della temperatura e dell'entropia

$dQ = du + \cancel{dL}$ $\qquad dL = 0$ perché $dL = p\,dv$ e $dv = 0$ $\qquad \boxed{Q_{23}^+ = cv(T_3 - T_2)}$

(34): espansione isoentropica adiabatica che porta ad una diminuzione della temperatura e della pressione

$\cancel{dQ} = du + dL$ $\qquad dQ = 0$ $\qquad \boxed{L_{34}^+ = cv(T_3 - T_4)}$

(41): raffreddamento a volume costante che porta ad una diminuzione della pressione, temperatura ed entropia

$dQ = du + \cancel{dL}$ $\qquad dL = 0$ $\qquad \boxed{Q_{41}^- = cv(T_1 - T_4)}$

$$\eta_T = \frac{L_n}{Q^+} = \frac{\cancel{cv}(T_1 - T_2) + \cancel{cv}(T_3 - T_4)}{\cancel{cv}(T_3 - T_2)} = \frac{(T_3 - T_2) + (T_1 - T_4)}{(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{\cancel{\left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right)}}{\cancel{\left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right)}}$$

relazioni isoentropiche $\qquad T_1 V_1^{K-1} = T_2 V_2^{K-1} \qquad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{K-1} \qquad V_2 = V_3$

$V_1 = V_4$

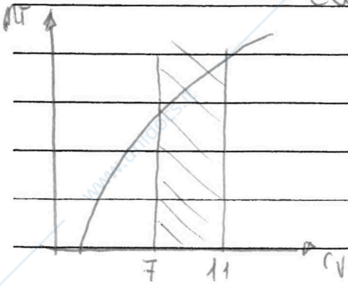
$T_3 V_3^{K-1} = T_4 V_4^{K-1} \qquad \frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)$

quindi

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4}{T_3} \qquad \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} \qquad \eta_T = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

$\eta_T = 1 - \frac{1}{\frac{T_2}{T_1}}$ $\qquad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{K-1} = r_V^{K-1}$ $\qquad \eta_T = 1 - \frac{1}{r_V^{K-1}}$

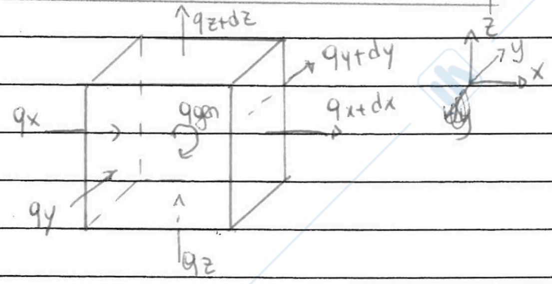
$7 < r_V < 11$ $\quad r_V$ non puo' essere troppo grande altrimenti implicherebbe una T_2 troppo alta e si correrebbe il rischio di esplosioni alla prima scintilla



(*)

Ipotesi: • si scambia calore solo con sorgenti esterne
• portata di massa dell'aria standard e' costante in tutto il ciclo
• compressioni ed espansioni sono isoentropiche
• calore specifico costante
• trasformazioni reversibili

③ equazione fondamentale della conduzione



$q_{ingresso} - q_{uscita} + q_{generato} = \frac{\delta U}{\delta \tau}$

$q_{ingresso} = q_x + q_y + q_z$

$q_{uscita} = q_{x+dx} + q_{y+dy} + q_{z+dz}$

$q_{generato} = HV = H\,dx\,dy\,dz$

$\frac{\delta U}{\delta t} = c \rho V \frac{dT}{d\tau}$ $\qquad q_{x+dx} \overset{Taylor}{=} q_x + \frac{\delta q_x}{\delta x} dx$

$q_x + q_y + q_z + HV - q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz} = c \rho V \frac{dt}{d\tau}$ $\qquad q_{y+dy} = q_y + \frac{\delta q_y}{\delta y} dy$

$\cancel{q_x} + \cancel{q_y} + \cancel{q_z} + HV - \cancel{q_x} - \frac{\delta q_x}{\delta x} dx - \cancel{q_y} - \frac{\delta q_y}{\delta y} dy - \cancel{q_z} - \frac{\delta q_z}{\delta z} dz = c V \rho \frac{dT}{d\tau}$ $\qquad q_{z+dz} = q_z + \frac{\delta q_z}{\delta z} dz$

q. di urier $\quad q_x = -\lambda A \frac{dT}{\delta x}$ $\qquad \frac{\delta q_x}{\delta x} dx = -\lambda\, dy\, dz \frac{\delta^2 T}{\delta x^2} dx = -\lambda V \frac{\delta^2 T}{\delta x^2}$ $\qquad$ lo stesso per y e z

$H\cancel{V} + \lambda \cancel{V} \frac{\delta^2 T}{\delta x^2} + \lambda \cancel{V} \frac{\delta^2 T}{\delta y^2} + \lambda \cancel{V} \frac{\delta^2 T}{\delta z^2} = c \rho \cancel{V} \frac{dT}{d\tau}$

$\lambda \frac{\delta^2 T}{\delta x^2} + \lambda \frac{\delta^2 T}{\delta y^2} + \lambda \frac{\delta^2 T}{\delta z^2} + H = c \rho \frac{dT}{d\tau}$

$$\boxed{\frac{\delta^2 T}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 T}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 T}{\delta z^2} + \frac{H}{\lambda} = \frac{c\rho}{\lambda} \frac{dT}{d\tau}}$$

se si e' in un regime stazionario

$\frac{c\rho}{\lambda} \frac{dT}{d\tau} = 0$ $\quad \frac{dT}{d\tau} = 0$

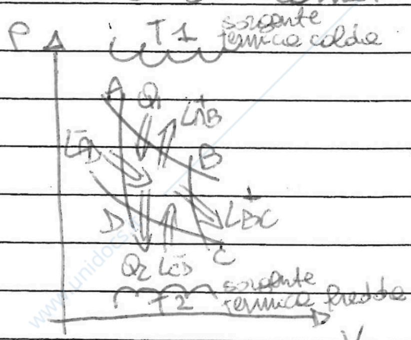
1) Illustrare il ciclo di Carnot e dimostrare che il suo rendimento dipende solo dalle temperature delle due sorgenti

2) Il ciclo Otto: elencare le ipotesi iniziali, spiegare 4 processi che lo compongono e disegnarlo sul diagramma p-v e T-S. Ricavare η_T e diagrammarlo in funzione di ρv.

3) Ricavare l'equazione generale della conduzione in coordinate piane

1) CICLO DI CARNOT

Se operiamo in modo ciclico e reversibile, il rendimento della macchina di Carnot è il massimo possibile



4 trasformazioni $T1 > T2$ → 2 isoterme ($\overline{AB}$ e $\overline{CD}$) → 2 adiabatiche ($\overline{AD}$ e $\overline{BC}$)

$$\eta_T = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Dim:

$$Q_1 = L_{AB} = p\,dV = \int_A^B RT_1 \frac{dV}{V} = RT_1 \ln\frac{V_B}{V_A}$$

$$Q_2 = L_{DC} = p\,dV = \int_C^D RT_2 \frac{dV}{V} = RT_2 \ln\frac{V_D}{V_C} < 0 \Rightarrow |Q_2| = RT_2 \ln\frac{V_C}{V_D}$$

Analizzo le curve adiabatiche

$$\overline{BC}: T_1 V_B^{k-1} = T_2 V_C^{k-1} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_C}{V_B}\right)^{k-1}$$

$$\overline{AD}: T_1 V_A^{k-1} = T_2 V_D^{k-1} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_D}{V_A}\right)^{k-1}$$

$$\Rightarrow \frac{V_C}{V_B} = \frac{V_D}{V_A} = \frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$$

prosegue →

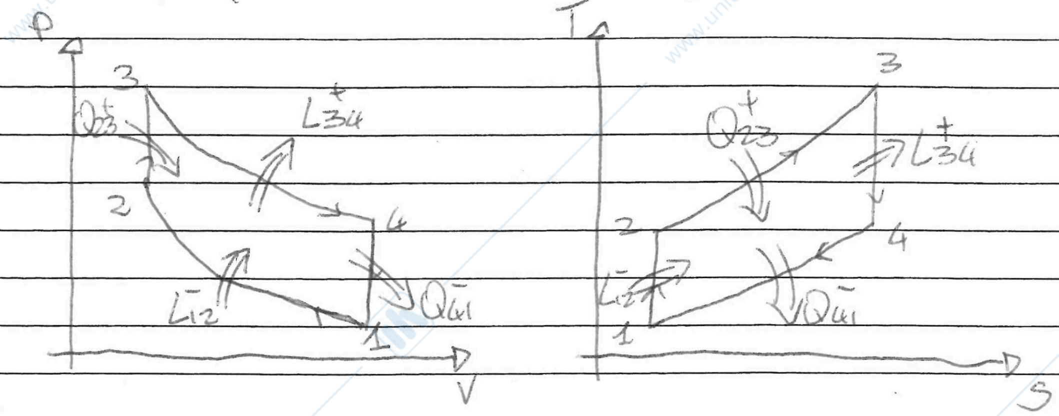
N.B.: questo foglio deve essere compilato e riconsegnato insieme al testo del compito.

$$\Rightarrow \frac{|Q_2|}{Q_1} = \frac{\cancel{R} T_2 \cancel{\ln \frac{V_C}{V_D}}}{\cancel{R} T_1 \cancel{\ln \frac{V_B}{V_A}}} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \eta_T = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

2 CICLO OTTO

Ipotesi:

1) La combustione è vista come assorbimento di calore dall'esterno
2) Il fluido è un gas ideale (aria standard - gas biatomico - $k=1,4$)
3) La massa è costante lungo il processo
4) Calori specifici costanti (a 25°C)



perché adiabatica

• FASE 1-2 (compressione isoentropica)

$\cancel{dQ} = du + dL \Rightarrow L_{12}^{-} = c_v (T_1 - T_2)$

- FASE 2-3 (assorbimento di calore a v costante)

$dQ = du + dL = c_v dT + \cancel{p dV} \Rightarrow Q_{23}^{+} = c_v (T_3 - T_2)$

• FASE 3-4 (espansione isoentropica)

$\cancel{dQ} = du + dL \Rightarrow L_{34}^{+} = c_v (T_3 - T_4)$

• FASE 4-1 (cessione del calore a v costante)

$dQ = du + dL = c_v dT + \cancel{p dV} \Rightarrow Q_{41}^{-} = c_v (T_1 - T_4)$

$$\eta_T = \frac{L_{netto}}{Q^+} = \frac{\cancel{c_v}(T_1 - T_2) + \cancel{c_v}(T_3 - T_4)}{\cancel{c_v}(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{\cancel{\left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right)}}{\cancel{\left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right)}} \; (*)$$

Analizzo le curve isoentropiche:

$$T_1 V_1^{k-1} = T_2 V_2^{k-1} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{k-1}$$

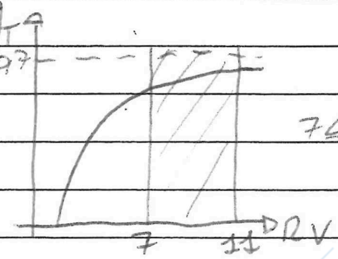
$$T_3 V_3^{k-1} = T_4 V_4^{k-1} \Rightarrow \frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{k-1}$$

si vede dalle curve p-V

ma (*) $\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{k-1} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{k-1} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4}{T_3} \Rightarrow \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}$ (*)

Definisco $R_V = \frac{V_1}{V_2}$ RAPPORTO VOLUMETRICO DI COMPRESSIONE

$$\Rightarrow \eta_T = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\frac{T_2}{T_1}} \overset{(*)}{=} 1 - \frac{1}{R_V^{k-1}}$$

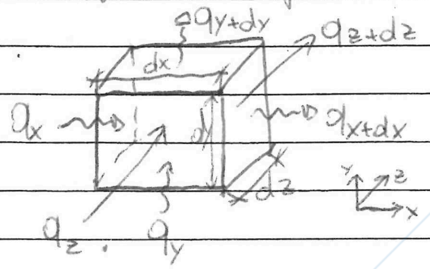


$7 \le R_V \le 11$

③ EQUAZIONE GENERALE DELLA CONDUZIONE IN COORD. PIANE

Ipotesi
- Il materiale è continuo, omogeneo ed isotropo
- C'è generazione interna di calore
- C'è il gradiente di temperatura

VOLUME DI CONTROLLO



$$q_{in} + q_{gen} - q_{out} = \frac{\partial u}{\partial \tau}$$

variazione di energia interna rispetto al tempo τ

FLUSSO TERMICO ENTRANTE: $q_{in} = q_x + q_y + q_z$

GENERAZIONE INTERNA DI CALORE: $q_{gen} = HV$ dove H = generaz. interna di calore $[W/m^3]$

FLUSSO TERMICO USCENTE: $q_{out} = q_{x+dx} + q_{y+dy} + q_{z+dz}$

VARIAZIONE DI ENERGIA INTERNA: $\frac{\partial u}{\partial \tau} = c \rho V \frac{\partial t}{\partial \tau}$

dove: c = calore specifico $[J/kg \cdot K]$ $\quad V$ = volume corpo $[m^3]$

ρ = densità corpo $[kg/m^3]$ $\quad t$ = temperatura $[K]$

prosegue →

$$q_x + q_y + q_z + HV - q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz} = c\rho V \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

Analizzo q_{x+dx} (caso analogo per q_{y+dy} e q_{z+dz}): Secondo i polinomi di Taylor

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \qquad q_{y+dy} = q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \qquad q_{z+dz} = q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz$$

$$\Rightarrow \cancel{q_x} + \cancel{q_y} + \cancel{q_z} + HV - \cancel{q_x} - \frac{\partial q_x}{\partial x} dx - \cancel{q_y} - \frac{\partial q_y}{\partial y} dy - \cancel{q_z} - \frac{\partial q_z}{\partial z} = c\rho V \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

Analizzo $\frac{\partial q_x}{\partial x}$ (analogamente per $\frac{\partial q_y}{\partial y}$ e $\frac{\partial q_z}{\partial z}$) per il postulato di Fourier

$$q_x = -\lambda A \frac{dt}{dx} \Rightarrow \frac{\partial q_x}{\partial x} = -\lambda \overbrace{dy\,dz}^{A} \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$$

λ = coefficiente di conducibilità termica $\left[\frac{W}{mK}\right]$

A = superficie corpo $[m^2]$

$$\Rightarrow H\cancel{V} + \lambda \cancel{dy\,dz} \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \cancel{dx} + \lambda \cancel{dx\,dz} \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \cancel{dy} + \lambda \cancel{dx\,dy} \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \cancel{dz} = c\rho \cancel{V} \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + H = c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau}}$$

EQUAZIONE GENERALE DELLA CONDUZIONE IN COORDINATE PIANE

Posso scriverla anche come

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + \frac{H}{\lambda} = \frac{c\rho}{\lambda} \frac{\partial t}{\partial \tau} \Rightarrow a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + \frac{H}{\lambda}\right) = \frac{\partial t}{\partial \tau}$$

dove $a = \frac{\lambda}{c\rho}$ $[m^2/s]$ è detta diffusività termica

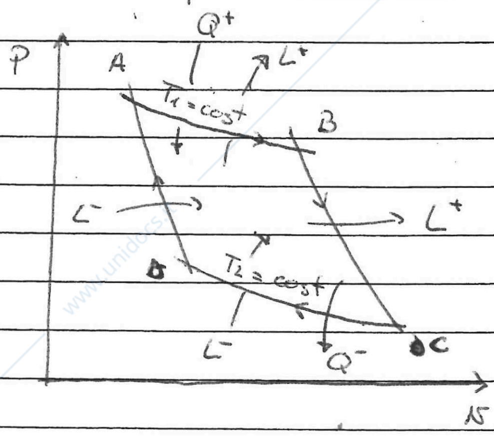
- EQUAZIONE DI FOURIER $(H=0) \Rightarrow a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) = \frac{\partial t}{\partial \tau}$
- EQUAZIONE DI POISSON $\left(\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0\right) \Rightarrow a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + \frac{H}{\lambda}\right) = 0$
- EQUAZIONE DI LAPLACE $\left(H=0 \text{ e } \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0\right) \Rightarrow \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0$

① Illustrare il ciclo di Carnot e dimostrare che il suo rendimento dipende solo dalle temperature delle due sorgenti

② Ciclo Otto: elencare ipotesi iniziali, spiegare i quattro processi che lo compongono e disegnare su p-v e T-s. Ricavare η_T e diagrammarlo in funzione di r_v.

③ Ricavare l'equaz. generale della conduzione in coordinate piane.

① CICLO di CARNOT: ciclo con il quale si ottiene il rendimento termico più alto.
E' composto da due curve isoterme e da due adiabatiche.

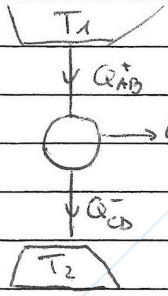


FASI:

- AB: Espansione isoterma
  p ~~aumenta~~ diminuisce, T costante
  Si ha calore assorbito (Q^+) per mantenere T = cost e lavoro positivo (L^+) dovuto all'espansione
- BC: Espansione adiabatica
  p, T diminuiscono
  Non c'è scambio di calore.
  Si ha L^+ dovuto all'espansione.
- CD: Compressione isoterma
  p aumenta, T costante. Viene ceduto calore (Q^-) per mantenere T costante e lavoro negativo (L^-) per compiere la compressione.
- D-A: Compressione adiabatica
  p e T aumentano. Non c'è scambio di calore, si ha L^- per la compressione.

N.B.: *questo foglio deve essere compilato e riconsegnato insieme al testo del compito.*

Macchina di Carnot:



$$Q^+_{AB} = L^+ + |Q^-_{CD}|$$

$$\Rightarrow L^+ = Q^+_{AB} - |Q^-_{CD}|$$

$$\eta_T = \frac{L^+}{Q^+_{AB}} = \frac{Q^+_{AB} - |Q^-_{CD}|}{Q^+_{AB}} = 1 - \frac{|Q^-_{CD}|}{Q^+_{AB}} \circledast = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$\circledast$ $$1 - \frac{|Q^-_{CD}|}{Q^+_{AB}} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Leftrightarrow \frac{|Q^-_{CD}|}{Q^+_{AB}} = \frac{T_2}{T_1}$$

Isoterma AB
• $$Q^+_{AB} = L^+_{AB} = \int_A^B p\,dv = \int_A^B \frac{RT_1}{v}\,dv = RT_1 \int_A^B \frac{dv}{v} = RT_1 \ln \frac{v_B}{v_A}$$

Isoterma CD
• $$Q^-_{CD} = L^-_{CD} = \int_C^D p\,dv = RT_2 \int_C^D \frac{dv}{v} = RT_2 \underbrace{\ln \frac{v_D}{v_C}}_{<1 \text{ poiché } v_C > v_D} \Rightarrow |Q^-_{CD}| = RT_2 \ln \frac{v_C}{v_D}$$

$$\Rightarrow \frac{|Q^-_{CD}|}{Q^+_{AB}} = \frac{T_2 \ln \frac{v_B}{v_A}}{T_1 \ln \frac{v_C}{v_D}}$$

Adiab. BC
$$T_1 v_B^{k-1} = T_2 v_C^{k-1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_B}{v_C}\right)^{k-1}$$

$$\Rightarrow \frac{v_B}{v_C} = \frac{v_A}{v_D} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{v_C}{v_D}$$

Adiab. DA
$$T_2 v_D^{k-1} = T_1 v_A^{k-1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_A}{v_D}\right)^{k-1}$$

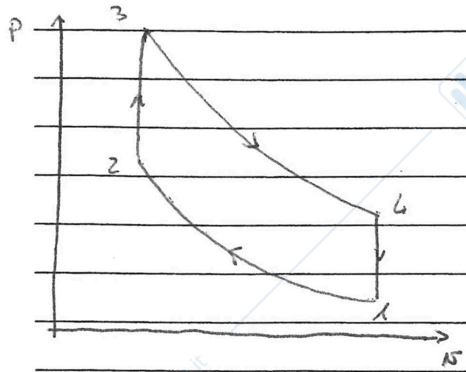
$$\Rightarrow \frac{|Q^-_{CD}|}{Q^+_{AB}} = \frac{T_2}{T_1} \frac{\ln \frac{v_B}{v_A}}{\ln \frac{v_C}{v_D}} = \frac{T_2}{T_1} \checkmark$$

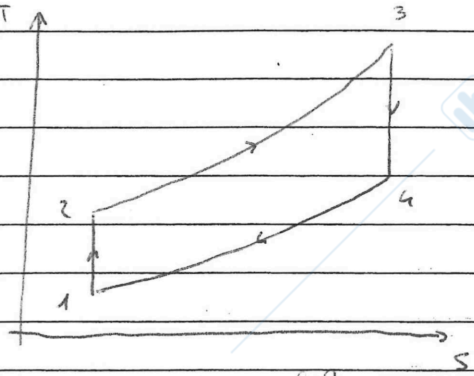
(2) CICLO OTTO. Ipotesi iniziali

~~Non si ha variazione di energia~~ e

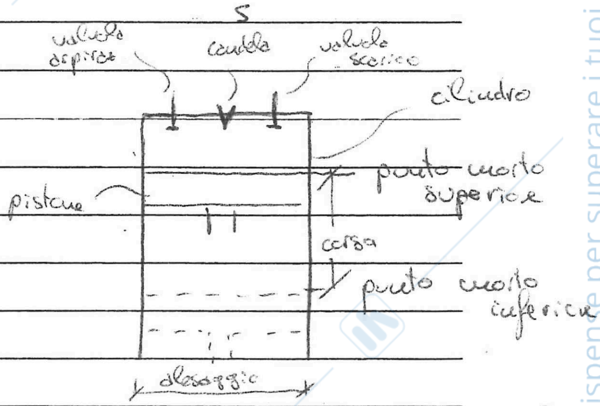
1- Le combustioni sono considerate assorbimento di calore dall'esterno.
2- Si considera come gas ideale aria standard (biatomico)
3- I calori specifici sono considerati costanti (come se T = 25°C costante)
4- La massa di combustibile è costante (non si hanno perdite)

4 fasi del ciclo Otto ideale:





~~Motore benzina~~:



1-2: Compressione isoentropica

PMI → PMS ; p e T aumentano, v diminuisce

$dQ = du + dL \Rightarrow L_{12}^{-} = c_v(T_1 - T_2)$

2-3: Assorbimento di calore a v costante

PMS, p e T aumentano, v cost.

$dQ = du + dL = du + p\,dv \Rightarrow Q_{23}^{+} = c_v(T_3 - T_2)$

3-4: Espansione isoentropica

PMS → PMI, p e T diminuiscono, v aumenta

$dQ = du + dL \Rightarrow L_{34}^{+} = c_v(T_3 - T_4)$

Corsa - n° cilindri · corsa · $\pi \left(\frac{\text{alesaggio}}{2}\right)^2$

4-1: Cessione di calore a v costante

PMI. p e T diminuiscono, v cost.

$dQ = du + dL \Rightarrow Q_{41} = c_v(T_1 - T_4)$

Definisco $r_v = \frac{v_1}{v_2}$ rapporto volumetrico di compressione

$$\eta_T = \frac{L_n}{Q^+} = \frac{c_v(T_1 - T_2) + c_v(T_3 - T_4)}{c_v(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2}\frac{\left(\frac{T_4}{T_1} - 1\right)}{\left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right)}$$

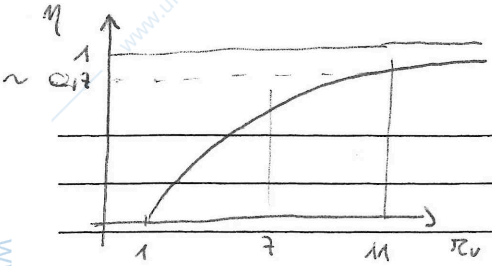
· Adiab 1-2: $T_1 v_1^{k-1} = T_2 v_2^{k-1} \Rightarrow \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} = \frac{T_2}{T_1}$ Ma $v_1 = v_4$ e $v_2 = v_3$

Quindi $\frac{v_1}{v_2} = \frac{v_4}{v_3}$

· Adiab 3-4: $T_3 v_3^{k-1} = T_4 v_4^{k-1} \Rightarrow \left(\frac{v_4}{v_3}\right)^{k-1} = \frac{T_3}{T_4}$

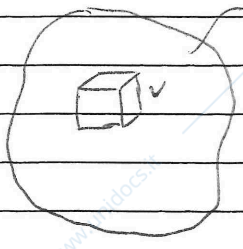
$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} \Rightarrow \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}$$

$$\Rightarrow \eta_T = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\frac{T_2}{T_1}} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1}} = 1 - \frac{1}{r_v^{k-1}}$$



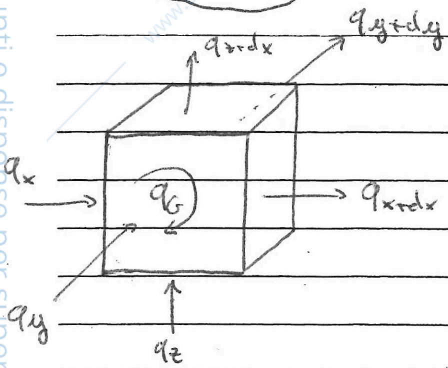
$7 \le R_v \le 11$ è l'intervallo ideale per non avere un rapporto eccessivo che porta il combustibile ad autoaccendersi (il motore batte in testa)

③ EQUAZIONE GEN. della CONDUZIONE



materiale continuo omogeneo e isotropo, nell'ipotesi che vi sia generazione di calore interna al materiale e che possieda gradienti di temperatura

Si considera un volume di controllo V



La somma di calore entrante e, uscente e generato corrisponde alla variazione di energia interna.

$$\cancel{q_{x+dx}} + \cancel{q_{...}}\; q_{in} + q_G - q_{out} = \frac{dU}{d\tau}$$

- $q_{in} = q_x + q_y + q_z$
- $q_{out} = q_{x+dx} + q_{y+dy} + q_{z+dz}$

- $q_G = HV$ [H := generaz. interna di calore]
- $\frac{dU}{d\tau} = c\rho V \frac{dT}{d\tau}$

$$\Rightarrow q_x + q_y + q_z - q_{x+dx} - q_{y+dy} - q_{z+dz} + HV = c\rho V \frac{dT}{d\tau}$$

Taylor: $q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx$

$q_{y+dy} = q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy$; $q_{z+dz} = q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz$

$$\Rightarrow -\frac{\partial q_x}{\partial x} dx - \frac{\partial q_y}{\partial y} dy - \frac{\partial q_z}{\partial z} + HU = c\rho V \frac{dT}{d\tau}$$

Fourier: $\frac{\partial q_x}{\partial x} = -\lambda A \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$; $\frac{\partial q_y}{\partial y} = -\lambda A \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$; $\frac{\partial q_z}{\partial z} = -\lambda A \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$

$$\Rightarrow \underbrace{\lambda A dx}_{dx \cdot dy \cdot dz = V} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda A dy \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \lambda A dz \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + HV = c\rho V \frac{dT}{d\tau}$$

$$\Rightarrow \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + H = c\rho \frac{dT}{d\tau}$$

$$\Rightarrow \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + H = c\rho \frac{dT}{d\tau}$$

Si può definire $a = \frac{\lambda}{c\rho}$ "diffusività termica" $[m^2/s]$