Esercizi

1 (Pag. 20 es. 16)

$\lambda = 100\ W/m \cdot K$ Sez. $= 50,2\ mm$ $h = 10\ W/m^2 \cdot K$

→ SISTEMA STAZIONARIO → $T(x)$

$p \cong 0,1\ m$

$A \cong 100\ mm^2 = 0,0001\ m^2$

lunghezze

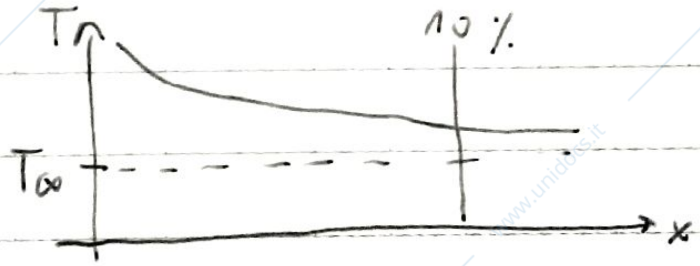
$L_{\frac{1}{10}} = ?$

$L_{\frac{1}{100}} = ?$

$$\Delta T(x) = \Delta T_b\, e^{-mx}$$

perimetro

$$m = \sqrt{\frac{h\,p}{\lambda A}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 0,1}{100 \cdot 0,0001}} = 10$$



$\hookrightarrow \frac{1}{10} \cancel{\Delta T_b} = \cancel{\Delta T_b}\, e^{-mx}$

$\ln \frac{1}{10} = -10x$ $\quad x = \frac{2,3}{10} = 0,23\ m$

$\hookrightarrow \frac{1}{100} \Delta T_b = \Delta T_b\, e^{-10x}$

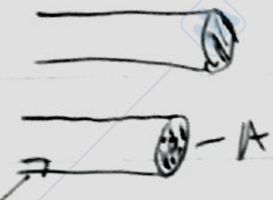
$\ln \frac{1}{100} = -10x$ $\quad x = 0,46\ m$

Oss.

Consideriamo $m = \sqrt{\frac{hP}{\lambda A}}$

Si abbiamo

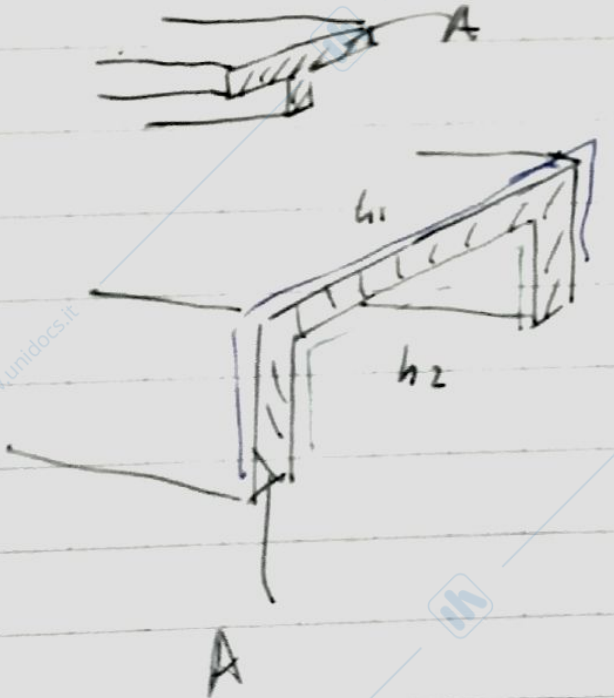
- cilindro A = sezione →
- tubo



P tutto intorno (esterno o dove l'aria lo raffredda)

dove si muove l'aria

- altre forme

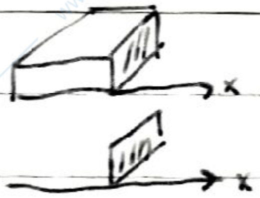


→ $\dot{Q}_{conv} = hP\,dx$

$= h_1 P_1\,dx + h_2 P_2\,dx$

si abbiamo 2 h convettivi diversi

Efficacia: $\varepsilon = \dfrac{\dot Q_{ALETTA}}{\dot Q_{A.\,BASE}}$



$\to \varepsilon = \dfrac{\int_0^{L=\infty} d\dot Q(x)}{\underset{\text{area base}}{h\cdot A_b\cdot \Delta T_0}} =$

$$= \frac{\int_0^L h p\, dx\, (T_x - T_\infty)}{h\cdot A_b\cdot \Delta T_0} = \frac{\int_0^L h p\, dx\, \Delta T_0\, e^{-mx}}{h\cdot A_b\cdot \Delta T_0} =$$

$$= \frac{h p\, \Delta T_0 \int_0^L e^{-mx}\,dx}{h\cdot A_b\cdot \Delta T_0} = \frac{h p\, \Delta T_0 \left[-\frac{1}{m} e^{-mx}\right]_0^L}{h\cdot A_b\cdot \Delta T_0} =$$

$$= \frac{h p\, \Delta T_0\, \frac{1}{m}\left(-\cancel{e^{-m\infty}} + \overbrace{e^{-m\cdot 0}}^{=1}\right)}{h\cdot A_b\cdot \Delta T_0} = \frac{\cancel{h}\, p\, \cancel{\Delta T_0}}{m\cdot \cancel{h}\cdot A_b\cdot \cancel{\Delta T_0}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\lambda \cancel{A_b}}{h \cancel{p}}\cdot \frac{p^{\cancel{2}}}{A_b^{\cancel{2}}}} = \sqrt{\frac{\lambda p}{h A}}$$

↓

Vogliamo che sia > 1

|

\+ λ è grande più trasmette calore verso le estremità

$\lambda \nearrow \quad \varepsilon \nearrow$

$h \nearrow \quad \varepsilon \searrow$

$\frac{P}{A} \nearrow \quad \varepsilon \nearrow$

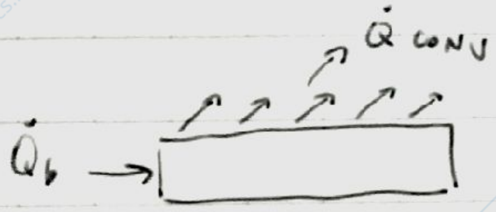
la sezione circolare è quella che peggiora le capacità dell'aletta

Possiamo fare un tubo

$$\rightarrow \dot{Q}_{ALETTA} = \varepsilon \cdot \dot{Q}_{base} = \sqrt{\frac{\lambda P}{h A}}\, h A_b \Delta T_0 =$$

$$= \sqrt{\lambda P h A_b} \cdot \Delta T_b$$

NB Per lunghezza aletta infinita



quello che entra è uguale a quello che esce

$$\frac{\dot{Q}_{ALETTA}}{\dot{Q}_{A.BASE}} = \frac{\dot{Q}_{ALETTA\; x=0}}{h \cdot A_b \Delta T_0}$$

$$\hookrightarrow \dot{Q} = -\lambda A \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} \qquad T = T_\infty + \Delta T_0 e^{-mx}$$

$$\frac{dT}{dx} = \Delta T_0 \cancel{e^{-mx}}^{\,1} (-m)$$

$$\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = \Delta T_0 (+m)$$

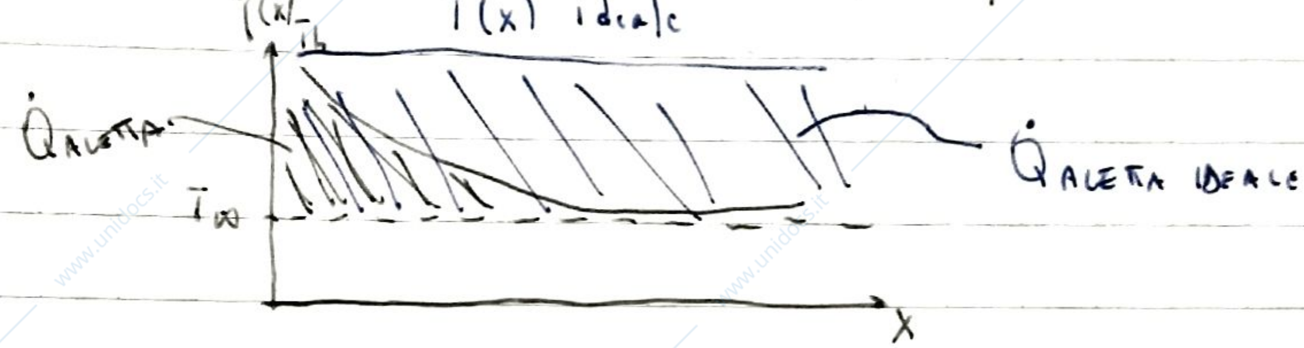
No. FISICA TECNICA

Date 01.10.19

Efficienza (rendimento): $\dfrac{\dot{Q}_{ALETTA}}{\dot{Q}_{ALETTA\ IDEALE}}$

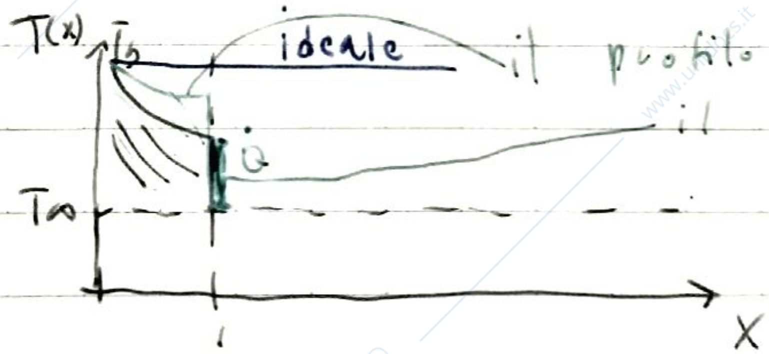
isoterma

$\dot{Q}_{ALETTA\ IDEALE}$ → trasmette il massimo calore possibile



Oss. Più è corta l'aletta meglio è

Prendiamo il grafico dell'aletta precedente e prendiamone una più corta



il profilo cambia poiché il calore alla estremità fa aumentare la temperatura e quindi diventa più efficiente

diminuisce la differenza rispetto a quella ideale

FISICA TECNICA

Date 01 . 10 . 19

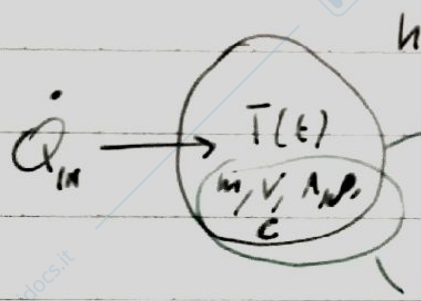
TEMPERATURA IN FUNZIONE DEL TEMPO

↳ $T(t)$ T omogenea (ossia costante rispetto a x, y, z)

la stessa in qualsiasi punto del corpo

abbiamo bisogno di un criterio

Ambiente T_∞ – costante nel tempo e omogenea



corpo scambia calore per convezione con l'ambiente

tutti costanti

$$\dot{Q}_{IN} = \frac{dU}{dt}$$

$$\dot{Q}_{IN} = \dot{Q}_{conv} = hA(T_\infty - T(t))$$

$$\frac{dU}{dt} = mc\frac{dT}{dt}$$

(se avessi il calore uscente sarebbe $\frac{dU}{dt} = (-)mc\frac{dT}{dt}$)

$$\hookrightarrow hA(T_\infty - T(t)) = mc\frac{dT}{dt}$$

$$\frac{hA}{\underbrace{\rho V_c}_{m}} dt = \frac{dT}{T_\infty - T}$$

lo prendo come un parametro: $\tau = \frac{\rho V_c}{hA} \rightarrow \left[\frac{\cancel{kg} \cdot \cancel{m^3} \cdot \cancel{J} \cdot s \cdot \cancel{m^2} \cdot \cancel{K}}{\cancel{m^3} \cdot \cancel{kg} \cdot \cancel{K} \cdot \cancel{J} \cdot \cancel{m^2}}\right]$

$\hookrightarrow [s]$

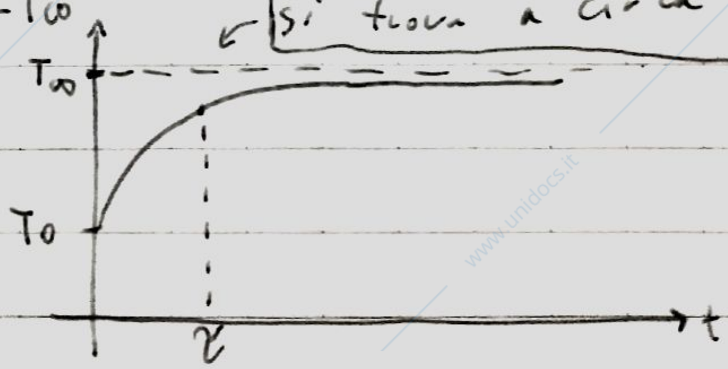
$$\hookrightarrow -\frac{1}{\tau} dt = \frac{dT}{T - T_\infty}$$

$$\int_{t_0}^{t} -\frac{1}{\tau} dt = \int_{T_0}^{T} \frac{dT}{T - T_\infty}$$

$$-\frac{1}{\tau}(t - t_0) = \left[\ln (T - T_\infty)\right]_{T_0}^{T}$$

$$-\frac{1}{\tau}(t - t_0) = \ln\left(\frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty}\right)$$

$$\frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = e^{-\frac{1}{\tau}(t - t_0)}$$

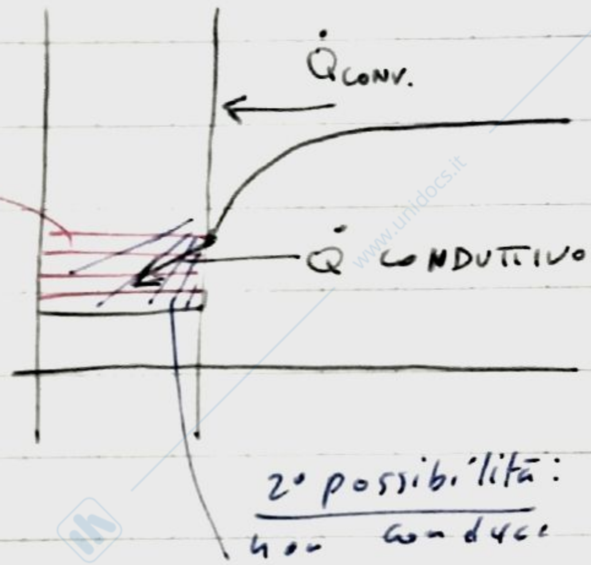


si trova a circa $\frac{2}{3}$

es. a 3τ siamo praticamente a regime

→ Criterio per T omogenea:

Ci interessa sapere se c'è un $\Delta T_{INTERNO}$



1° possibilità: conduce bene e quindi la temperatura rimane omogenea

2° possibilità: non conduce bene e la temperatura cambia

$$\dot{Q}_{CONV.} = h A \Delta T_{CONV.} \qquad \Delta T_{CONV.} = \frac{\dot{Q}}{hA}$$

$$\dot{Q}_{COND.} = \lambda \frac{A}{L} \Delta T_{COND.} \qquad \Delta T_{COND} = \frac{\dot{Q} L}{\lambda A}$$

Andiamo ad analizzare:

$$\frac{\Delta T_{COND.}}{\Delta T_{CONV.}} = \frac{\dot{Q} L}{\lambda A} \cdot \frac{hA}{\dot{Q}} = \frac{hL}{\lambda}$$

numero di BIOT (Bi)

$$\left[\frac{\cancel{W} \cdot m \cdot \cancel{K} \cdot m}{m^2 \cdot \cancel{K} \cdot \cancel{W}} \right]$$

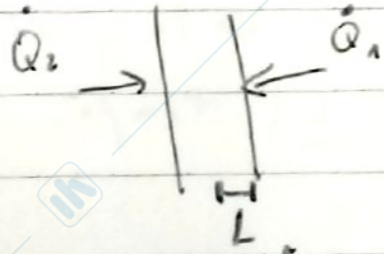
adimensionale

⇒ CRITERIO: T omogenea $\quad B_i = \frac{h}{\lambda} L \ll 1$

↳ o anche

$B_i < 0{,}1$ (potrebbe essere trascurabile)

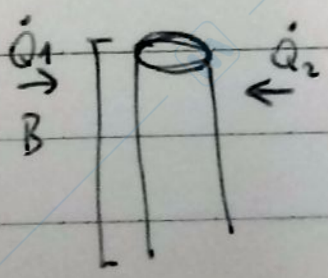
Oss. Se abbiamo una parete dove il calore arriva a entrambi i lati



L è metà dello spessore

Se abbiamo pareti di altre geometrie può valere $L_c = \frac{V}{A}$ — volume, area

es. cilindro



$$\frac{\cancel{\pi} r^{\cancel{2}} \cancel{B}}{2 \cancel{\pi} \cancel{r} \cancel{B}} = \frac{r}{2}$$

un quarto di spessore poiché la massa al centro ci mette di meno a scaldarsi

in generale ci possono essere delle tabelle che indicano le convenzioni

Riconsideriamo le ipotesi fatte:

*
$\boxed{\rho, V, c, A, m, h}$ costanti

Se a un certo punto una di queste cambia dobbiamo considerare quella nuova per il nuovo comportamento

↳ in caso dovremo cambiare l'equazione poiché essa vale solo se * rimangono costanti nel tempo.

Esercizi

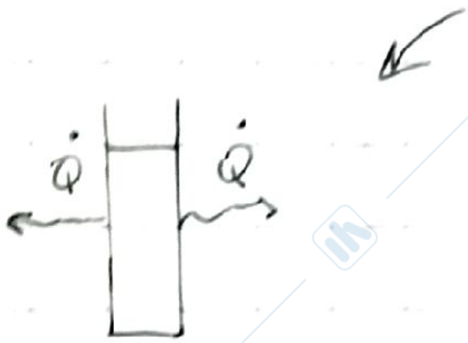
1 (Tema d'esame 02/19)

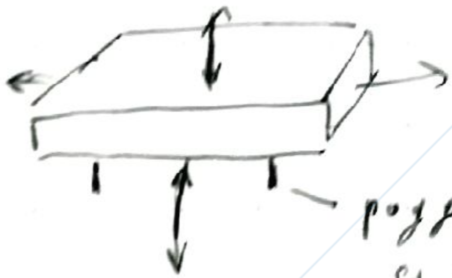
FARE SEMPRE DISEGNO

Cm 100x50x5

$T_0 = 400 °C$

$B_i \le 0,1$





poggiata su una griglia

$L_{Bi} = 0,05/2 = 0,025$

lunghezza per Biot

poiché l'area raffredda entrambe le superfici

$$B_i = \frac{hL}{\lambda}$$

$\lambda = 2 \ W/m \cdot K$

$\rho = 2000 \ kg/m^3$

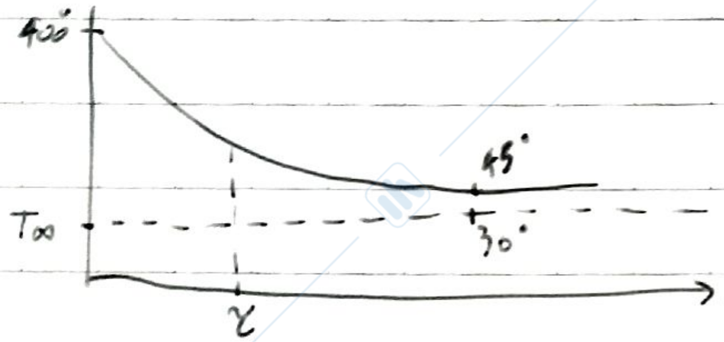
$c_p = 900 \ J/kg \cdot K$

$$B_i = 0,1 = \frac{hL}{\lambda}$$

$$h = \frac{2 \cdot 0,1}{L} = \frac{2 \cdot 0,1}{0,025} = 8 \ W/m^2 \cdot K$$

No. FISICA TECNICA

Date 02 · 10 · 19



$T_\infty = 30°$

$$\Delta T = \Delta T_0 \, e^{-t/\tau}$$

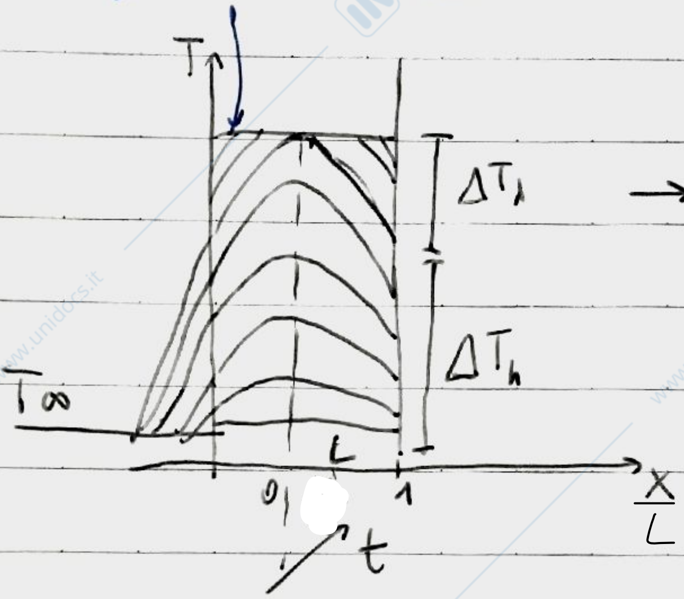
$$\tau = \frac{m c_p}{h \cdot A} = \frac{1 \cdot 0,5 \cdot 0,05 \cdot 2000 \cdot 900}{8 \cdot 1 \cdot 0,5 \cdot 2} = 5625 \, s$$

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = e^{-t/\tau}$$

$$t = -5625 \cdot \ln \frac{15}{370} \simeq 18000 \; s \simeq 5 \text{ ore}$$

TEMPERATURA NELLO SPAZIO E NEL TEMPO $T(x,t)$

prima si raffredda ai bordi



$$\rightarrow \; Bi = \frac{\Delta T_\lambda}{\Delta T_h} \cong 0,4$$

$T(x,t)$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

$$\frac{\lambda}{\rho c} = \alpha$$ → DIFFUSIVITÀ TERMICA

di solito valore di ordine 10^{-6}

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Come soluzione vedremo

$$T(x,t) = X(x) \cdot Y(t)$$

dobbiamo far rispettare le condizioni delle derivate parziali

Y parz.
X costante

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

$$X \cdot Y' = \alpha Y \cdot X''$$

X parz.
Y costante

$$\frac{Y'}{Y} = \alpha \frac{X''}{X} = \text{COSTANTE}$$

costante

in funzione di t

in funzione di x

essendoci una costante (α) tra i due membri (uno dipendente da t e l'altro da x) il valore soluzione è che siano una COSTANTE

$y' = \text{costante} \cdot y \rightarrow$ esponenziale $e^{\text{costante} \cdot t}$

$X'' = \text{costante} \cdot X \rightarrow$ sin e cos

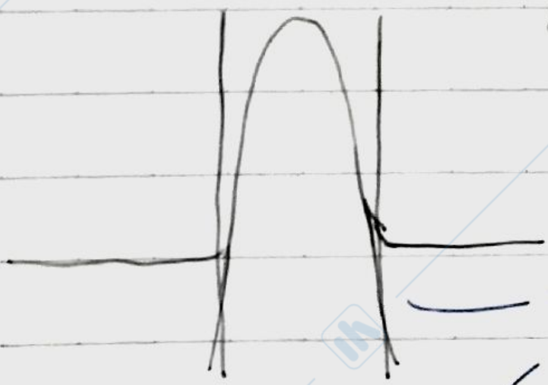
somma di seni e coseni

↳ soluzione possibile:

$$T(x,t) = \frac{T(x=0,t) - T_\infty}{T(x=0,t=0) - T_\infty} = e^{-t/\tau} \cdot \overbrace{\sin\left(\frac{x}{L}\right)}^{*}$$

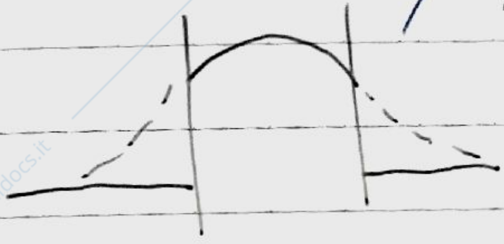
Immaginiamo di avere

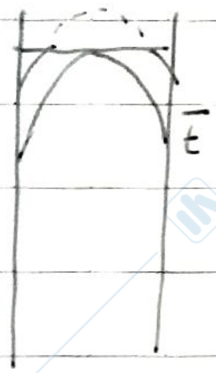
1° caso: h alto



$*$ influisce su questa sinusoide (parametri diversi)

2° caso: h basso





visto che questa non c'è considereremo in questi casi un criterio del tipo $t \geq \bar{t}$ (riguarda il contributo del tempo)

c'entra Biot con la piattezza della sinusoide

$$\hookrightarrow \theta(x,\infty) = \frac{T(x=0,t)-T_\infty}{T(x=0,t=0)-T_\infty} = \underset{Bi}{c}\, e^{-t/\tau} \cdot \sin\left(\underset{Bi}{}\frac{x}{L}\right)$$

$$\hookrightarrow \frac{\Delta T}{\Delta T_0} = C_1\, e^{-\frac{t}{\tau}} \sin\left(C_2 \cdot \frac{x}{L}\right)$$

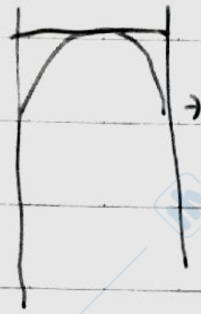
Introduciamo il numero di Fourier Fo:

$$Fo = \frac{\alpha t}{L^2} = \frac{\lambda t}{\rho c L^2}$$

→ mette insieme proprietà del materiale, il tempo e la sua geometria

$$\left[\frac{\cancel{J}\cdot\cancel{s}\cdot\cancel{m^3}\cdot\cancel{kg}\cdot\cancel{K}}{\cancel{m}\cdot\cancel{K}\cdot\cancel{s}\cdot\cancel{kg}\cdot\cancel{J}\cdot\cancel{m^2}}\right] \rightarrow \text{adimensionale}$$

es.



$\rightarrow Fo = 0,2 \quad (t \geq \bar{t})$

$$\frac{10^{-6} \cdot t}{L^2} = 0,2$$

$$L^2 = 5 \cdot 10^{-6}\, t$$

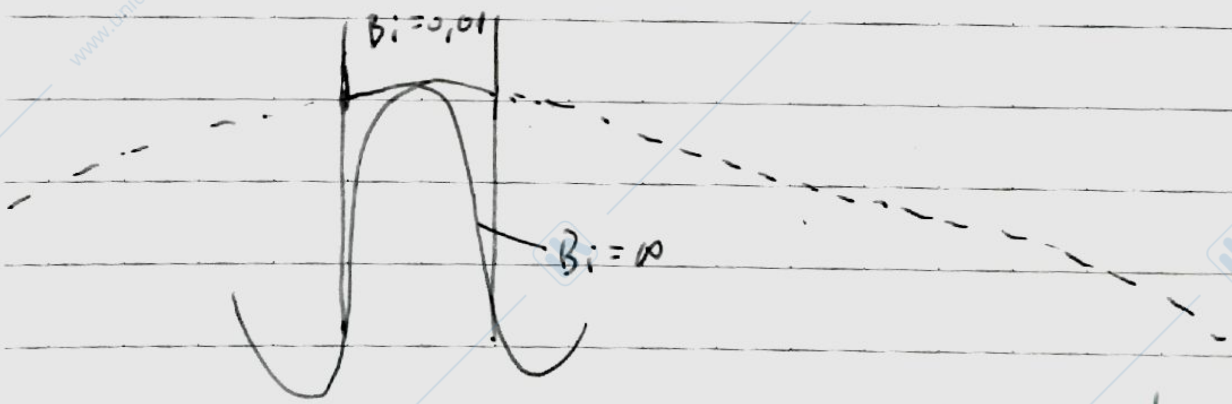
es. $L = 1\,m$

$$t = 2 \cdot 10^5\ s \simeq 2 \text{ giorni}$$

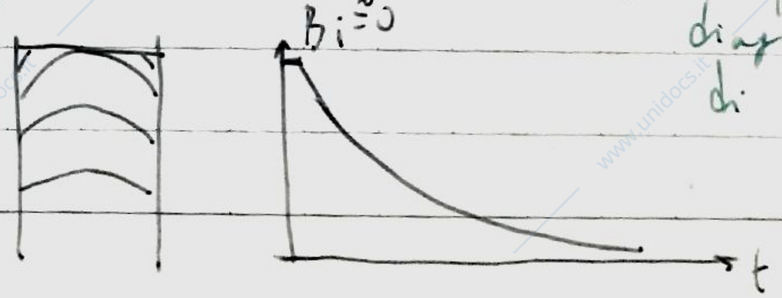
es. (11.1 tabelle)

$$\theta = \frac{\Delta T}{\Delta T_{x=0}} = A_1 e^{-\lambda_1^2 Fo} \cos\left(\lambda_1 \frac{x}{L}\right)$$

Analizziamo gli estremi delle tabelle

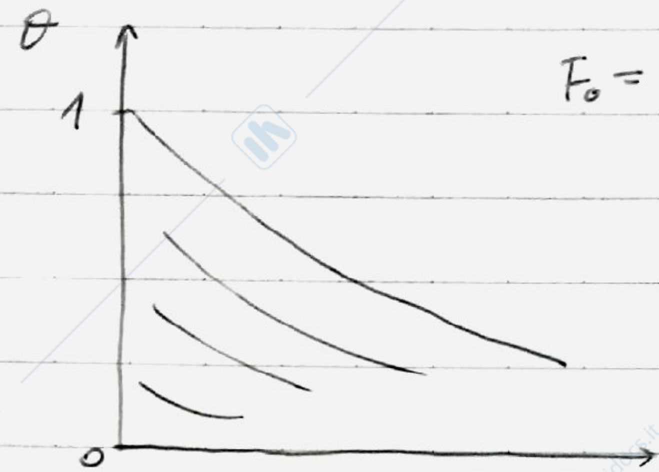


Nel tempo



→ poi guard. diagrammi di Heisler da sito

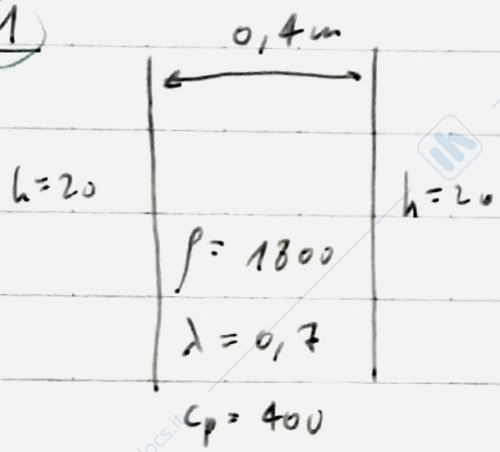
Parete semi-infinita



$$F_o = \frac{\alpha t}{x^2}$$

Esercizi

1



$L_{Bi} = 0,2$

$$B_i = \frac{hL}{\lambda} = \frac{0,2 \cdot 20}{0,7} = \frac{4}{0,7} = 5,7$$

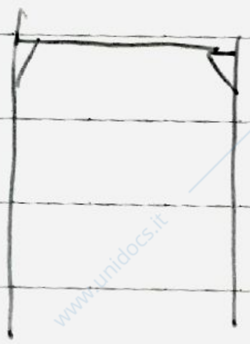
$$\frac{1}{B_i} = 0,175$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p} = \frac{0,7}{1800 \cdot 400} \cong 10^{-6}$$

Dopo 1h

$$F_{o(1\,ora)} = \frac{\alpha t}{L^2} = \frac{3600 \cdot 100}{10^6 \cdot 2^2} = 0,09$$

usiamo il metodo pareti semi-infinite



non sappiamo risolverlo

l'ondata di calore non è arrivata al centro

Dopo 10 h

$$F_{o\,(10\ ore)} = \frac{\alpha t}{L^2} = \frac{36000 \cdot 100}{10^6 \cdot 2^2} = 0,9$$

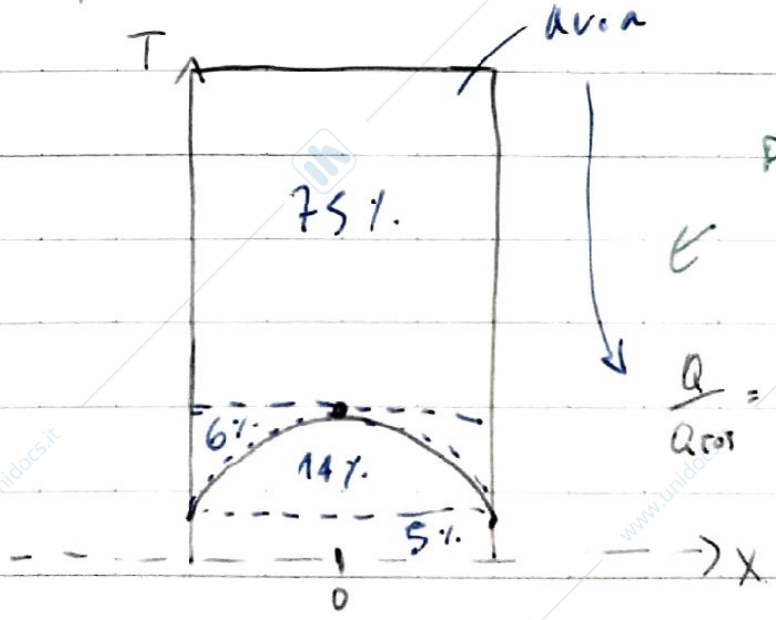
$$B_i = 5,7 \begin{cases} \lambda_1 = 1,34 \\ A_1 = 1,245 \end{cases} \rightarrow \text{da tabelle}$$

$$\frac{\Delta T}{\Delta T_0} = A_1 e^{-\lambda_1^2 F_o} \cos\left(\lambda_1 \frac{x}{L}\right)$$

$$\frac{\Delta T}{\Delta T_{0\,centro}} = 1,245 \cdot e^{-1,34^2 \cdot 0,9} = 0,247$$

$$\frac{x}{L} = 0$$

$$\frac{\Delta T_{centro}}{\Delta T_{superficie}} = \cos \lambda_1 \cdot 1 = \cos(1,34)^{rad} = 0,229$$



FARE SEMPRE GRAFICO

$$\frac{Q}{Q_{tot}} = 81\%$$