Prof. Lucio Araneo
Politecnico di Milano
Laurea in Ingegneria dell'Automazione, Sede Milano Leonardo, aa 2019/20
Versione del file: v1a, data: 13 Settembre 2019

Programma del corso di Fisica Tecnica e Macchine 8 crediti

Date indicative. In grigio chiaro alcuni argomenti che potrebbero venire solamente accennati.

Ore	Data	ARGOMENTI del corso di FISICA TECNICA e MACCHINE Con ipotesi di calendario	Capitoli Moran
0.5	17 set	Presentazione del corso. Materiale didattico ed esami.	
1.5	17 set	Richiami da corsi precedenti. Unità di misura, (P, T, etc..). Sistemi, stati, proprietà. Fasi e cambiamenti di fase. Energia nelle sue varie forme. Conservazione dell'energia per sistemi chiusi. Equazioni di stato (liquidi e solidi incomprimibili ideali, gas perfetti). Calori specifici	1.x, 2x 3.1 fi .3.6
2 2 2	18 set 24set 25set	Trasmissione del calore: introduzione. Eq Newton per la conduzione stazionaria. Equazione generale della conduzione (Fourier) e sue semplificazioni. Casi monodimensionali T=T(x): resistenze termiche in serie con nozioni di convezione, pareti piane (anche con generazione interna di calore) e cilindriche. Alette.	15.x 16.1 + dispense 16.2,3,4
2 2	1ott 2ott	Conduzione in regime variabile, casi a parametri/capacità concentrati T=T(t). Numero di Biot, definizione e significato. Regime variabile, T=T(x,t): conduzione in pareti spesse finite e semi-infinite, numero di Fourier. Uso dei diagrammi di Heisler. Cenni ai casi 2D e 3D	16.5.1 16.5.x + dispense
2 2	8ott 9ott	Flussi interni ed esterni. Convezione forzata e attrito. Diagramma di Moody. Numeri di Reynolds Prandtl Nusselt. Convezione naturale (cenni)	12.1, 14.1,5,8,.9,10 17.1,2,3 (4)
2	15ott	Scambiatori di calore. Metodo DT medio logaritmico (metodo e-NTU).:	17.5 + dispense
2 2 2 2	16ott 22ott 23ott 29ott	Richiami 1° PdT Conservazione dell'energia per sistemi chiusi, calore e lavoro (L= P dV). Trasformazioni reversibili e irreversibili, quasistatiche. Energia interna ed entalpia per gas perfetti (esperimento di Joule.), scambi energetici e trasformazioni nel diagramma P-v. Entropia.(dS=dQ/T). Variazione di entropia per i gas perfetti, solidi e liquidi ideali. Trasformazioni isoentropiche. Diagrammi P-v, T-s. Politropiche (es 12.11)	2.x 7.?
2 1	30ott 12nov	Diagrammi di stato di sistemi eterogenei e trasformazioni con cambiamento di fase. Sistemi bifase liquido vapore, diagrammi e tabelle termodinamiche dell'acqua satura, vapore surriscaldato. Gas reali, coefficiente Z; P e T ridotte.	4.x
1 2	12nov 13nov	Sistemi aperti: volumi di controllo, instazionari e stazionari, bilanci di massa ed energia (1° PdT). Dispositivi a flusso stazionario.	5.x
2	14nov	2° PdT, macchine termodinamiche, serbatoi di calore. Entropia e bilanci entropici. Macchina di Carnot, rendimenti ed efficienza.	6.x 7.x
1	14nov	Cicli a vapore: ciclo Rankine a vapore d'acqua, cenni ai cicli frigoriferi. Realizzazioni impiantistiche.	8.x
4	3e4dic	Cicli a gas: Joule-Brayton, Otto, Diesel	9.x
4	10 e 11 dic	Nozioni di impianti idraulici: perdite di carico, componenti, curve di funzionamento di macchine ed impianti.	14.5,6,7 +Dispense
2	17dic	Metodi Numerici per la trasmissione del calore. Uso di Excell	dispense

Libro di testo: Moran Shapiro Munson DeWitt, Elementi di fisica tecnica per l'ingegneria. McGraw-Hill, 2011

Libri di consultazione: Chengel, *Termodinamica e trasmissione del calore*: McGraw-Hill. Guglielmini Pisoni, *Elementi di trasmissione del calore*, II ed, CEA (versione completa, Isbn 88-408-1125-7). Ferruccio Miglietta, *Appunti di Fisica Tecnica*, CUSL, ISBN 88-8132-354-0

Esercitazioni, temi d'esame etc: sul sito *www.araneo.biz*

Orario Lezioni 2017/18: Mar 9 fi 12 (9.0.1), Mer 10 fi 12 (9.1.2), Gio, 8 fi 11 (9.1.2)

Verifica per compatibilità di stampa: 5 lettere accentate à è ì ò ù, 5 lettere greche a b g d e
23 simboli « › fl fi ¥ { } – ~ ÷ @ » „ £ ‡ ƒ ¶ •

Indice Esercitazioni Fisica Tecnica e Macchine

I risultati degli esercizi riportati tra parentesi [quadre] senza soluzione svolta non sono garantiti.
Gli esercizi contrassegnati con un asterisco (*) si riferiscono ad argomenti che potrebbero essere fuori programma.

Modalità di esame del corso di Fisica Tecnica e Macchine

Questo paragrafo contiene informazioni fondamentali da conoscere per sostenere gli esami.
L'iscrizione agli esami è obbligatoria. Chi non ha intenzione di presentarsi ad un esame è vivamente pregato di non iscriversi, o di cancellare l'iscrizione, o avvertire il docente via mail fino a poche ore prima: gli assenti provocano stampa inutile di testi d'esame, preoccupazioni organizzative inutili per reperire aule più grandi, etc.
Durante gli esami (scritti e orali) è consentito l'uso di calcolatrice non programmabile, tabelle, un formulario (A4, una facciata per la trasmissione del calore, una per termodinamica e macchine) scritto al computer **non contenente nè grafici nè dimostrazioni,** da consegnare in caso di esami scritti. NON sono consentiti il libro di testo, esercitazioni o temi d'esame svolti.

Parte scritta

Consiste in una prova scritta sul programma completo contenente vari esercizi
Appelli regolari: sono previsti il ?? Gennaio e il ?? Febbraio 2019 (date non ancora fissate).
Prove in itinere: sostituiscono l'appello del 18 gennaio. La 1ª prova (trasmissione del calore) si terrà il ? Nov; chi è promosso (voto ‡ 18) può partecipare alla 2ª prova (restante parte del programma) il ?? Gennaio 2018 oppure (xor) il ?? febbraio. Chi viene bocciato alla 1ª prova o alla 2ª prova può ripresentarsi dall'appello completo successivo (?? Febbraio). Chi non partecipa alla 1° prova in itinere, o si ritira, o rifiuta il voto ‡ 18, può partecipare all'appello completo del 18 gennaio.

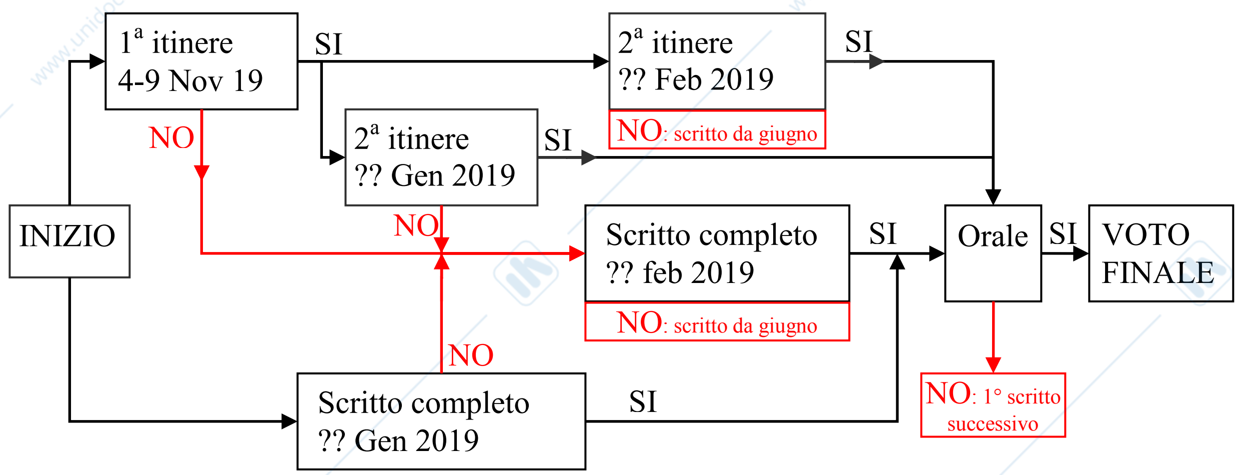
Voto sulla parte scritta (l'iscrizione ad uno scritto successivo annulla i risultati precedenti):

scritto completo ‡ 18	ammesso all'orale
Entrambe le prove in itinere ‡ 18	ammesso all'orale, voto scritto = media tra le due prove
Non ammessi all'orale	Ripetere lo scritto completo dall'appello successivo

Parte orale

La parte orale cambia il voto dello scritto con limiti da -¥ a +3 punti.
Viene sostenuta entro lo scritto successivo, salvo casi eccezionali di inevitabile sovrapposizione con altri esami.

Schema delle prove scritte e orali



Gli esami scritti corretti sono consultabili, più facilmente in concomitanza degli esami orali.
Gli esami orali, come tutti gli esami universitari, sono pubblici e quindi chiunque può assistervi.

Date degli orali – Il giorno dell'esame scritto vengono indicate varie date, tra le quali gli esaminandi possono indicare delle preferenze, che verranno favorite per quanto possibile. Gli orali si svolgono dopo l'avvenuta correzione degli scritti, normalmente entro lo scritto successivo. Saranno tenuti in aule che verranno indicate di volta in volta, sono possibili anche presso gli studi del Docente al Politecnico di Milano sede Bovisa (Dip. Di Energia, via Lambruschini 4° GPS 45.503000, 9.156600) o al CNR (Consiglio Nazionale delle Ricerche, via Cozzi 53, Milano zona stazione FS Greco Pirelli, GPS 45.5119, 9.2116). Istruzioni e mappe su sito del Docente.

Problemi di date degli orali - Chi avesse problemi di date (a causa di una laurea imminente, contemporaneità con altri esami), è pregato di segnalarlo al docente con largo anticipo per concordare le opportune misure.

Erasmus - Il corso è tenuto in italiano. Il libro di testo è facilmente reperibile anche in inglese. L'esame può essere sostenuto anche in inglese, francese o spagnolo.

Per contattare il docente: scrivere a lucio.araneo@polimi.it dal vostro indirizzo di posta da studenti del Politecnico (gli altri spesso finiscono nel filtro anti-spam), e specificare il proprio corso, anno, sede.
Aggiornamenti di questo file di esercitazioni e altro materiale sono depositati sul sito del docente.

Suggerimenti per preparare l'esame
Scaricare esercizi e temi d'esame degli anni precedenti quando disponibili. Studiare la teoria, svolgere gli esercizi, rivedere la teoria relativa ad ogni passaggio di cui non si è in grado di spiegare approfonditamente il perché. Reiterare.
Immaginate di dover subire un intervento chirurgico importante. Immaginate che il chirurgo sia preparato come voi per l'esame. Vi fareste operare?

Tabella: viscosità di alcuni fluidi

Fluidi a 27 C	Viscosità		Tensione sup.* (dyn/cm=mN/m)
	Shear rate (s^{-1})	Viscosità (cP=mPa.s)	
Liquidi newtoniani			
Acqua	225-450	1.0	73
Olio vegetale	22-45	42	33.5
Coca Cola	90-450	1.4	50
Latte intero	225-450	2	48
Latte scremato	225-450	1.3	50

* All'interfaccia con l'aria.
1 dyn = 0.000 01 N
1 dyn/cm = 0.001 N/m

Tabella: caratteristiche fisiche di alcune sostanze di uso comune

Fluido	r (kg/m^3)	m (10^{-2} g/cm*s) (10^{-3} kg/m*s)	n (10^{-2} cm^2/s) (10^{-6} m^2/s)	s* (dyn/cm)	k (l) (W/m*K)	c_p (J/kg*K)	a (10^{-2} cm^2/s) (10^{-6} m^2/s)
Gas a 300K							
Aria	1.16	0.0185	15.9		0.0263	1010	22.5
NH_3	0.692	0.0103	14.8		0.0246	2298	15.5
CO_2	1.789	0.0149	8.40		0.0166	852	10.9
CH_4	0.644	0.0111	17.3		0.0342	2240	23.7
N_2	1.12	0.0178	15.10		0.0259	1040	22.1
H_2	0.0819	0.00896	109		0.182	14320	155
O_2	1.31	0.0200	11.6		0.027	911	22.6
Liquidi a 300K							
Acetone	782	0.331	0.423	24	0.169	2180	0.0991
Acqua	988	1.002	1.014	73	0.600	4180	0.143
Acqua, 100 C	958	0.279	0.291	59	0.670	4220	0.168
Alcol etilico	802	1.05	1.31	22.5	0.168	2460	0.0853
Alcol metilico	785	0.53	0.675	23	0.200	2480	0.103
Benzene	881	0.58	0.658	29	0.144	1730	0.0945
Glicerina	1260	1490	1200	63	0.287	2380	0.95
Mercurio	13'500	1.51	0.114	435	8.58	139	4.56
Olio d'oliva	916	84	91.7	35			
Olio SAE-5W-30	860	96.3	112	36.5	0.138	1850	0.0867
Olio SAE-10W-30	872	108	124	35	0.136	1840	0.0855
Propanolo	803	1.72	2.14	24	0.154	2477	0.0774

sostanza	r (kg/m^3)	m (10^{-2} g/cm*s) (10^{-3} kg/m*s)	n (10^{-2} cm^2/s) (10^{-6} m^2/s)	s* (dyn/cm)	**k (l)** (W/m*K)	**c$_p$** (J/kg*K)	a (10^{-2} cm^2/s) (10^{-6} m^2/s)
Solidi a 300K							
Acciaio inox	7500-8000				14-18	477	4.0
Acciaio	7850				50-60	440	
Alluminio	2702				236	902	97
Argento puro	10490				430	232	
Cromo	7160				95	451	29
Ferro puro	7870				83	440	23
Nichel	8900				90	440	
Oro	19250				320	128	
Piombo	11300				35	129	
Platino	21400				70	130	
Rame	8930				400	385	116
Uranio	19070				27	116	12
Argilla	1500				1.4	880	1.1
Calcestruzzo	2400				2.3	1100	
Ceramica	2000				1.2	800	
Ceramica Al2O3	3800				23-30	900	
Granito	2640				3.0	800	1.4
Mattone	1600				0.7	840	0.52
Sabbia	1500				0.3	800	0.25
Vetro da finestra	2700				0.84	800	0.39
Vetro Pyroceram	2600				4.1	810	1.9
Zaffiro sintetico	3990				36	755	
Carbone	1370				0.24	1260	0.14
Diamante	3500				1600		
Grafite	2100-2200				4.9		
Legno compensato	550				0.12	1200	0.18
Legno di quercia	600				0.17	2400	0.12
Plexiglass	1180				0.19		
Sughero	160				0.043	1900	0.14
Ghiaccio	920				2.2	2000	1.2
Lana	200				0.038		
Pelle umana					0.37		
Polipropilene	920				0.22		
Polistirene esp.	50				0.025		
Plexiglas	1180				0.19		

Tutte le unità di misura http://www.unc.edu/~rowlett/units/index.html
Tabelle termodinamiche http://webbook.nist.gov/chemistry/fluid/

Errata corrige al Libro di Testo “Moran-Shapiro”.

(Moran Shapiro Munson DeWitt, Elementi di fisica tecnica per l’ingegneria. McGraw-Hill, 2011; Grazie di segnalare eventuali altri errori riscontrati)
Per gli ultimi aggiornamenti http://www.catalogo.mcgraw-hill.it/catLibro.asp?item_id=2679

Pagina 1ª ed (riga, paragrafo..)	Errato	Corretto
Pag 6, fig 1.4	Terminale in piombo (lead)	Terminale conduttore (lead)
A2 tab FM1b	Altre unità (°C kg/m^3 etc) Gas ideale $\rho = p / RT$	Le unità sull’intestazione sono ancora SI, ma i valori non tornano. Gas ideale $\rho = p / (RT)$
Pag 319	T non è l’ascissa del diagramma T-ω	Il diagramma è h-ω , cartesiano non ortogonale.
Pag 313 eq 10.6	Parentesi)	barra verticale |
Pag 283 fig e9.1B	inclinazione isocore	Le linee devono essere logaritmiche ottenute per traslazione, con ΔT_{34} maggiore di ΔT_{12}, oppure nel grafico la scala T è logaritmica
Pag 410	L’attrito	La forza d’attrito totale
Pag 502 tab 16.3	Conducibilità a volte lambda altre k	Usare sempre lambda, oppure specificare
I2	Numero di Reynolds, 564	Numero di Reynolds, 416, 564 Mancano Froude, Eulero 416
	Capacità termica	Manca in indice analitico

* Nota: le differenti convenzioni sulla separazione di migliaia e decimali possono confondere. Per esempio il numero “mille e cinquecento e 5 decimi” può essere trovato scritto come:
1500.5   1500,5   1,500.5   1.500,5   1'500.5   1 500.5   etc
Può capitare di usare in contemporanea dati scritti con convenzioni diverse: è ovvio che a questo livello di studi si deve avere la capacità di capirlo.
La forma usata in queste esercitazioni è normalmente 1'500.5 , in modo che sia la posizione del simbolo a stabilire la funzione (in alto separa migliaia, in basso separa i decimali), e non il simbolo stesso. In tal modo una eventuale confusione tra punto e virgola non risulta in dati sbagliati.

1 Bilancio energetico di sistemi chiusi.

Introduzione, libri. Sistemi, stati, proprietà, unità di misura, (P, T..). Equazioni di stato (gas perfetti, liquidi incomprimibili ideali). Calore e lavoro. 1° PdT.

1) Un sistema chiuso ha una variazione di energia interna DU = 200 kJ. Durante tale processo il sistema assorbe dall'ambiente del calore Q = 20 kcal. Determinare in valore e segno il lavoro ceduto all'ambiente.

Soluzione

Dati: Q_{in}=20 Kcal= 83.7 kJ

Convenzione Q e L entrambi entranti: $Q_{in} + L_{in}$ = DU fi 200 = 83.7+ L_{in} fi **L_{in} = 116.3. kJ**

Convenzione Q entrante L uscente : $Q_{in} – L_{out}$ = DU fi 200 = 83.7- L_{out} fi **L_{out}= -116.3 kJ**

2) Un sistema chiuso ha una interazione con l'ambiente durante la quale cede all'ambiente calore (Q = 200 kcal) ed assorbe lavoro (L = 40 kJ). Determinare la variazione di energia interna del sistema.

Soluzione

Convenzioni: Q_{in} e L_{in}

Dati: Q uscente = 200 kcal, fi Q_{in} = -200 kcal = -837 kJ

Conservazione dell'energia: $Q_{in} + L_{in}$ = DU fi **DU = -837+40 = -797 kJ**

3) In un sistema chiuso ha luogo una trasformazione a seguito della quale non si ha variazione di energia interna mentre viene ceduta all'ambiente una quantità di calore Q = 150 kJ. Determinare il lavoro che il sistema cede all'ambiente.

Soluzione

$Q_{in}+L_{in}$=DU dove DU = 0 quindi Q ed L si annullano, Q_{out}=150, fi Q_{in}=-150, **L_{in}=+150 ; L_{out}=-150**

A scelta si può scrivere $Q_{in}+L_{in}$=0 fi Q_{in}= -L_{in} , oppure Q_{in}-L_{out}=0 fi Q_{in}= L_{out} , il risultato non cambia

4) Un sistema è costituito da quattro sottosistemi A, B C e D. Il sottosistema A cede il calore Q_{AB}= 300 kcal al sottosistema B ed il calore Q_{AC} = 120 kcal al sottosistema C. Il sottosistema C fornisce il lavoro L_{CB} = 230 kJ al sottosistema B ed assorbe il lavoro L_{CD} = 400 kJ dal sottosistema D. Si chiede di determinare le variazioni di energia interna (1) del sistema completo e (2) dei quattro sottosistemi .

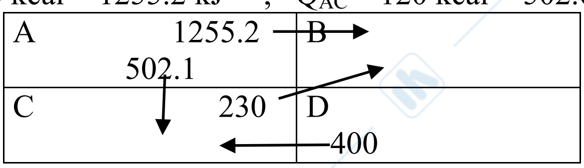
Soluzione 1

Il sistema completo non scambia nulla con l'esterno, quindi **DUtot = 0 kJ**

Soluzione 2

Convenzioni: sempre energie entranti > 0

Q_{AB} = 300 kcal = 1255.2 kJ , Q_{AC} = 120 kcal = 502.08



DU_A = -1255.2-502.1= **-1757.3 kJ**

DU_B = +1255.2 + 230 = **+1485.2 kJ**

DU_C = +502.1 - 230 + 400 = **672.1 kJ**

DU_D = -400 kJ

volendo da questi dati si ricava anche **DU_{TOT} = S DU_i = 0**

5) Schematizzare i flussi energetici per un rigorifero funzionante lasciato aperto in una stanza.

2 Proprietà dei solidi, liquidi e gas ideali. Equazioni di stato.

1) Determinare quanto tempo impiega un bollitore con potenza 800W per portare ad ebollizione 1 litro di acqua.

Soluzione

Si ipotizza che tutta l'energia elettrica assorbita dalla resistenza elettrica del bollitore sia trasfromata in calore, e che tutto sia ceduto all'acqua. Si tracurano perdite verso l'aria e riscaldamento del bollitore stesso. Si ipotizza l'acqua inizialmente a 20°C

Dati : 1 litro di acqua = 1 kg , c_{P_acqua} = 1 kcal/kg/K = 4186 J/kg/K. (Verificare se c_P varia con T).

Principio fisico usato: conservazione dell'energia Q=DE.

Q = m c_P DT = 1kg * 4200 J/kgK * 80 °C = 336 kJ

Q'=Q/t da cui t=Q/Q' = 336 kJ / 0.8 kJ/s = 420 s = 7 minuti

2) Come nell'esercizio precedente, considerando di scaldare anche il bollitore costituito da 200 gr di ferro.

Soluzione

Si ipotizza che tutta l'energia elettrica assorbita dalla resistenza elettrica del bollitore sia trasfromata in calore, e che tutto sia ceduto all'acqua e al bollitore che si trova alla stessa temperatura dell'acqua. Si tracurano perdite verso l'aria. Si ipotizza l'acqua inizialmente a 20°C

Dati : 1 litro di acqua = 1 kg , c_{P_H2O} = 1 kcal/kg = 4200 J/kgK.

Dati : 0.4 kg di ferro , c_{P_Fe} = 500 J/kgK.

Principio fisico usato: conservazione dell'energia Q_{tot}=DE_{tot}.

Q = (m c_P DT)$_{H2O}$ + (m c_P DT)$_{Fe}$ = (m_{H2O} c_{P_H2O} + m_{Fe} c_{P_Fe}) * DT = (C_{H2O} + C_{Fe}) * DT

Q = (1 * 4200 +0.4*500) * 80 = (4200 J/K+200 J/K) * 80 = 440 J/K * 80 K = 352 kJ

Q'=Q/t da cui t=Q/Q' = 352 kJ / 0.8 kJ/s = 440 s = 7'20"

Alternativa: calcolare il tempo per scaldare il solo bollitore e sommare al precedente. Corretto?

3) Determinare la potenza termica necessaria ad uno scaldabagno per poter fare una doccia.

Soluzione

Si ipotizzano nulle le dispersioni. La portata d'acqua per fare una doccia si aggira attorno a qualche litro al minuto, per semplicità 6 l/min = 6 kg/min = 0.1 kg/s. Ogni secondo occore scaldare 0.1 kg di acqua da 15 a 40°C, quindi $Q_{1"}$ = $m_{1"}$ c_P DT = 0.1 * 4200 * 25 [kg/s * kJ/kg/K * K] = 10'550 J, forniti in 1 secondo, quindi 10.5 kJ/s = 10.5 kW. Gli scaldabagno domestici hanno infatti potenze dell'ordine di 10-20 kW.

4) Determinare la massa di azoto (N_2) che occupa un volume V = 30 dm^3 a pressione P = 100 bar e con temperatura T = 20 °C.

Soluzione

Dati: 30 dm^3 = 0.03 m^3 P = 100bar = 10^7Pa T = 20°C = 293 K R = 8314/28

Ipotesi: gas perfetto.

Equazione di stato G.P.: pV = m R T fi **m =** 10^7 *0.03 *28 / 8314 / 293 = **3.45 kg**

5) Determinare il volume specifico di un gas ideale (N_2) di cui è noto P = 7 ata, T= 30 °C e M = 3 kg.

Soluzione

Dati: p = 7 ata = 7*9.8 N/cm^2 = 68.6 * 10000 cm^2/m^2 = 686'000 Pa (= 6.86 Bar)

T= 30 °C = 303 K

Ipotesi: gas perfetto.

Eq.di stato G.P.: p v = R T fi **v** = 8314/28 * 303 / 686'000 = **0.13 m^3/kg**

6) Determinare il volume specifico di un sistema costituito da una massa M= 3 kg di azoto (N_2) che si trova a temperatura T = 30 °C e pressione P = 3 bar.

Soluzione

Dati: p = 3 bar = 300'000 Pa T= 30 °C = 303 K
Ipotesi: gas perfetto.
Eq.di stato G.P.: p v = R T fi **v** = 8314/28 * 303 / 300000 = **0.3 m^3/kg** (**= 3.33 kg/m^3**)

7) Una massa M= 3 kg di azoto (N_2) si trova alle pressione P= 4 bar e temperatura T= 25 °C. Determinare il volume di gas.

Soluzione

Adti: P = 4 bar = 400'000 Pa Mm = 28 T=25°C = 298K
Ipotesi: gas perfetto.
Eq.di stato G.P.: pV = m R T fi **V** = 3 * 8314/28 *298 / 400'000 = **0.664 m^3**
(v = 0.664/3 = 0.221 m^3/kg r = 4.52 kg/m^3)

8) Determinare la temperatura di un sistema costituito da una massa M= 0.3 kg di idrogeno (H_2) che occupa un volume V= 30 dm^3 a pressione P= 150 bar.

Soluzione

Dati: V = 30 dm^3 = 30 litri = 0.03 m^3 P= 150bar = 15 MPa,
Ipotesi: gas perfetto.
Eq.di stato G.P.: pV = m R T fi **T** = 15'000'000 * 0.03 / 0.3 / (8314/2) = 360.8 K = **87.7 °C**

9) Determinare la pressione a cui si trova, in condizioni di equilibrio, una massa M= 2 kg di CO_2 sapendo che occupa un volume V= 70 dm^3 a temperatura T= 90 °C. Verificare se è applicabile l'ipotesi di gas perfetto.

Soluzione

Dati: 70 dm^3 = 0.07 m^3 90 °C = 363 K
Ipotesi: gas perfetto.
Eq.di stato G.P.: pV = m R T fi **p** = 2 *8314/44 * 363 / 0.07 = 1.96 *10^6 = 1.96 MPa = **19.6 bar**
Verifica: dopo aver studiato i diagrammi bifasici liquido-vapore, sarà noto il concetto di Z (coefficiente di comprimibilità per gas reali) nell'equazione p v = Z R T .

10) Calcolare la densità dell'aria a 0°C e 25°C, alla pressione di 1 atmosfera (21% vol O_2, 79% vol N_2), e la costante R massica

Soluzione

- Legge di Dalton: due gas perfetti condividono lo stesso volume, ciascuno con la propria pressione parziale come se l'altro non ci fosse $P_a + P_b = P_{tot}$ = 101'325 Pa (somma pressioni parziali)

Ipotesi: gas perfetti,
legge: conservazione massa; $m_a + m_b = m_{tot}$
Per comodità considero 1m^3, così numericamente m = r, e r = P/ (R_{Univ} T)
$r_{O2@273}$ = 101'325*0.21 / (8314/32 * 273) = 0.300
$r_{N2@273}$ = 101'325*0.79 / (8314/28 * 273) = 0.987
$\mathbf{r_{aria@273}}$ = m_{aria}/V = (m_{O2} + m_{N2})/V = ($\underline{V}$ r_{O2} + $\underline{V}$ r_{N2})/$\underline{V}$= r_{O2} + r_{N2} **= 1.287 kg/m^3** @ 273 K
  Da pv/T = costante = p/rT ottengo $r_{273}T_{273} = r_{298}T_{298}$
  quindi $r_{aria298}$ = 1.287*273/298 = **1.18 kg/m^3 @ 298 K**

- Legge di Amagat (per i calcoli posso considerare i due gas parfetti alla stessa pressione, in volumi separati): $V_a + V_b = V_{tot}$ e $N_a + N_b = N_{tot}$. Non sempre funziona con gas reali e vapori.

(esiste anche la *frazione molare* $y_i = N_i / N_{tot} = p_i / p_{tot} = V_i / V_{tot}$; S y_i =1)
da m = N * Mm si scrive $m_{tot} = N_{tot}$ * Mm_{media} ; per comodità considero N_{tot}= 1 kmole

N_{O2}= 21% di 1 = 0.21 ; m_{O2}= 0.21*32 = 6.72 kg, m_{N2}= 0.79*28 = 22.12kg, m_{tot}= 21.84+6.72 = 28.84kg da cui **R** = 8314/28.97 = **287 J / kgK**
Dati reali: N_2=78.08% (Mm=28), O_2= 20.95% (32), CO_2=0.033% (44), Ar = 0.93% (38.95), da cui Mm_{media} = 28.97 kg

11) Calcolare il calore specifico a pressione costante del metano (CH_4) con l'ipotesi che sia schematizzabile come gas perfetto

Soluzione

Dati: M_m = 16 R = 8314/16 = 519.625 J/kg K
molecola come triatomica, $c_p = c_v$ + R = 6*1/2 R + R = 4 , **R** = 519.625* 4 = **2078.5 [J/kg K]**
L'ipotesi di gas perfetto è discutibile poiché la molecola ha vari atomi, in effetti il c_p del metano a temperatura ambiente fornito dalle tabelle termodinamiche è di circa 2200 kJ/kg.K .

12) Calcolare il calore specifico a volume costante di una massa di elio (gas perfetto) a temperatura T= 30 °C e pressione P= 2 bar

Soluzione

Mm = 4 R = 8314/4 = 2078.5 J/kg K molecola monoatomica, $\mathbf{c_V}$ = 3/2 R = 2078.5*3/2 = **3117.75 J/kg.K** . Il valore non dipende da temperatura o pressione del gas.

13) La vostra azienda deve comprare azoto liquido e riceve tre offerte da tre fornitori diversi:

0.20 € al kg.
0.22 € per Normal m^3
0.23 € per Standard m^3

Il direttore acquisti ovviamente è perso. Siccome voi siete l'Ingegnere, tocca a voi indicare l'offerta più conveniente.

3a La trasmissione del calore: l'equazione di Fourier (complementi al libro di testo)

La temperatura è funzione del tempo e delle coordinate spaziali; se queste sono espresse in forma cartesiana assume la forma T=T(t,x,y,z)

Studio analitico: si parte da una porzione generica di materiale solido, un cubo infinitesimo con un vertice nel generico punto (x,y,z) e avente lati (dx, dy, dz); il suo volume è dv= dx dy dz, la massa è dm = ρ dv

Il cubetto è il sistema considerato, non c'è scambio di lavoro quindi δq = du. E' la versione 3D+T della dimostrazione 1D+T (Par 16.1.2 pag 489 Moran Ed1)

Si scrive la relazione che lega i flussi di energia con la temperatura **: du = dm c dT = ρ dv c dT (c è il calore specifico, ed essendo un solido ideale c=c_P=c_V)

Si scrive da dove arriva l'energia δq:

- per generazione interna g' [W/m^3]
- per i flussi di calore Φ [W/m^2] in entrata-uscita dalle 6 facce, si ottiene

du = (g' dv + $\Sigma\Phi_i A_i$) dt

porterò il dt a sinistra, tenendo conto che diventa una derivata parziale.

la somma $\Sigma\Phi_i$ semplificando alcuni termini fornirà dei $\Delta\Phi$ nelle varie direzioni.

I flussi Φ_i vengono espressi in funzione delle direzioni e delle coordinate (x,y,z). Hanno segno positivo nel verso degli assi. Per esempio: Φ_x rappresenta il flusso nella direzione x ; Φ_x(x,y,z) attraversa la faccia alla coordinata x che ha area dA=dy*dz . Φ_x(x) è entrante, Φ_x(x+dx,y,z) è uscente dal cubetto. Poiché in questo caso, muovendosi lungo l'asse x le variabili y e z non cambiano, per alleggerire la simbologia vengomno omesse, cioè Φ_x(x,y,z) viene scxritto Φ_x(x). Si ottiene quindi:

$$\partial u/\partial t = g'\,dv + \Phi_x(x)\,dy{*}dz - \Phi_x(x+dx)\,dy{*}dz + \Phi_y(y)\,dx{*}dz - \Phi_y(y+dy)\,dx{*}dz + $$
$$+ \Phi_z(z)\,dx{*}dy - \Phi_z(z+dz)\,dx{*}dy$$

al flusso Φ_x(x+dx) sostituisco la sua espressione (serie di Taylor)

$$\Phi_x(x+dx) = \Phi_x(x) + \partial\Phi_x/\partial x|_x\,dx$$

$$\partial u/\partial t = g'\,dv + [\,(\underline{\Phi_x(x)} - \underline{\Phi_x(x)} - \partial\Phi_x/\partial x\,dx)\,dy{*}dz + \ldots..] \quad \text{idem per le altre coordinate}$$

sostituisco ∂u con l'espressione in funzione della variazione di T trovata prima **. <u>Semplifico i Φ</u>.

$$\rho\,\underline{dv}\,c\,\partial T/\partial t = g'\,\underline{dv} + [-\,\partial\Phi_x/\partial x\,\underline{dx]\,dy{*}dz} + \ldots..]$$

<u>semplifico i dv</u> (ricordo che dv = dx dy dz)

$$\rho\,c\,\partial T/\partial t = g' - \partial\Phi_x/\partial x - \partial\Phi_y/\partial y - \partial\Phi_z/\partial z$$

ricordando che $\Phi_x = -\lambda\,\partial T/\partial x$ (postulato di Fourier) ottengo

$$\rho\,c\,\partial T/\partial t = g' + \lambda\,(\partial^2T/\partial x^2 + \partial^2T/\partial y^2 + \partial^2T/\partial z^2)$$ che è l'equazione di Fourier

Se è possibile si definisce la diffusività termica $\alpha = \lambda / \rho\,c_p$; l'equazione diventa

$$\mathbf{1/\alpha\ \partial T/\partial t = g'/\lambda + \partial^2T/\partial x^2 + \ldots..}$$

Nel caso monodimensionale cartesiano (T=T(t,x) e non sono presenti y,z) diventa

$$\rho\,c_p\,\partial T/\partial t = g' + \lambda\,\partial^2T/\partial x^2$$

(Attenzione che in coordinate cilindriche o sferiche l'espressione cambia)

Analisi di vari casi particolari di un sistema monodimensionale cartesiano, (cioè parete piana indefinita, perché nella due dimensioni y e z si estende in maniera indefinita)

- stazionario ($\partial T/\partial t = 0$), con generazione di potenza g' $\neq$ 0, l'equazione diventa $0 = g'/\lambda + \partial^2T/\partial x^2$, resta solo la derivata rispetto ad x, quindi non più parziale, che va integrata con le opportune costanti: $d^2T/dx^2 = -g'/\lambda \Rightarrow dT/dx = -g'/\lambda\,x + B \Rightarrow x(T) = -g'/2\lambda\,x^2 + Bx + C$

cioè la T(x) ha andamento parabolico da integrare con le condizioni al contorno (temperature di parete o flussi di calore).

- stazionario ($\partial T/\partial t = 0$), g'= 0, $\Rightarrow$ $0 = \partial^2 T/\partial x^2$ cioè la T ha andamento rettilineo (è un sottocaso del precedente)
- $\lambda = 0$ (non conduttore, instazionario) $\Rightarrow$ $\rho\, c_p\, \partial T/\partial t = g'$ cioè localmente la generazione di calore fa aumentare la temperatura, sparisce il termine di diffusione, il profilo di T si solleva nel tempo restando parallelo a sé stesso, qualunque forma avesse inizialmente.
- g'= 0, instazionario, $\Rightarrow$ $1/\alpha\ \partial T/\partial t = \partial^2 T/\partial x^2$ cioè dove la concavità della T è >0, la T aumenta nel tempo (e viceversa) . Questo perché se la concavità è verso l'alto (cioè verso T positive), vuol dire che $\Phi(x) > \Phi(x+dx)$, cioè il flusso netto di calore è positivo per l'elemento di lunghezza dx, la sua T aumenta.

Origine di g' (simboli alternativi incontrati di frequente: g, q', q. A volte espressi in W/kg)

- reazioni chimiche esotermiche (depositi di fertilizzanti, presa del cemento armato)
- Reazioni nucleari (barre di combustibile nucleare nelle centrali)
- assorbimento di radiazioni elettromagnetiche (la luce parzialmente assorbita da un vetro, dal mare, il riscaldamento con forno a micro-onde, rimozione dei tatuaggi con il laser).
- g'<0 in caso di reazioni chimiche endotermiche (sacchetto di ghiaccio istantaneo antidolorifico)

simbologia

g'	generazione interna di calore (simboli alternativi: g, q', q.) [W/m^3] a volte [W/kg]
λ	conduttività (anche k) [W/m.K]
c	calore specifico (capacità termica specifica) [J/kg.K]
ρ	massa volumica (densità) [kg/m^3]

3b Conduzione in regime stazionario, pareti piane e cilindriche: esercizi

1) Determinare il flusso termico areico che attraversa una parete piana indefinita composta da due strati: il primo ha spessore s_1 = 25 cm e conduttività termica k_1 = 8 W/m.K mentre il secondo ha spessore s_2 = 12 cm e conduttività termica k_2 = 10 W/m.K. Le due superfici esterne della parete sono rispettivamente a temperatura T_1= 120 °C e T_2= 20 °C.

Soluzione

Ipotesi: geometria piana, stato stazionario

Legge: flusso conduttivo per lastra piana $Q'_{cond} = -\Delta T / (S/\lambda A)$ flusso areico Φ è Q' per A=1m^2

$\Phi = |\Delta T| / R_{tot}$ $R_1 = S_1/\lambda A_1 = 0.25 / 8 = 0.03125$ $R_2 = S_2/\lambda A_2 = 0.12 / 10 = 0.012$

$\Phi = |\Delta T| / (R_1 + R_1) = 100 / (0.03125+0.012) = 100/ 0.04325 = 2312$ [W/m^2]

$\Phi = |\Delta T_1| / R_1 =>$ $|\Delta T_1| = \Phi * R_1 = 2312 * 0.03125 = 72.3$ °C

$|\Delta T_2| = |\Delta T_{tot}| - |\Delta T_1| = 100 - 72.3 =$ **27.7 °C**

2) Determinare la resistenza termica complessiva di una parete piana di superficie S = 4 m^2 e realizzata con due strati di spessore $s_1 = s_2 = 20$ di materiali di conduttività termica λ_1= 20 W/m.K e λ_2 = 4 W/m.K rispettivamente. Sulla superficie interna si ha un coefficiente convettivo h_i = 100 W/m^{2}K mentre sulla superficie esterna si ha un coefficiente convettivo h_e = 30 W/m^{2}K.

Soluzione

Ipotesi: geometria piana, stato stazionario

Legge: somma di resistenze termiche $R_{TOT} = \Sigma r_i = 1/h_1A + L_1/\lambda_1A + L_2/\lambda_2A + 1/h_2A =$
$1/4 * (1/100 + 0.2/20 + 0.2/4 * 1/30) =$ **0.0258 [K/W]**

3) Una parete di spessore L = 10 cm e superficie S = 5 m^2 è attraversata da un flusso termico areico Φ = 6000 W/m^2. Sapendo che la superficie, a temperatura T_S = 110 °C, è lambita da un fluido con temperatura T_∞ = 30 °C determinare il coefficiente convettivo. [75 W/m^{2}K]

4) Determinare la resistenza termica di una parete piana multistrato di superficie S = 3 m^2 realizzata con materiali di spessori e conduttività termica noti.

L_1= 0.5cm; λ_1= 0.2 W/m.K; L_2 = 10 cm; λ_2 = 3.7 kcal/m.h.K; L_3 = 10 mm; λ_3 = 2 W/m.K.

Soluzione

Ipotesi: geometria piana, stato stazionario

λ_2 = 3.7 kcal/m.h.K * 4180 J/kcal *1/3600 h/sec = 4.3 W/m.K (non milliKelvin!)

$R_{TOT} = \Sigma r_i$ = 1/ A (0.005/0.2 + 0.1/4.3 + 0.01/2) = 1/3 * 0.053 = 0.01775 [K/W]

5) (Es 1.1) Il vetro di una finestra ha spessore s = 6 mm e separa un locale a temperatura T_i = 20 °C dall'ambiente esterno alla temperatura T_e = 5 °C. La conduttività termica del vetro è k = 1.2 W/m.K, mentre i coefficienti di scambio termico convettivo all'interno e all'esterno sono, rispettivamente, h_i = 5 W/m^{2}K e h_e = 15 W/m^{2}K.
Calcolare:
- il flusso termico trasmesso attraverso la lastra di vetro
- la temperatura della faccia interna del vetro

[55.21 W/m^2, ___ °C]

6) (Es 1.2) Una parete piana di un forno industriale ha una superficie complessiva S = 15 m^2 ed è costituita da tre stati. L'interno del forno si trova alla temperatura T_i = 900 °C, mentre l'ambiente esterno si trova alla temperatura T_e = 20 °C. La parete affacciata all'interno del forno ha spessore L_1 = 60 cm ed è realizzata con mattoni refrattari con conduttività termica k_1 = 3 W/(m·K); lo strato intermedio ha spessore L_2 = 30 cm ed è realizzata con materiale isolante avente conduttività termica k_2 = 0.1 W/(m·K); la parete esterna ha spessore L_3 = 2 cm ed è realizzata in acciaio con conduttività termica k_3 = 20 W/(m·K).
Nell'ipotesi che la parete sia in condizioni stazionarie e che i coefficienti scambio termico convettivo valgano $h_i = h_e$ =10 W/(m^2·K):
- determinare la resistenza termica complessiva della parete;
- determinare la potenza termica trasmessa verso l'esterno;
- rappresentare graficamente la distribuzione di temperatura nella parete;
- determinare la massima temperatura nello strato isolante.

[0.227 K/W, 3876.7 W, 822.5 °C]

7) La parete di un forno ha uno spessore s = 20 cm di materiale refrattario con conduttività termica pari a K_r= 12 W/m.K ed è isolata con materiale composito con conduttività termica pari a K= 0.3 W/m.K. La temperatura della superficie interna del forno è di 900 °C, mentre quella dell'aria esterna è di 25 °C. Nell'ipotesi che il forno sia a regime e che il coefficiente di scambio convettivo sia pari a 10 W/m^{2}K, determinare:
- lo spessore di isolamento necessario affinché il flusso termico disperso dal forno sia minore di Q = 800 W/m^2;
- la temperatura raggiunta dalla superficie esterna dell'isolamento.

Soluzione

Ipotesi: geometria piana, stato stazionario (Q' costante, non c'è termine di accumulo)

Noto ΔT = 900-25 = 875, e il flusso Q si sa che $Q = \Delta T/R_{TOT}$ da cui R = 875/800 = 1.1 K/W.

$R_{TOT} = \Sigma R_i$ (specifiche per area unitaria) = $L_1/\lambda_1 + L_2 / \lambda_2$ + 1/h da cui

1.1 = 0.2/12 + L_2 /0.3 + 1/10 da cui L_2 = 0.3*(1 –1/60) = **0.295 m**

$Q = \Delta T_i/R_i$ da cui $\Delta T_3 = Q * R_3$ = 800*1/10 = 80 da cui Q_{sup} = 80+25 = **105°C**

8) Determinare la resistenza termica complessiva di un condotto cilindrico di lunghezza L = 10 m, diametro interno D_i = 4 mm e spessore s = 1 mm, realizzato in un materiale avente conduttività termica k = 25 W/(m·K).

Soluzione

Ipotesi: geometria cilindrica, stato stazionario (Q' costante, non c'è accumulo)

$Q' = - \lambda$ A dT/dr $Q'/(-2 \pi r \lambda)$ 1/r dr = dt $Q' = (T_1-T_2) / [\ln(r_2/r_1) / (2 \pi L \lambda)]$

R = ln(3/2) / (2 p 10 * 25) = 0.495 / (500 p) = 0.0002583 = 0.000258 [K/W]

9) Sia dato un cilindro indefinito cavo con raggio interno R_1= 10 cm e raggio esterno R_2= 15 cm realizzato con materiale di conduttività termica k= 10 W/m·K. La superficie interna del cilindro ha una temperatura T_1= 120 °C mentre sulla superficie esterna è T_2= 20 °C. Si chiede di determinare l'espressione della distribuzione di temperatura ed il valore di questa per r= 12 cm.

Soluzione

Ipotesi: geometria cilindrica, stato stazionario (Q' costante, accumulo nullo)

Q'= - l A dT/dr separo le variabili (T r) e integro Q'/ (2 p L l r) dr = -dt

Q'/ (2 p L l) ln r/r_1 = T_1 – T

Se $r=r_2$ Q'/ (2pL l) = (T_1 – T_2) / ln (r_2/r_1) prendo il blocco Q' e sostituisco nella riga prima

(T_1 – T_2) / ln (r_2/r_1) * ln r/r_1 = T_1 – T T = T_1 – (T_1 – T_2) / ln (r_2/r_1) * ln r/r_1

T_{12cm} = 120 – (120-20) / ln (15/10) * ln 12/10 = 120 – 100*0.18/0.40 = **75°C**

Soluzione 2 per il profilo T(r)

La soluzione integrale Q'= - DT / R_{cil} vale per lo spessore intero, come per qualunque spessore parziale da r_1 dove c'è T_1 a r (variabile) dove c'è T(r).

Q'= - (T_2 - T_1) / ln(r_2/r_1) <u>/ 2 p 1 l</u> = - (T(r) - T_1) / ln(r/r_1) <u>/ 2 p 1 l</u>

Mi interessa l'uguaglianza, semplifico e resta : (T_2 - T_1) / ln(r_2/r_1) = (T(r) - T_1) / ln(r/r_1)

cioè T(r) - T_1 = (T_2 - T_1) * ln(r/r_1) / ln(r_2/r_1)

10) (Es 1.4) Determinare il raggio critico di isolamento per un condotto in acciaio rivestito da uno strato di isolante ed immerso in un fluido con coefficiente convettivo h = 15 W/m^2K. Sono note le proprietà dell'acciaio e dell'isolante: K_{acc} = 15 W/m·K, r_{acc} = 7800 kg/m^3, c_{acc} = 1 kJ/kgK, K_{is} = 0.3 W/m·K, r_{is} = 1200 kg/m^3, c_{is} = 0.6 kJ/kgK.

Soluzione

Ipotesi: geometria cilindrica, stato stazionario

Q'cond = - DT / R_{TOT} Q' = (T_1-T_2) / [ln(r_2/r_1) / (2 p L l)] si vede R_{COND} R_{CONV} = 1/hA

R_{TOT} = [ln(r_2/r_1) / (2 p L l)] + 1/(h 2 p L r_2) è massima quando la derivata è 0. Varia r_2

¶ R_{TOT}/¶ r_2 = 1/(2 p L) [1 / l * r_1/r_2 *1/r_1 + 1/h (-1/ r_2^2) = 0

[1/l * 1/r_2 - 1/(h r_2^2) = 0 1/l = 1/(h r_2) r_2 = l / h !! (nota: indipendente da r_1)

solo acciaio l_{ACC} = 15, r_{CR} = 15 / 15 = 1 m, isolante l_{IS} = 0.3, r_{CR} = 0.3 / 15 = 0.02 m = **2 cm**

11) In un tubo di acciaio di 8 cm di diametro interno e con uno spessore di parete di 5.5 mm (conduttività termica l = 47 W/m.K) la temperatura della superficie interna è 250 °C. Il tubo è coperto con uno strato di 9 cm di isolante con conduttività termica di 0.5 W/m.K seguito da un altro strato di 4 cm di isolante con conduttività termica di 0.25 W/m.K. La temperatura della superficie più esterna dell'isolante è di 20 °C. Determinare:

- la potenza termica dissipata per unità di lunghezza del tubo;
- le temperature alle due interfacce

Soluzione

Ipotesi: geometria cilindrica, stato stazionario (Q' costante, accumulo nullo)

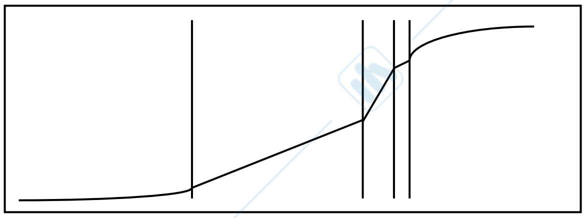
Raggio	l	R = ln(r2/r1)/(2 p l L)	DT_i = Q*R_i	T
r_1 = 0.04 r_2 = 0.0455 r_3 = 0.1355 r_4 = 0.1755	47 0.5 0.2	0.00044 0.348 0.165	0.2°C 155.9 73.9	250 249.8 93.9 20
		R_{tot} = 0.513	DT_{TOT} = 230	

Q' = DT / R_{TOT} = 230 / 0.513 = **448.6 W/m** (potenza dissipata da un tubo lungo 1 metro)

DT_{12} = Q' R_1 = 448.6 * 0.00044 = 0.2 DT_{23} = Q' R_2 = 448.6 * 348 = 155.9

12) . Una parete piana di 10 m^2 è costituita da uno strato esterno di mattoni (conducibilità $\lambda_1 = 0.72$ W/m.K, spessore L_1= 35 cm), da uno di isolante (λ_2 = 0.08 W/m.K, L_2 = 3 cm), e da uno di intonaco (λ_3 = 0.25 W/m.K, L_3= 1 cm). All'esterno si trova aria a 0°C (h_{est} = 15 w/m^2 K), all'interno aria a 26°C (h_{int} = 5 w/m^2K). Determinare la potenza dissipata. Disegnare l'andamento della temperatura con i valori intermedi. [P=223 W, $T_{1 \div 5}$ = 0, 1.5, 12.3, 20.7, 21.5, 26°C]

Traccia 6 febbraio 2003



Ipotesi: geometria piana, stato stazionario

$Q = \Delta T/R_{TOT}$ [W] $\quad R_{TOT} = \Sigma R_{conv} + \Sigma R_{cond} =$

$= 1/h_1A + L_1/\lambda_1A + L_2/\lambda_2A + L_3/\lambda_3A + 1/h_2A$

$\Delta T_i = Q^* R_i$

13) Un tubo cilindrico di acciaio (conducibilità λ_{acc} = 60 W/m.K) ha diametro interno 5 cm e spessore 4 mm, è coibentato con uno strato di 3 cm di isolante (λ_{is} = 0.3 W/m.K). La temperatura della superficie interna del tubo è 100°C, all'esterno si trova aria a 20°C (convezione 15 W/m^2K). Determinare la perdita di calore per metro di tubo, e il raggio critico dell'isolante spiegandone il significato. [Q' = 143.5 W/m, R_{CR}=2 cm]

Traccia 6 febbraio 2003

$q = \Delta T/R_{TOT}$ [W/m] $\quad R_{TOT} = \Sigma R_{cond} + R_{conv} = \ln(r_2/r_1)/2\pi\lambda_{acc} + \ln(r_3/r_2)/2\pi\lambda_{is} + 1/h2\pi r_3$

$\Delta T_i = Q^* R_i$ $\quad R_{cr} = \lambda_{is}/h$ è quello che minimizza la resistenza termica, (max. dispersione)

3c Lastra con generazione interna, caso stazionario (complementi al libro di testo)

Lastra 1D stazionaria (dT/dt=0), determinare l'equazione per il profilo di temperatura

Si voglia trovare la soluzione esatta con condizioni al contorno convettive.

Soluzione più generica: la lastra sia spessa L, con $0 \le x \le L$, stazionaria, dell'equazione di Fourier resta $\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0$ dove q' = W/m^3 è la generazione interna di energia.

Integrata una volta fornisce $\frac{dT}{dx} = -\frac{\dot{q}}{k}x + B$,

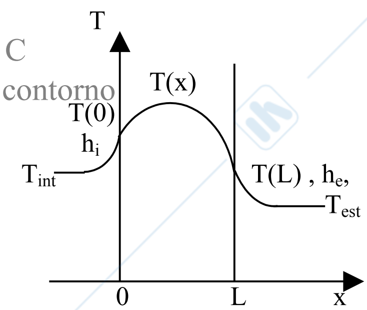
integrata la seconda volta fornisce T(x) $T = -q'/2k\, x^2 + Bx + C$

da sistemare con le condizioni al contorno, in questo caso il flusso di calore Φ, positivo se equiverso con x (scorre da 0 verso L), che alle pareti eguaglia il flusso convettivo

$\Phi = -k\, dT/dx = q'\, x - k\, B$

$\Phi_0 = -k\, dT/dx|_{X=0} = h_{int}\,(T_{int} - T_0)$ eq di Fourier = convezione al contorno

$\Phi_L = -k\, dT/dx|_{X=L} = h_{est}\,(T_L - T_{est})$



sostituisco qui dentro l'espressione T=T(x), trovo 2 eq nelle incognite B e C

$\Phi_0 = -k\, dT/dx|_{X=0} = h_{int}\,(T_{int} - T_0)$ eq di Fourier = convezione al contorno

$$\begin{cases} -k\,B = h_{int}\,(T_{int} - C) \\ -k\,(-q'\,L/k + B) = h_{est}\,(-q'/2K\, L^2 + BL + C - T_{est}) \end{cases}$$

cioè

$$\begin{cases} B = h_i/k\,(C - Ti) \qquad \text{che immetto nella } 2^a \\ q'\,L - \underline{h_i\,(C}\text{-}Ti) = -q'\,h_e\,L^2/2K + \underline{h_i\,h_e\,(C}\text{-}\,Ti)\,L/k + \underline{h_e\,C} - h_e\,T_e \end{cases}$$

mi resta la 2^a da svolgere

$\underline{h_i\,}C + \underline{h_e\,}C + \underline{h_i\,h_e\,}C\,\underline{L/k} = q'\,L + h_i\,Ti + q'\,h_e\,L^2/2k + h_i\,h_e\,Ti\,L/k + h_e\,T_e$

risulta

$$C = \frac{q'L + h_i T_i + h_e T_e + \frac{q' h_e L^2}{2k} + \frac{h_i h_e T_i L}{k}}{h_i + h_e + \frac{h_i h_e L}{k}}$$ è la temperatura in x=0

$B = h_i/k\,(C - T_i)$ è la pendenza in x=0

E facile verificare che $B = dT/dx_{x=0}$ considerando che:

$Q'_0 = h\,A\,DT = h_i\,A\,(T_i - C)$

$Q' = -k\,A\,dT/dx$

da cui $dT/dx_{x=0} = -Q'_0 / k / A = -h_i\,\underline{A}\,(T_i - C) / k / \underline{A} = h_i/k\,(C - T_i)$

Nel caso di parete adiabatica in x=0, vuol dire $F(0) = -k\,dT/dx|_{x=0} = 0$, e anche $h_{int}(T_{int} - T_0) = 0$, possibile se $h_{int} = 0$, o se $T_{int} = T_0$.

Si semplifica in B=0 (resta solo $h = h_e$)

$$T = -q'/2k\,x^2 + C$$

dove C si può trovare con la condizione al contorno che impone lo smaltimento del calore prodotto, che fornisce anche più rapidamente i soli DT interessanti

$q'\,A\,L = A\,h\,(T_L - T_e)$ bilancio generazione = convezione DT convettivo è $|DT_{L-e}| = q'\,L / h$

e quindi anche $T_L = T_e + DT_{L-e} = T_e + q'\,L / h$

e DT interno $|DT_{0-L}| = (\underline{-q'/2k\,0^2} + \underline{C}) - (-q'/2k\,L^2 + \underline{C}) = \mathbf{q'/2k\,L^2}$

per trovare C impongo il bilancio al contorno generato=convezione

$q\,L\,\underline{A} = h_{est}\,\underline{A}\,(-q'/2k\,L^2 + C - T_e)$ da cui $C = q'L/h + q'L^2/2K + T_e$.

oppure osservo che $C = T_{x=0} = T_e + DT_{L-e} + DT_{0-L}$

ESERCIZI

14) (Es2.1) Uno strato piano di rifiuti, di spessore L = 2m, è esposto all'aria in superficie, e può essere assunto termicamente isolato sul fondo. A causa delle reazioni chimiche di ossidazione che hanno luogo nello strato, si ha una generazione interna di calore pari a $q' = 20\ W/m^3$. Determinare la distribuzione di temperatura all'interno del materiale in regime stazionario, ed effettuare una stima del tempo necessario per arrivare a regime. Dati materiale: densità $r = 100\ kg/m^3$, conduttività termica k = 0.1 W/(m K), calore specifico $c_p = 2000$ J/kg, temperatura dell'aria T_a = 35 ºC, coefficiente convettivo $h = 10\ W/(m^2K)$

Soluzione

Ipotesi: geometria piana, stato finale stazionario, transitorio iniziale

La potenza smaltita per metro quadro di superficie corrisponde a quella prodotta dai 2 metri cubi di materiale sottostante, quindi 40 W/m^2. Per smaltire tali 40 W con un coefficiente di convezione h=10 è necessario un DT calcolato così: $Q' = h\,A\,DT_{convettivo}$ da cui $DT_{convettivo}$ =40/1/10= 4°C. La temperatura in superficie è quindi di 39°C. La temperatura dentro allo strato ha andamento parabolico, con il massimo a terra sotto 2 metri di spessore di rifiuti, e DT di valore $DT_{conduttivo} = q'\,L^2/2k = 20 * 2^2 / 2/0.1 = 400$°C. A regime la temperatura a terra reggiungerebbe i 439°C, per cui prima di tale valore si avrebbero dei cambiamenti nelle ipotesi dovuti a: evaporazione dell'acqua presente, reazioni chimiche di decomposizione, autoaccensione dei materiali combustibili.

La velocità di innalzamento della temperatura si può calcolare nelle fasi iniziali così: la massa di 1 m^3 è di 100kg, richiede 100 kg * 2000 J/kg.K = 200'000 J per aumentare di 1° di temperatura, dati i 20 W a disposizione ci impiega quindi 200'000/20 = 10'000 secondi, cioè circa 2h45'. Cioè l'innalzamento è di circa 8.7 gradi/giorno. Il tempo per arrivare a 439°C (se si potesse) e senza dispersione sarebbe quindi di 2.75 h/°C * 400 °C = 1111 ore = 46 giorni, questo è quindi il tempo caratteristico del sistema. Con dispersione (sempre se fosse possibile) quindi si arriverebbe a regime dopo circa 3 volte il tempo caratteristico, quindi dopo 4-5 mesi. In realtà già a T=100°C non si ha più c_P=cost, in quanto si ha l'evaporazione dell'acqua, quindi la curva diverrà orizzontale.

15) (Es2.2) Un vetro (spessore 7 mm, k = 1.4 W/m.K) è investito dai raggi solari (1000 W/m^2) e ne assorbe la metà. Determinare la temperatura del vetro. Ipotizzare condizioni convettive uguali su entrambi i lati (h=15 W/m^{2}K, T_{aria} = 25°C).

Soluzione

Il vetro assorbe 500W, che cede all'ambiente per convezione. Ogni faccia da 1 m^2 cede quindi 250W, per cui il $F_{convettivo}$ = h DT da cui DT = 250/15 = 16.66 °C alla superficie in più rispetto all'aria. Il vetro raggiunge quindi i 41.7 °C sulla superficie. La distribuzione di temperatura all'interno è parabolica con massimo al centro (simmetria) e DT = q' L^2 / 2k. Il valore di q', ipotizzando l'assorbimento omogeneo, risulta di 500 [W/m^2] / 0.007 [m] = 71'428 W/m^3, da cui DT = 71'428' 0.0035^2 / (2*1.4) = **0.3°C**, quindi trascurabile.

3d Alettature, barre. (complementi al libro di testo)

Alette: calcolo del profilo di temperatura, **metodo analitico (stazionario, 1D)**
Nella convezione si ha: $Q' = h\,A\,(T-T_\infty)$
Per incrementare il flusso Q', o diminuire il ΔT, posso incrementare il coefficiente di convezione h ($\rightarrow$ ventilazione forzata) oppure l'area di scambio A ($\rightarrow$ alettature)

$$Q' = \Delta T \Big/ \left\{ \frac{1}{h_i A_i} + \frac{1}{h_e A_e} + \frac{L}{kA} \right\}$$ se una delle resistenze è preponderante, è su quella che bisogna agire

Simbologia (e disegno) $T_0 = T_{base} = T_{Parete}$, $T_{Gas} = T_\infty$, convezione **h**, profilo di temperatura T(x), conducibilità $k = \lambda$. Pensare al manico di una padella, lungo e a sezione costante.
Ipotesi h = costante (!!), k = costante (~), T(x) non T(y) (profili piatti – in realtà un po' arcuati), sezione costante $A=A_t=A_b$ (A area trasversale=base) P=perimetro.

Bilancio termico per il generico elemento lungo l'alettatura (stazionario)
$Q'(x) = -k\,A_t\,dT/dx|_x$ è il flusso entrante dalla parte precedente di aletta
$Q'(x+dx) = -k\,A_t\,dT/dx|_{x+dx} = -k\,A_t\,(dT/dx|_x + d^2T/dx^2|_x\,dx)$ è il flusso uscente verso il resto
$Q'_{conv} = h\,P{*}dx\,(T(x)-T_\infty)$ è lo smaltimento per convezione lungo la sup. laterale del tratto dx
Bilancio globale $\underline{-k\,A_t\,dT/dx|_x} = -k\,A_t\,(\underline{dT/dx|_x} + d^2T/dx^2|_x\,\underline{dx}) + h\,P\,\underline{dx}\,(T(x)-T_\infty)$
$d^2T/dx^2 = h\,P / kA_t\,(T-T_\infty)$ chiamo $(T-T_\infty) = \theta$ $m^2 = h\,P / kA_t$ e ottengo
$d^2\theta/dx^2 = m^2\,\theta$.

Equazione differenziale $\theta'' = m^2\,\theta$ che ammette come soluzioni particolari
$\theta = C_1\,e^{-mx}$. e $\theta = C_2\,e^{+mx}$. (provare la verifica). Quindi ogni combinazione lineare delle due soluzioni è anche soluzione
$\theta = C_1\,e^{-mx} + C_2\,e^{+mx}$.

Aggiungo le condizioni al contorno per trovare C_1 e C_2.
Caso limite interessante: se $k=\infty$, allora $C_2=0$, $C_1=\theta_0$, l'aletta è isoterma. Anche nel caso h=0.
Non esiste $A=\infty$ senza che sia anche $P=\infty$, quindi non esiste questo caso limite

Caso di aletta infinitamente lunga per cui $T_\infty=T_{\underline{gas}}$ cioè $\theta_\infty=0$, risulta $C_2=0$, $C_1=\theta_0$ $\theta = \theta_0\,e^{-mx}$.

$$\theta = \theta_0 e^{-\sqrt{\frac{hP}{kA_t}}\,x}$$

permette di valutare anche il flusso totale disperso dall'aletta:

Si può integrare lungo tutto il profilo dell'aletta $Q' = \int_0^L hPdx\,\theta$, è più complicato

Oppure valutare il flusso alla base $Q' = -k\,A_t\,dT/dx$

$$Q' = --k\,A_b\,\theta_0 e^{-\sqrt{\frac{hP}{kA_t}}x}\sqrt{\frac{hP}{kA_t}} = +\sqrt{hPkA_t}\,(T_0 - T_\infty)$$

Senza aletta il flusso sarebbe $Q' = h\,A_b\,(T_0-T_\infty)$, per guadagnarci deve essere (suppongo $A_t=A_b$)
$\sqrt{hPkA_t} > hA_t \;\rightarrow\; \sqrt{Pk/hA_t} > 1 \;\rightarrow\; Pk > hA$

Caso di aletta corta, **estremità adiabatica**
$\theta = C_1\,e^{-mx} + C_2\,e^{+mx}$.

$$\begin{cases} x=0,\ \theta=\theta_0 & \theta_0 = C_1 + C_2 \\ x=L,\ d\theta/dx=0 & \theta' = -\underline{m}\,C_1\,e^{-mL} + \underline{m}\,C_2\,e^{+mL} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1/\theta_0 + C_2/\theta_0 = 1 \\ -C_1/\theta_0 \; e^{-mL} + C_2/\theta_0 \; e^{+mL} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_2/\theta_0 = 1 - C_1/\theta_0 \\ -C_1/\theta_0 \; e^{-mL} + (1 - C_1/\theta_0) \; e^{+mL} = 0 \end{cases} \qquad e^{mL} + C_1/\theta_0 \,(e^{-mL} + e^{+mL}) = 0$$

ottengo $\dfrac{C_1}{\theta_0} = \dfrac{e^{+mL}}{e^{+mL} + e^{-mL}} = \dfrac{1}{1+e^{-2mL}}$ e $\dfrac{C_2}{\theta_0} = \dfrac{e^{-mL}}{e^{+mL} + e^{-mL}} = \dfrac{1}{1+e^{+2mL}}$ $\quad \dfrac{\theta}{\theta_0} = \dfrac{e^{-mx}}{1+e^{-2mL}} + \dfrac{e^{+mx}}{1+e^{+2mL}}$

Chiarirsi su un dizionario la differenza tra afficienza e afficacia.
L'efficienza ($Q'_{profilo\_T\_reale}/Q'_{isoterma}$) di un'aletta infinita risulta 0.
Efficcacia dell'aletta: si confrontano il flusso in presenza di aletta $Q'_{Aletta} = (hPkA)^{0.5}\,\Delta T$ e quello della superficie di base nuda $Q'_{Base} = h\,A\,\Delta T$, si trova un'efficacia dell'aletta $\varepsilon = (Pk/Ah)^{0.5}$. Vedere le figure 10.59 e 10.60 del Chengel (1ª ed).

ESERCIZI

16) E' data un'aletta di lunghezza L infinita, materiale avente k=100 W/m.K, sezione di 50x2mm, in ambiente avente h=10 W/m²K. Determinare a quale lunghezza il ΔT è ridotto a 1/10 e 1/100 dell'iniziale.

Soluzione

Ipotesi: stato stazionario, h e λ costanti
Dati: Sezione S= 50x2 = 100 mm² = 0.0001 m²
Perimetro P = circa 100 mm = 0.1 m
Caso di aletta infinita $\varepsilon = (kP/hS)^{1/2} = (\cancel{0.1*100/10}/0.0001)^{1/2} = 100$
Valore dell'esponente $m = (hP/kS)^{1/2} = (\cancel{10 * 0.1}/\,100 / 0.0001)^{1/2} = 10$
Profilo di temperatura $\theta = \theta_0 \, e^{-mx} =$
temperatura $\theta/\theta_0 = e^{-10x} = 0.1 \quad -10x = -2.3 \qquad x = 0.23$ m
temperatura $\theta/\theta_0 = e^{-10x} = 0.01 \qquad -10x = -4.6 \qquad x = 0.46$ m
Notare la similitudine dei profili tra 0 e 23 cm, e tra 23 e 46 cm

17) E' data un'aletta di materiale avente k=100 W/m.K, sezione di 50x2mm, in ambiente avente h=10 W/m²K. Determinare il $\Delta T/\ \Delta T0$ all'estremità per lunghezze di 2 e 23 cm. Usare la figura 10.59 del Chengel per determinarne l'efficienza (rendimento rispetto all'aletta isoterma).

Soluzione

Usando la formula $\dfrac{\theta}{\theta_0} = \dfrac{e^{-mx}}{1+e^{-2mL}} + \dfrac{e^{+mx}}{1+e^{+2mL}}$ per alette corte, supponendo per semplicità l'estremità adiabatica, si ottiene la temperatura all'estremità

X = 2cm = 0.02m, m=10, mx = 0.2, $\quad \dfrac{\theta}{\theta_0} = \dfrac{e^{-0.2}}{1+e^{-0.4}} + \dfrac{e^{+0.2}}{1+e^{+0.4}} = 0.98$

X = 23cm = 0.23m, m=10, mx = 2.3, $\quad \dfrac{\theta}{\theta_0} = \dfrac{e^{-2.3}}{1+e^{-4.6}} + \dfrac{e^{+2.3}}{1+e^{+4.6}} = 0.17$

Confrontare con l'esercizio precedente.
Con l'uso del grafico 10.59, si calcola
L=0.02 t=0.002, h=10 λ=100 $\xi = 0.021*(10/100/0.002)^{1/2} = 0.021*\,50^{1/2} = 0.15$ $\quad \eta$=98%
L=0.23 t=0.002, h=10 λ=100 $\xi = 0.231*(10/100/0.002)^{1/2} = 0.231*\,50^{1/2} = 1.6$ $\quad \eta$=45%

18) Per alette con t=2mm (oppure D=2mm) calcolare la lunghezza L che fornisce l'efficienza del 70%. Stessi materiali e condizioni degli esercizi precedenti.

Soluzione

T=2 mm = 0.002 m dal grafico $\xi = 0.8 = (L+0.001)*50^{1/2}$ da cui L = 0.11 m = 11 cm
D=2 mm = 0.002 m dal grafico $\xi = 0.8 = (L+0.001)*100^{1/2}$ da cui L = 0.08 m = 8 cm

4 Conduzione in regime variabile, casi a parametri concentrati T=T(t)

1) Determinare il numero di Biot per un corpo sferico (R = 10 cm) realizzato in acciaio inox (λ_S= 15 W/m.K, ρ_S= 7800 kg/m^3, c_S= 0.48 kJ/kgK) e lambito da un fluido con proprietà termofisiche note (λ_f= 2 W/m.K, ρ_f= 800 kg/m^3, c_f= 2 kJ/kgK) con un coefficiente convettivo h = 80 W/m^{2}K.

Soluzione

In molti casi il numero di Biot è riferito direttamente alla geometria, per una sfera la lunghezza caratteristica è L=D, quindi Bi = h D / λ = 80 * 0.2 / 15 = **1.07.** A volte è usato il raggio, verificate nelle correlazioni utilizzate come è definito.

Se si considera l'aspetto fisico di interesse nell'esercizio, il calore accumulato dipende dalla massa quindi dal volume, mentre il calore scambiato per convezione dipende dalal superficie esterna, la lunghezza caratteristica può essere espressa come L_c= V/A = 4/3 π r^3 / 4 π r^2 = r/3 = 0.1/3 = 0.033m , da cui Bi = h L / λ = 80 * 0.033 / 15 = **0.178**

2) Determinare il numero di Biot per un cubo (L= 20 cm) realizzato in rame (K_{Cu}= 300 W/mK, ρ_{Cu}= 8900 kg/m^3, c_{Cu}= 0.4 kJ/kgK). Il cubo è appoggiato con una faccia ad una superficie adiabatica mentre le altre facce sono lambite da un fluido con proprietà termofisiche note (K_f= 0.6 W/mK, ρ_f= 800 kg/m^3, c_f= 4 kJ/kgK) e con un coefficiente convettivo h= 80 W/m^{2}K.

Soluzione

In questo caso interessa indubbiamente la fisica del fenomeno, in cui L_c= V/A = L^3 / 5 L^2 = L/5 = 0.2/5 = 0.04m

Bi = h L / λ = 80 * 0.04 / 300 = **0.01**

3) (es 2.4) Una sfera di acciaio (R_{sf} = 11 cm, ρ_{acc} = 7850 kg/m^3, λ_{acc} = 60 W/m.K, c_P = 434 J/kgK) alla temperatura iniziale di T_0 350°C viene raffreddata in aria (T_{ar} = 30 °C, convezione h_{ar} = 50 W/m^2 K). Determinare il tempo necessario per raffreddare la sfera fino a T_{fin} 140 °C). Giustificare l'uso della formula adottata. [T = 44', Bi $\cong$ 0.]

Traccia 6 febbraio 2003

Si verifica che sia Bi = h V / (A λ_{acc}) = h R / 3λ_{acc} << 1, quindi si può usare il metodo a parametri concentrati. Si calcola τ = ρ V c_p / hA = ρ c_p r / 3h

Nota la T(t) richiesta, si risolve rispetto a t l'equazione T(t) = T_∞- (T_∞-T_0) $e^{-t/\tau}$

4) Delle sfere di acciaio con diametro D = 10 mm subiscono un trattamento che consiste nel riscaldamento fino alla temperatura T_i= 1100 K seguito dal lento raffreddamento a T_f= 420 K in una corrente di aria con temperatura T_∞ = 50 °C e velocità w_∞= 0.3 m/s. Nel caso in cui il coefficiente di scambio convettivo tra la corrente d'aria e le sferette sia h = 20 W/m^{2}K, determinare:

- il tempo richiesto dal processo di raffreddamento;
- l'effettivo coefficiente di scambio convettivo medio tra aria e sferetta utilizzando la correlazione: Nu = [2+ (0.44 Re$^{0.5}$ + 0.066 Re$^{0.667}$) Pr$^{0.4}$]

→ Proprietà termofisiche dell'acciaio (sfere)
conduttività termica λ_s= 40 W/m.K densità ρ_s = 7800 kg/m^3
calore specifico c_{p_s} = 600 J/kg.K

→ Proprietà termofisiche dell'aria a 50°C:
conduttività termica λ_a= 0.03 W/m.K densità ρ_a= 0.995 kg/m^3
calore specifico c_{p_a}= 1008.6 J/kg.K viscosità μ_a = 20.82*10^{-6} kg/ms

Soluzione 1

Calcolo Bi = h L_c /λ_s = 20 * 0.005/3 / 40 = 0.0008 (L_c = D/6; usare D o r è comunque accettabile. E' grave errore usare λ_a invece di λ_s)

E' verificata l'ipotesi per poter applicare il metodo a parametri concentrati, si procede

La curva di raffreddamento è del tipo (T-T_∞)/(T_0-T_∞) = $e^{-t/\tau}$ =

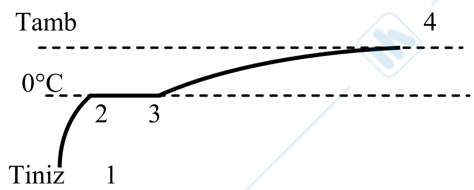
dove $t = r_s V c_{p_s} / hA = 7800 * 4/3\ p\ r^3 * 600 / (20 * 4\ p\ r^2) = 7800 * 0.005/3 *600 / 20 = 390$sec
$(420-323) / (1100-323) = e^{-t/390}$
$\ln(97/777) = -t/390$ da cui $t = 811$ sec = **13.5 minuti**
N.B.: nel calcolo di t appare $V/A = L_c = D/6$. Qui usare r o D conduce tempi erroneamente moltiplicati per 3 o 6.

Soluzione 2 (da svolgere dopo aver studiato la convezione forzata)

$Nu = h L / l_a = [2+ (0.44\ Re^{0.5} + 0.066\ Re^{0.667})\ Pr^{0.4}]$
Temperatura media di film da usare. La T dell'aria varia sia nel tempo, sia attraverso lo strato limite
T media temporale per la sferetta = (1100+420)/2 = 760K = 487 °C
T aria fissa a 50°C
media spaziale nello strato limite = (487+50)/2 = 269°C = 542K (già mediata nel tempo)
(si consiglia di disegnare un grafico nel tempo delle varie temperature)
Tabelle pag 676 Cengel 1Ed, A8 Moran) $r_{a\_542K} = 0.642$ $m_{a\_542K}=2.86*10^{-5}$ **Pr = 0.698**
Re $= r\ w\ D / m = 0.642 * 0.3 * 0.01 / 2.86*10^{-5} =$ **67**
Nu $= h L / l_a = [2+ (0.44\ Re^{0.5} + 0.066\ Re^{0.667})\ Pr^{0.4}] = [2+ (0.44\ Re^{0.5} + 0.066\ Re^{0.667})\ Pr^{0.4}] =$
$[2 + (0.44 * 67^{0.5} + 0.066* 67^{0.667})\ 0.698^{0.4}] = [2 + (3.6+1.33)*0.866] =$ **6.24**
da cui $h = l_a / L * Nu = 0.03 / 0.01 * 6.24 = 3 * 6.24 =$ **18.8 W/m²K**

5) Un alimento congelato (caratteristiche dell'acqua) viene lasciato all'aria ambiente. Come varia la sua temperatura nel tempo?

Soluzione 1



Si ipotizza che il corpo sia abbastanza piccolo da soddisfare la condizione $Bi<<1$, $h*L_C/l<<1$, $L_C<<l / h$, $L_C<<2.2 / h$
Con valori comuni di h (alcune unità), sarà vero per oggetti di dimensioni di alcuni centimetri.
Il metodo a parametri concentati può essere utilizzato se sono costanti $m_{ghiaccio}$, $c_{P\_ghiaccio}$, h, $A_{ghiaccio}$. Dalla temperatura iniziale T_1 fino alla fusione del ghiaccio T_2 ciò è vero, perciò la curva ha un andamento da esponenziale smorzata fino a 0°C. A quel punto c_P non è più definito (tende a infinito), per tutto il periodo della fusione (2-3) la temperatura resta costante. Terminata la fusione, si può applicare nuovamente il metodo a parametri concentrati nel tratto 3-4 con $m_{acqua\_liquida}=m_{ghiaccio}$, il valore di $c_{P\_acqua\_liquida}$ è sicuramente diverso, da valutare i valori di h (potrebbe essere invariato) e $A_{acqua\_liquida}$ (quasi invariato, a meno delle dilatazioni termiche, a meno di deformazioni dovute alla fusione).
Se varia solo il c_P, si deve vedere nei punti 2 e 3: la pendenza della curva in quei punti è inversamente proporzionale ai c_P.

5a Regime variabile, conduzione in pareti spesse (1D+t), teoria

Nel caso di lastre molto ampie (altezza e larghezza >> spessore), cilindri lunghi (altezza >> diametro) e sfere, il problema può essere considerato monodimensionale. Ovviamente vengono trascurati i bordi, ritenendo che la loro estensione sia molto piccola rispetto alla restante parte dell'oggetto studiato, e si ipotizza che le condizioni al contorno siano costanti su un'intera superficie (T, h)

Dell'eq. di Fourier $\rho\, c \frac{\partial T}{\partial t} = \dot{q} + k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)$ ci interessa $\rho\, c \frac{\partial T}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ cioè $\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$

RICERCA SOLUZIONE ANALITICA (caso generico 1D+t)

La soluzione del problema differenziale (Guglielmini, p 60) dice che la soluzione T(x,t) è il prodotto di due soluzioni indipendenti T(x,t) = X(x) * Y(t)

Per cui $X \frac{dY}{dt} = \alpha Y \frac{d^2X}{dx^2}$ $\qquad \frac{1}{Y\alpha}\frac{dY}{dt} = \frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2} = -\mu^2$ uguale ad una costante (**da determinare poi**), perché **dY** non può contenere **x**, e **dX** non può contenere **t**, ed essendo i due termini uguali, non possono contenere né x né t.. La costante è negativa, perché se fosse positiva porterebbe alla crescita continua dell'equazione.

Le due equazioni sono simili a : – quella del transitorio a parametri concentrati ($\mu^2 = 1/\tau$), e – al moto armonico.

Le soluzioni sono:

$Y(t) = C'_0\, e^{-\alpha\mu^2 t}$ e $X(x) = C'_1 \sin(\mu\, x) + C'_2 \cos(\mu\, x)$ e la soluzione generale è

$T(x,t) = e^{-\alpha\mu^2 t}\left[C_1 \sin(\mu\, x) + C_2 \cos(\mu\, x)\right]$ dove è stato minimizzato il numero di costanti necessarie, restano C_1 e C_2 (=C'_i/C_0), che sono da trovare con le condizioni iniziali e al contorno.

Uso $\theta(x,t) = \frac{T(x,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}$, con $0 \le x \le 2L$, T_i vuol dire T(x, t=0) temperatura iniziale lungo x.

Se la condizione è del tipo:

t=0 iniziale

t>0 contorno x = 0, $\theta(0,t) = 0$ sostituendo $e^{qualcosa}$*[C_1*0 + C_2*1] = 0 vuol dire che C_2=0

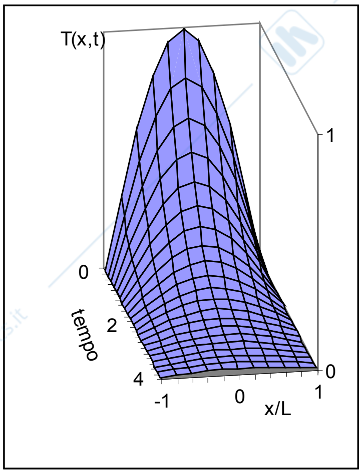
t>0 contorno x = 2L, $\theta(2L,t) = 0$ $C_1 \sin(\mu 2L) = 0$ cioè $2\mu L = n\pi$, (n= 1,2,3..) escludo n=0.

Abbiamo cioè n soluzioni. Per ogni μ_n, c'è una C_n, e la soluzione totale è la somma di esse. Abbiamo ottenuto uno sviluppo in serie di Fourier

$$\mu_n = \frac{n\pi}{2L} \qquad \theta(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n\, e^{-\left(\frac{n\pi}{2L}\right)^2 \alpha t} \sin\left(\frac{n\pi\, x}{2L}\right)$$

metto questa nella condizione iniziale che definisce la T = T(x,0), e ottengo

$\theta_i = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin(\mu_n\, x)$ che assomiglia tanto allo sviluppo in serie di Fourier della θ_i.



So calcolare i termini dello sviluppo di Fourier :

$$C_n = \frac{1}{L}\int_0^{2L} \theta_i \sin\left(\frac{n\pi\, x}{2L}\right) dx = \frac{1\theta_i\, 2L}{L\, n\pi}\left(-\cos\left[\frac{n\pi\, x}{2L}\right]_0^{2L}\right) = \frac{2\theta_i}{n\pi}(-\cos(n\pi)$$

da cui ricavo i C_n=0 per n=2,4,6 e $C_n = 4\theta_i/n\pi$ per n=1,3,5..

$$\theta(x,t) = \frac{4\theta_i}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}e^{-\left(\frac{n\pi}{2L}\right)^2\alpha t}\sin\left(\frac{n\pi x}{2L}\right)$$ in caso di θ_i= costante (=1)

RICERCA SOLUZIONE ANALITICA semplice

Come condizione iniziale, anziché la T=costante, semplifico prendendo una sinusoide (avente semi-periodo sottomultiplo della dimensione della piastra in oggetto). In tal modo si passa direttamente ad un solo coefficiente dello sviluppo di Fourier. Il risultato è uguale al prodotto di due funzioni: la condizione iniziale che fornisce la forma secondo la x, moltiplicata per una funzione del tempo che ricorda quella del corpo con Bi<<1.

INDICAZIONI SOLUZIONE ANALITICA più complessa

Cambia la condizione iniziale, anzicchè T=cost diventa una funzione generica di x, la esprimo in serie di Fourier.

Sapendo poi che quasi ogni funzione può essere rappresentata come somma di sinusoidi, e che vale la sovrapposizione degli effetti, posso intuitivamente capire come arrivare alla stessa soluzione: la soluzione al tempo generico t è la somma delle soluzioni alle singole sinusoidi allo stesso tempo t.

Se alle pareti c'è scambio convettivo, avrò nelle condizioni al contorno un numero di Biot.

RICERCA SOLUZIONE APPROSSIMATA

I corpi hanno simmetrie utili. Per cil e sfera D=2R, Per la lastra spessore=2L,

La temperatura è T=T(x,t) con $-L \le x \le L$, $0 \le t \le \infty$. La simbologia adottata dal libro di testo riassume T_0 = T(x=0,t) cioè nel piano di simmetria della lastra. T_i = Tiniziale(x, t=0), in genere costante

Soluzione valida per Fo>0.2 (Eq p 382 Cengel 1ed, p532 Moran)

T_∞ = T fluido, h = convezione.

Coordinate adimensionali:

temperatura $\theta(x,t) = \frac{T(x,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty}$ che è sempre ≥ 0	Lunghezza X = x/L ($-1 \le X \le 1$, simmetrico)
scambio Bi = h L / k	Tempo Fo = $\tau = \alpha t / L^2$.

Sono dati i tabulati delle costanti della soluzione analitica, approssimata al primo termine.

Notare che se Bi=∞ non c'è il ΔT convettivo, è come imporre la T superficiale

RICERCA SOLUZIONE GRAFICA

Sono i grafici ottenuti dalle soluzioni approssimata, va bene per Fo>0.2

Temperatura adimensionale nel piano medio $\theta(0,Fo)$

Distribuzione di temperatura nella sezione $\theta(X)$ valide per qualunque t, in funzione di Bi. Questo ricorda che T è prodotto di X e Y, cioè per ogni t, la T(x) è funzione di solo x e delle condizioni al contorno (Bi).

SOLIDO SEMI-INFINITO

Solita equazione $\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$

Problema: non c'è una L per determinare numeri di Biot e Fourier

La soluzione T=T(x,t,α) dipende dalla coordinata x, tempo T, e dalla diffusività del materiale α.

Una combinazione adimensionale che li lega è del tipo $\eta = \frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}$ e $\Theta = \frac{T - T_i}{T_0 - T_i}$ dove T_0 = T(x=0). Cerco $\Theta=\Theta(\eta)$

L'equazione di propagazione del calore diventa (passaggi evitabili)

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{\partial \Theta}{\partial T}\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{T_0 - T_i}\frac{\partial T}{\partial t} \qquad \frac{\partial \Theta}{\partial x} = \frac{\partial \Theta}{\partial T}\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{T_0 - T_i}\frac{\partial T}{\partial x} \qquad \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} = \frac{\partial \Theta}{\partial T}\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{T_0 - T_i}\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

cerco $d\eta$-dx: $\eta = \dfrac{x}{2\sqrt{\alpha t}}$ $\qquad dx = d\eta\, 2\sqrt{\alpha t}$

cerco $d\eta$-dt $\quad \eta^2 = \dfrac{x^2}{4\alpha t} \qquad t = \dfrac{x^2}{4\alpha \eta^2} \qquad dt = -\dfrac{2x^2}{4\alpha \eta^3}d\eta$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = (T_0 - T_i)\frac{\partial \Theta}{\partial t} = a\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = a(T_0 - T_i)\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} \qquad \frac{\partial \Theta}{\partial t} = a\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2}$$

$$\frac{d\Theta}{-\dfrac{x^2}{4\alpha \eta^2}\dfrac{2}{\eta}d\eta} = a\frac{d^2\Theta}{4\alpha\, t\, d\eta^2} \qquad \frac{d\Theta}{-\dfrac{2t}{\eta}d\eta} = a\frac{d^2\Theta}{4\alpha\, t\, d\eta^2} \qquad -2\eta\frac{d\Theta}{d\eta} = \frac{d^2\Theta}{d\eta^2}$$

ottengo finalmente :

$$2\eta\frac{d\Theta}{d\eta} + \frac{d^2\Theta}{d\eta^2} = 0$$ a cui mettere le condizioni iniz e al contorno

$\lim(\eta \to \infty)\, \Theta(\eta) = 0$ e $\Theta(\eta=0) = 1$. Trasformo l'equazione adimensionale usando $Y=d\Theta/d\eta$

$2\eta Y + dY/d\eta = 0 \qquad dY/d\eta = -2\eta Y \qquad dY/Y = -2\eta\, d\eta \qquad \ln Y = -\eta^2 + C$

$Y = C_1\exp(-\eta^2) \qquad d\Theta/d\eta = C_1\exp(-\eta^2) \qquad \Theta = \int C_1 e^{-\eta^2}d\eta + C_2 = C_2 + \int_0^\eta C_1 e^{-z^2}dz$

La condizione al contorno $\Theta(\eta=0) = 1$ mi dice che $C_2=1$, applico l'altra condizione $\lim(\eta \to \infty)\, \Theta(\eta) = 0$

$$0 = 1 + \int_0^\infty C_1 e^{-z^2}dz \qquad 1/C_1 = -\int_0^\infty e^{-z^2}dz = -\frac{\sqrt{\pi}}{2} \qquad C_1 = \frac{-2}{\sqrt{\pi}} \qquad \Theta = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^\eta e^{-z^2}dz = 1 - \mathrm{erf}(\eta)$$

ottengo finalmente $\dfrac{T - T_i}{T_0 - T_i} = 1 - \mathrm{erf}\dfrac{x}{2\sqrt{\alpha t}} \quad = \quad \mathrm{erfc}(\eta) = \mathrm{erfc}\dfrac{x}{2\sqrt{\alpha t}}$

SOLIDI MULTIDIMENSIONALI

Si moltiplicano le soluzioni delle distribuzioni di temperatura

REGIME PERIODICO STABILIZZATO

Alla superficie sia $\Delta T_{X=0} = \Delta T_0 \sin(\omega t)$ dove $\omega = 2\pi/\tau$.

In un generico punto $\Delta T(x) = \Delta T_0\, e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x} \sin\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}\, x\right)$

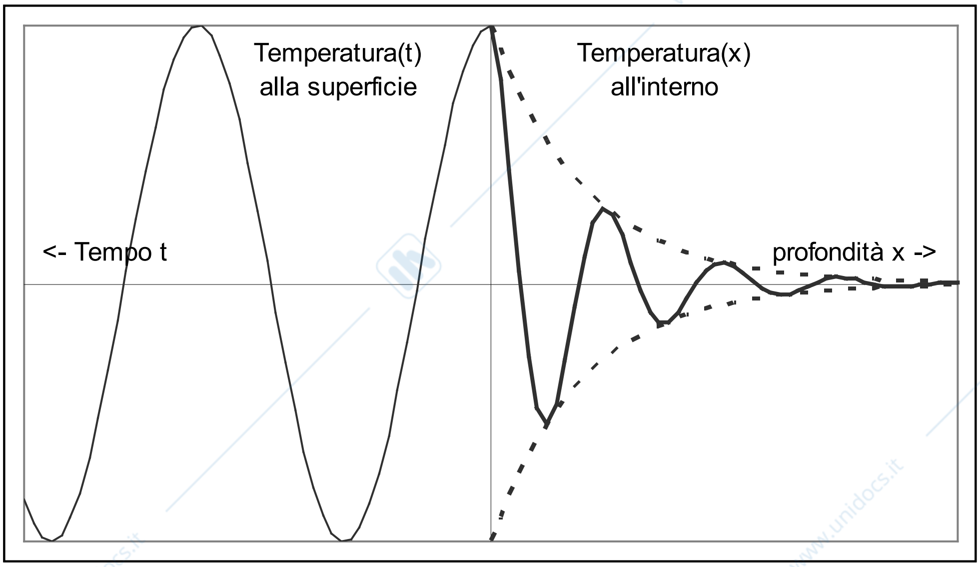
Si vedono lo sfasamento, che può essere ricondotto allo sfasamento temporale $\frac{1}{\omega}\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}\, x = \frac{x}{\sqrt{2\alpha\omega}}$

si trova anche la velocità delle "onde di temperatura" cercando lo spostamento di un nodo della sinusoide

$$\sin\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}\, x\right) = 0 \Rightarrow \omega t = \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}\, x \Rightarrow x/t = V = \sqrt{\frac{2\alpha}{\omega}}\,\omega = \sqrt{2\alpha\omega}$$

ed il periodo spaziale $V\tau = \sqrt{2\alpha\omega}\,\frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{2\alpha}{\omega}}$

Flusso superficiale $\dot{q} = k\,\Delta T_0 \sqrt{\frac{\omega}{\alpha}} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$ e calore immagazzinato $q = \frac{2k}{\sqrt{\alpha\omega}}\Delta T_0$



5b Regime variabile, conduzione in pareti spesse (1D+t), esercizi

1) E' dato un muro spesso 40cm, ρ=1800, k=0.7, cp=400, $\alpha \cong 10^{-6}$, h=20, da cui Bi = 20*0.2/0.7 = 5.7, 1/Bi = 0.175. Determinarne lo stato dopo 1 e 10 ore

Soluzione 1: Con grafici (diagrammi di Heisler)

1 ora=3600 s Fo=(τ) = 10^{-6} * 3600 / 0.2^2 = 0.09, metodo pareti spesse inadatto perché Fo<0.2 !!
10 ore=36'000 s Fo=(τ) = 10^{-6} * 36'000 / 0.2^2 = 0.9, Fo>0.2, risolvibile come parete spessa
θ_0= 0.25 (cioè 3/4 del ΔT è arrivato) θ_L= 0.2 θ_0 = 0.05
Bi^2 Fo = 5.7^2*0.9 = 29 Q/Qmax = 80%

Soluzione 2: Numerico con tabelle e formule

Bi = 5.7 λ_1= 1.34, A_1= 1.245
Fo = 0.9, x/L = 0 θ=0.247
Fo = 0.9, x/L = 1 cos(1.34)=0.228, θ=0.0565 (impostare la calcolatrice in radianti !)
Q/Qmax = 1-0.247*sinλ_1/ λ_1 = 82%
Q/Qmax = calcolo approssimato come settore di parabola = 81%

2) (precedente inverso) Lo stesso muro, dopo quanto tempo ha assorbito il 95% del Qmax?

Soluzione

Bi=5.7, Grafico $Bi^2\ Fo = 50$, $Fo=1.54=\alpha t/L^2$, $t = 1.54 * 0.2^2 * 10^6 = 61500$ s = 17 ore

3) Una piastra di Al, 2L=16cm, Ti=20°C, viene immersa in olio a T_∞=250°C, h=1500W/m^2.K . Determinare la temperatuta al centro e alle pareti dopo 42s.
ρ = 2'700 kg/m^3, c_P = 900 J/kg.K, k = 237 W/m.K, $\alpha = 97.5\times10^{-6}$ m^2/s

Soluzione (numerica)

Bi = h L / k = 1500 * 0.08 / 237 = 0.51
$Fo = \alpha\ t / L^2 = 97.5\times10^{-6} * 42 / 0.08^2 = 0.64$
λ_1=0.6533
A_1=1.0701
θ(centro,42s) = 1.0701 exp $(-0.653^2\ 0.64)$ = 0.81 $T = T_\infty + 0.81\ (T_i-T_\infty) = 250 + 0.81(20-250) =$ 62.7
θ(parete,42s) = 0.81* cos (0.6533 * L/L) = 0.647 $T = T_\infty + 0.81\ (T_i-T_\infty) = 250 + 0.647*(20-250) =$ 101.2

4) A causa dell'impatto con un meteorite, si prevede l'oscuramento del cielo, che durerà circa dieci anni; la temperatura dell'atmosfera scenderà in pochi giorni a –50°C. Determinare a quale profondità i rifugi sotterranei debbano essere costruiti per subire un abbassamento di temperatura inferiore a 5°C, prima che il sole ricompaia. Descrivere cosa succede alla temperatura del terreno; ricavare o ipotizzare i dati necessari giustificando le scelte operate.

Soluzione Esame del 18 febbraio 2005

Le condizioni al contorno possono essere schematizzate come una variazione a scalino improvvisa dalla temperatura superficiale da quella ambiente T_0 (p.e 15°C) a T_∞ –50°C. In tal caso, applicando il modello di solido semi-infinito (grafico a pag 392 Chengel[1Ed]), si ottiene che:
10 anni sono t = 3600* 24*365*10 = 315'360'000 secondi
la diffusività termica del terreno è dell'ordine di (argilla) $1.3/880/1460 = 10^{-6}$.
Il parametro $(\alpha\ t)^{0.5} \cong 18$
Il parametro $h\ (\alpha\ t)^{0.5} / \lambda$ tende a infinito per qualunque valore di h comune per superfici all'aperto.
Il parametro $1-\theta = 1 - (10+50)/(15+50) = 0.077$
χ = 1.3 da cui x = 1.3*2*18 = 47 metri

Se si vuole invece schematizzare le condizioni la contorno come un triangolo seguito da una retta orizzontale, oppure una esponenziale smorzata, è opportuno ricorrere ad una analisi in serie di Fourier.
La schematizzazione con una sinusoide è errata, poiché porta ad una soluzione a regime, che presuppone la presenza di altre oscillazioni prima di quella analizzata, con oscillazioni a 15+65= 80°C, che lasciano un accumulo di calore nel terreno che annulla la successiva ondata di freddo.

5) (*) Calcolare la variazione della temperatura sotto il suolo a causa delle oscillazioni giornaliere
Terreno: argilla (ρ=1460 k=1.3 W/m.K c_P=880 J/kg.K $\alpha = 1.3/1460/880 = 10^{-6}$

Soluzione (metodo con oscillazione sinusoidale della T superficiale)

$\omega = 2\pi/\tau = 2\ \pi / (24*3600) = 7.27*10^{-5}$
velocità = $(2\ \alpha\ \omega)$ 0.5 = $1.2*10^{-5}$ m/s = 0.012 mm/s = 43 mm/h
profondità per avere attenuazione 1/10 :
$\Delta T(x) = \Delta T_0 \exp[-(\omega/2\alpha)^{0.5}\ x] = 0.1\ T_0$
$\exp[-(\omega/2\alpha)^{0.5}\ x] = 0.1$ $(\omega/2\alpha)^{0.5}\ x = 2.3$ $x = 2.3 * (2/72.7)^{0.5} = 0.38$
sotto 38 cm di suolo, le oscillazioni giornaliere sono ridotte ad 1/10 (76 cm $\rightarrow$ 1/100)

6) (*) La temperatura media giornaliera varia nel corso dell'anno entro i limiti T = 15−20°C. Determinare la profondità alla quale il terreno non gela mai.

Soluzione

DT(x) / DT$_0$ = exp[– (w/2a)$^{0.5}$ x]= 0.1 T$_0$ DT$_0$ = 20°C DT$_X$ = 15°C

w=2p/t = 2 p / (24*3600*365) = 1.99*10^{-7}

15/20 = exp[– (w/2a)$^{0.5}$ x] (ln 0.75 = -0.288)

x = 0.288 / (2*10^{-7} / 2*10^{-6})$^{0.5}$ = 0.288 * 10$^{0.5}$ = 0.91 cm

7) Come il precedente, con variazione a scalino da +15°C a –5°C

Soluzione

Si usa la curva della figura 11.23 , con ipotesi h=¥ (temperatura superficiale imposta)

T(x) = 0, T$_¥$=-5 T$_i$=-5

asse verticale 1 – [(0- (-5)) / (15 – (-5)) = 1 – 5/20 = 15/20 = 0.75

dal grafico si trova h = 0.25 = x/ [2(at)$^{0.5}$]

t = 3 mesi = 3600*24*90 = 7.78*10^6 a=10^{-6}

x = 0.25 * 2 * (7.78)$^{0.5}$ = 1.4 m

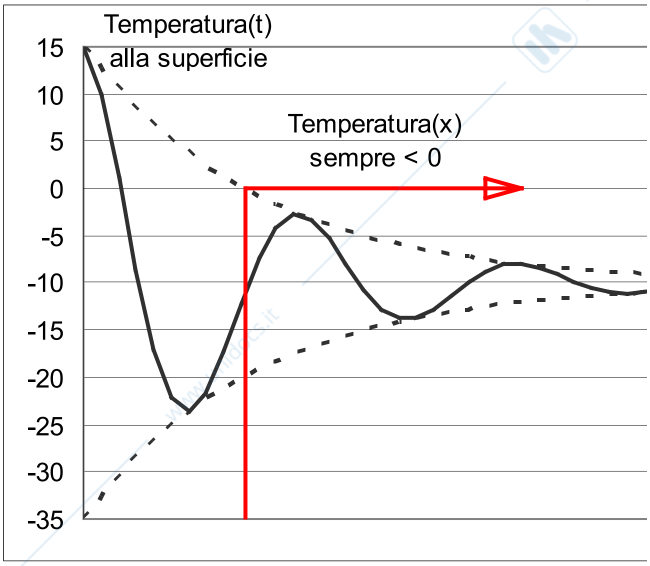
dalla eq 11.24 si trova

(T(x,t) – T$_i$) / (T$_¥$ – T$_i$) = (0-15) / (-5-15) = 0.75 = erfc(h)

h = 0.225 (simile allo 0.25 trovato prima)

x = 0.225 * 2 * (7.78)$^{0.5}$ = 1.25 m

8) (*) Si vogliono costruire dei pilastri per il supporto di un viadotto in Siberia; il suolo è costituito da ghiaia e fango, per cui si vuole appoggiare la struttura in profondità, dove il suolo resta sempre ghiacciato. La temperatura media giornaliera in superficie varia annualmente attorno alla media di –10°C con escursione −25°C, giornalmente ha escursioni di −10°C attorno alla media giornaliera. Indicare la profondità alla quale poggiare le fondamenta, e i criteri adottati. Si indichi, limitandosi ai soli effetti termici, cosa prendere in considerazione per valutare se la scelta di usare cemento armato o acciaio per le strutture possa influenzare il risultato. Indicare se vi sono altri fenomeni da prendere in considerazione.



Soluzione Esame del 20 gennaio 2005

Dati: si può scegliere (Tab. a pag 672Chengel[1] argilla, A6Moran) r=1500, l=1.3 (W/m.K), c$_P$=880 J/kgK, a=l/(r c$_P$) = 10^{-6}

A profondità sufficientemente elevata la temperatura del terreno è pari a quella media esterna, cioè –10°C, si vuole valutare a quali profondità arrivano le perturbazioni annuali e giornaliere.

Per quelle **annuali**, si vuol vedere dove arriva la soglia dei 0°C, che equivale a dire DT$_A$ / DT$_{0,A}$ = 10/25 = 0.4 = exp(-(w$_A$/2a)$^{0.5}$ * x$_A$),

dove w$_A$= 2p/t = 2p/(365*24*3600) = 2p/31'536'000 = 2*10^{-7}.

passando ai logaritmi ln 0.4 = -0.51 = -(w$_A$/2a)$^{0.5}$ * x$_A$, x$_A$= 0.51 * (2a / w$_A$)$^{0.5}$ x$_A$= 0.92 * (2*10^{-6} / 2*10^{-7})$^{0.5}$ = 0.92 * (10)$^{0.5}$= 2.89 m.

Per quelle **giornaliere**, si veda per esempio dove arriva solo 1% della perturbazione:

DT$_G$ / DT$_{0,G}$ = 0.01 = exp(-(w$_G$ /2a)$^{0.5}$ * x$_G$),

dove $\omega_G = 2\pi/\tau = 2\pi/(24*3600) = 2\pi/86'400 = 7.27*10^{-5}$.
passando ai logaritmi $\ln 0.01 = -4.6 = -(\omega_G/2a)^{0.5} * x_G$, $x_G = 4.6 / (\omega_G/2a)^{0.5}$ $x = 4.6 / (7.27*10^{-5}./ 2 / 10^{-6})^{0.5} = 0.76$m. Quindi le variazioni giornaliere non arriveranno mai abbastanza in profondità per influire nella zona di appoggio.
Uso dell'acciaio: può fungere da conduttore di calore, quindi in estate portare più facilmente in profondità il calore. Lo si potrebbe considerare come un'aletta. Da questo punto di vista invece il calcestruzzo ha conducibilità termica (la diffusività è il parametro importante) simile a quella del terreno, si comporta allo steso modo.
C'è da considerare che la pressione abbassa la temperatura di fusione dell'acqua, per cui nella zona delle fondamenta si potrebbe avere scioglimento. Da questo punto di vista la struttura in acciaio è più leggera. E' comunque meglio affondare ulteriormente la zona di appoggio, per considerare opportuni fattori di sicurezza.

6 Convezione forzata

1) Calcolare il coefficiente convettivo con la relazione di Dittus-Boelter (Nu = 0.023 $Re^{0.8}$ $Pr^{0.3}$) conoscendo le seguenti grandezze: portata massica m = 2 kg/s; diametro del condotto D = 3 cm = 0.03m; massa volumica r= 900 kg/s; viscosità dinamica m = 2 10^{-3} kg/ms=0.002; Pr = 12.7; conduttività termica l = 0.3 W/m.K.

Soluzione

usare Nu = 0.023 $Re^{4/5}$ $Pr^{0.3}$

cercare w: m' = r w p D^2/4 da cui w = 4 m'/ (r p D^2) = 4*2 / (900 p 0.03^2) = 3.15m/s

Re = r w D / m = r 4 m' r / (r p D^2) = 4 m'/ (p D m) = 4 * 2 / (p 0.03 * 0.002) = 42'462

Nu = h D / l = 0.023 $Re^{4/5}$ $Pr^{0.3}$ => h = 0.3 / 0.03 * 0.023 * $42462^{0.8}$ * $12.7^{0.3}$ = **2485** w/m^2K

N.B. usando correlazioni molto semplici nella convezioni, ci si può attendere un'accuratezza del risultato dell'ordine del −10%, anche se un −20% non deve stupire.

2) Determinare i numeri di Prandtl e Reynolds di un fluido in moto in un condotto cilindrico di diametro D = 6 cm con una portata G = 10 kg/min ed avente proprietà termofisiche costanti e note: massa volumica r = 900 kg/m^3, viscosità dinamica m = 0.0017 Ns/ m^2, calore specifico c = 0.8 kcal/kgK, conduttività termica k= 0.14 W/m.K.

Soluzione

Pr = m cp / l

m = 0.0017 Ns/m^2 c_P = 0.8 * 4184 = 3347 J/kg K l = 0.11

Pr = 0.0017*3347/0.11 = **40.6** , é una proprietà del fluido, la geometria non c'entra !

Re: w = m'/r A = 10/60 /(900*p*0.03^2) = 0.065 m/s

Re = r w D / m = 900*0.065*0.06/0.0017 = 2080

3) Utilizzando la relazione di Dittus-Boelter (Nu = 0.023 $Re^{0.8}$ $Pr^{0.33}$) determinare il numero di Nusselt per una portata di acqua G = 0.2 kg/s che attraversa un condotto, di sezione cilindrica e diametro D = 10 cm. Sono noti per l'acqua la massa volumica r = 998 kg/m^3, la viscosità dinamica m = 8.3 10-4 kg/ms ed il numero di Prandtl Pr = 4.7. [19.5]

4) Una portata di acqua G = 0.3 kg/s attraversa un condotto di lunghezza L = 1200 m, di sezione cilindrica e diametro D = 20 cm. Essendo nota per l'acqua la massa volumica r = 998 kg/m^3, la viscosità dinamica m = 8.3 10^{-4} kg/ms, la conduttività termica k = 0.265 W/mK, il calore specifico c = 4.1 kJ/kgK, si chiede di determinare il numero di Reynolds nel condotto.

Soluzione

Re = r w D / m = r (G/ r A) D / m = r (G/ r p D^2/4) D / m = 4 G/ (p D m)

= 4 * 0.3 / (3.14 * 0.2 * 8.3*10^{-4}) = **2302**

5) Una superficie la cui temperatura è T_S = 800 °C è attraversata da un flusso termico areico F = 60 kW/m^2. Sapendo che la superficie è lambita da un fluido con temperatura $T_¥$ = 30 °C determinare il coefficiente di scambio convettivo.

Soluzione

F = h DT da cui h = F/DT = 60000/ 770 = 77.9

6) Determinare il numero di Nusselt per una portata di acqua G = 0.2 kg/min che attraversa un condotto, di sezione cilindrica e diametro D = 2 cm. Sono noti, per l'acqua, la massa volumica r = 998 kg/m^3, la viscosità dinamica m = 8.3 10^{-4} kg/ms ed il numero di Prandtl Pr = 4.7. Il numero di Nusselt è determinabile con le relazioni:

moto laminare Nu = 4.66

moto turbolento $Nu = 0.023\ Re^{0.8}\ Pr^{0.33}$

Soluzione

Re = r w D / m = 4 G/ (p D m) = 4 * (0.2/60) / (3.14 * 0.02 * 8.3 10^{-4}) = 256 laminare

Nu = 4.66

7) Determinare il numero di Nusselt medio per un cilindro indefinito in acciaio di raggio R = 20 cm immerso in un fluido con coefficiente convettivo h = 15 W/m^{2}K. Sono note le proprietà dell'acciaio e del fluido:

k_{acc} = 15 W/mK r_{acc} = 7800 kg/m^3 c_{acc} = 1 kJ/kgK

k_{fl} = 0.3 W/mK r_{fl} = 1.25 kg/m^3 c_{vis} = 1.2 kJ/kgK.

Soluzione

Nu = h D / l_{fl} = 15 * 0.4 / 0.3 = **20**

8) Determinare il numero di Nusselt relativo allo scambio convettivo tra una sfera di acciaio di diametro D = 10 cm e temperatura superficiale costante T_S = 100 °C immersa in acqua a temperatura T_{H2O} = 20 °C. La sfera cede all'acqua una potenza Q = 150 W. Sono noti:

k_{acc} = 15 W/mK r_{acc} = 7800 kg/m^3 c_{acc} = 1 kJ/kgK

k_{H2O} = 0.3 W/mK r_{H2O} = 1000 kg/m^3 c_{H2O} = 4.1 kJ/kgK m_{H2O} = 0.0009 Ns/m^2

Soluzione

Q 150W = h A DT (legge di Newton) da cui

h = 150 / [p D^2 DT] = 150 / (3.14 * 0.1^2 * 80) = 60 w/m^2 K

Nu = h D / l_{H20} = 60 * 0.1 / 0.3 = **20**

Per curiosità: numero Biot calcolato sul diametro Bi = h D / l_{Fe} = 60 * 0.1 / 15 = 0.4

numero Biot calcolato con L=V/A= (1/6 p D^3) / (p D^2) Bi = h D/6 / l_{Fe} = 60 * 0.1/6 / 15 = 0.07

9) Determinare il numero di Reynolds relativo ad una portata in massa m = 100 kg/h di acqua che fluisce in un condotto di lunghezza L = 100 m e diametro d = 60 mm. Le proprietà termofisiche dell'acqua sono: r = 1000 kg/m3, m = 0.8 10-3 Ns/m^2, c = 1 kcal/kgk, k = 0.2 W/mK. [737]

10) Determinare il numero di Prandt di una sostanza di cui sono noti massa volumica r = 650 kg/m^3, calore specifico c_p = 1.05 kJ/kgK, conduttività termica k = 1.3 kcal/hmK, viscosità dinamica m = 0.002 Ns/m^2. [1.39]

11) (Es 4.3) Una piastra di rame (r_{Cu}=8933 kg/m^3, $c_{p,Cu}$ = 385J/kgK, l_{Cu} = 401, T_l=100°C), di altezza H=1m, lunghezza L=2m e spessore 1cm, su una faccia è lambita dal vento orizzontale a 5 m/s e 30°C (l'altra faccia è isolata). Tracciare un grafico qualitativo della sua temperatura nel tempo, specificando a quale temperatura si trova dopo 2 ore. Specificare le eventuali approssimazioni adottate.

lastra piana, Re < 500'000 $Nu = 0.664\ Re^{1/2}\ Pr^{1/3}$

lastra piana*, Re > 500'000 $Nu = 0.037\ Re^{4/5}\ Pr^{1/3}$ ($0.6<Pr<60$, $5*10^5<Re<10^7$)

lastra piana**, Re > 500'000 $Nu = (0.037\ Re^{4/5} - 871)\ Pr^{1/3}$ ($0.6<Pr<60$, $5*10^5<Re<10^7$)

Soluzione (esame 10 luglio 2003)

Per l'aria dello strato convettivo se ne prendono le caratteristiche medie, $T_{film} = (T_1 + T_{aria})/2$. Per mediare anceh nel tempo, si considera che tale temperatura tenderà a diminuire, non è ancora noto fino a quanto. Dalle tabelle:

Pr_a = 0.707; r_a=1.04; m_a=0.0000203; l_a=0. 029;

il vento scorre lungo L: $Re_L = r_a\ w_a\ L_a / m_a$ = 513793; applico la terza formula per lastra piana

Nu = 444.9 (=hL/l_a), da cui h = 6.45 W/m^{2}K

Bi = h s / l_{Cu} = 0.00016 è possibile applicare formula a parametri concentrati

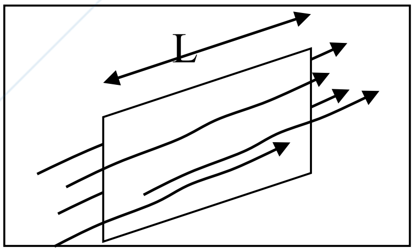
$T_{Cu}(t) = T_a + (T_{Cu}(0) - T_a)^{-T/t}$, Dove t = r_{Cu} V $c_{p,Cu}$ / h A = r_{Cu} s $c_{p,Cu}$ / h = 1.48 ore,

da cui T_{Cu}(2ore) = 48.1°C.
Volendo si reitera con T film intermedia tra quella iniziale e quella finale

12) Una lastra piana verticale larga 1 m e alta 1.25 m mantenuta alla temperatura costante di 100°C è investita dal vento a 30°C alla velocità di 6m/s in direzione parallela alla sua larghezza. Determinare la potenza smaltita. Giustificare la scelta della correlazione utilizzata.

lastra piana, Re < 500'000 $Nu = 0.664\ Re^{1/2}\ Pr^{1/3}$
lastra piana*, Re > 500'000 $Nu = 0.037\ Re^{4/5}\ Pr^{1/3}$ ($0.6<Pr<60$, $5*10^5<Re<10^7$)
lastra piana**, Re > 500'000 $Nu = (0.037\ Re^{4/5} -871)\ Pr^{1/3}$ ($0.6<Pr<60$, $5*10^5<Re<10^7$)
[P=1.7 kW, Re=381'730]

Traccia (esame 6 febbraio 2003)



4) Con i dati della temperatura di film (media tra 100 e 30°C) si calcola Re_L con L = dimensione della lastra parallela al vento. Se Re>500'000 si sceglie la formula che fornisce Nu con la correzione alla discontinuità perché molto vicini al valore critico.
Poi h = Nu l / L ; Q = (2*)A*h*DT

13) Un proiettile calibro 45 viene sparato in aria, verticalmente. Determinare la velocità alla quale ricade a terra. Considerare il proiettile come una sfera di piombo avente diametro 45/100 di pollice (1" = 25.4 mm).

Soluzione Esame del 10 marzo 2005

Le proprietà dell'aria sono per esempio a 300K: r = 1.177, c_P=1005, l=0.0261, a=$2.21*10^{-5}$, m=$1.85*10^{-5}$, n=$1.57*10^{-5}$, Pr=0.712. Per il piombo r=11'350 kg/m^3, D = 0.45 * 25.4 = 11.43mm = 0.0114m. La velocità di equilibrio nella ricaduta è quella che eguaglia forza peso e resistenza di attrito. Forza peso F_P = mg = $r_{piombo} V_{sfera}$ g = 11'300 * 1/6 p 0.0114^3 * 9.81= 0.087 N (circa 9 grammi), Forza di attrito F_A = C_f 1/2 r_{aria} w^2 $A_{FrontaleSfera}$. Si utilizza per il coefficiente di attrito il diagramma di pag 420[Cengel1], 454[Moran]. Sarà un processo iterativo

w m/s	Re	Cf	Attrito N	Peso N	Commento
100	72'800	0.4	0.241	0.087	W eccessiva
10	7'280	0.4	0.00241	0.087	W bassa

Si può notare che il coefficiente di attrito resta costante C_f=0.4,e ciò permette di evitare ulteriori iterazioni e risolvere l'equazione rispetto a w: C_f 1/2 r_{aria} w^2 p D^2/4= 0.087
0.5 * 0.4 * 1.177 * w^2 * p 0.0114^2/4 = 0.087 da cui w =60 m/s

Se in prima approssimazione si utilizzasse la formula C_X= 24/Re valida per Re<1000, si otterrebbe una velocità molto elevata, che poi alla verifica provocherebbe Re>>1000, facendo cadere l'ipotesi iniziale.

N.B.: Se sulle tabelle si trova che la densità del piombo è 11.340, non sono 11 kg per metro cubo, ma undicimila!

14) Si vuole verificare il pennone che reggerà una bandiera. Il pennone è alto 15 metri e ha diametro di 30cm, la bandiera è grande 3x4 metri, il vento soffia al massimo a 100 km/h. Illustrare le ipotesi utilizzate e le semplificazioni adottate, determinare le varie forze a cui è sottoposto il pennone, ed il momento flettente alla sua base

Soluzione Esame del 10 marzo 2005

Si dovranno calcolare le forze di resistenza date dal pennone e dalla bandiera; il pennone viene approssimato molto bene con un cilindro, la bandiera viene approssimata con minor accuratezza da una lastra piana (la bandiera sventola: potrebbe avere molto più attrito perché aumenta la propria

sezione trasversale), per il vento si trascura la diminuzione a terra dovuta allo strato limite, poiché ciò è a favore di sicurezza. w = 10 km/h = 27.8 m/s; aria : ρ=1.177, μ=1.57*10^{-5}.
Bandiera: notare che il peso della bandiera è applicato sul pennone, quindi non esercita momento flettente alla base avendo braccio nullo. Se la bandiera è quasi orizzontale, è perché la risultante delle forze di attrito più quelle di peso è quasi orizzontale; questo potrebbe essere un altro modo per valutare le forze di attrito, o per asserire che il risultato trovato in questo modo è certamente una stima per difetto

		Area	Re	C_f	F [N]	Braccio	M [Nm]
Pennone	D=0.3	4.5	476'000	0.6	1226	7.5	9'200
Bandiera	L=4	12	6'350'000	0.0032	17	13.5	237

15) Spinta del vento su un camino
Determinare la risultante complessiva degli sforzi ed il momento flettente, dovuti alla spinta del vento su un camino cilindrico alto 15 m e con diametro 1m.
Il vento soffia alla velocità di 100 km/h e la sua direzione è perpendicolare al camino.
Soluzione

16) spinta su linea elettrica
In una linea elettrica i diametri dei pali e dei fili sono rispettivamente D=100mm e d = 20mm
I pali distano tra loro 50 m e sono alti 10 m .
Il vento soffia in direzione ortogonale alla linea con una velocita' di 10 m/s .
Determinare la forza di trascinamento del filo sul palo, quella complessiva alla base del palo ed il momento flettente totale.
Soluzione

17) Goccia che cade, con uso di grafici
Una goccia di pioggia di forma sferica, avente diametro 1mm e densità ρ_L=1000 kg/m^3, cade nell'aria senza deformarsi. Conoscendo la densità dell'aria ρ_A=1.19 kg/m^3 calcolare la velocità di caduta della goccia.
Soluzione

18) Norme per un filo elettrico
I dati suggeriti dalla normativa Enel per i cavi elettrici (riferiti alla sezione frontale) sono:

velocità del vento	65 km/h	130 km/h
pressione di trascinamento	18 kg$_F$/m^2	72 kg$_F$/m^2

Verificarli per un filo di diametro 10 mm
Soluzione

19) Spinta del vento su una facciata di un edificio
Dato un vento che soffia ad una velocità 60 km/h ed un palazzo alto 10m , vogliamo determinare il valore di C_R che è stato utilizzato per ricavare il valore P_T = 50kg$_F$/m^2 riportato nella tabella 1 (normativa)

Altezza	Pressione kg$_F$/m^2
0-10	50
10-50	100
50-100	150-240
> 100	240 (costante)

Soluzione

20) Attrito di una barca

Per una chiatta con sezione orizzontale di 25 m^2 determinare la lunghezza che minimizza l'attrito. W=10m/s.
Si consiglia per la soluzione l'uso di un programma grafico

Soluzione

21) Velocità wind surf

Per un wind surf che viaggia di poppa, determinare la velocità della tavola con il vento a 10 m/s
Dati: L=3m, largh 0.6, deriva 0.5x0.1, vela 6m^2

Soluzione

22) Goccia che cade, modo analitico

Calcolare la velocità di caduta della pioggia, usando la relazione C_X=24/Re per Re<1000
Nota: per particelle sferiche trascinate da un fluido, a basso Re, la forza di attrito vale $F = 3\ \pi\ D\ \mu_L\ w_R$ (legge di Stokes) da cui C_X = 24/Re (in inglese C_D drag coefficient); una relazione più accurata, valida per Re<1000, $C_X = 24/Re\,(1+1/6\ Re^{2/3})$

Soluzione

Si ipotizza che la goccia di pioggia si comporti come una sfera rigida. Si trascura la spinta di Archimede.

C_X=24/Re $\quad F = C_X\ ½\ \rho_{aria}\ w^2\ A_{frontale}$

T_{aria} = 293K $\quad$ da tabelle $\quad \rho_{aria} = 1.177 \quad \mu_{aria} = 1.85 \cdot 10^{-5} \quad \nu_{aria} = 1.57 \cdot 10^{-5}$

$$C_X = 24\frac{\nu}{wD} \quad \backslash\backslash \quad F_{Attr} = \frac{24\ \nu_{aria}}{2\ \ 4\ \ wD}\rho_{aria}\, w^2\, \pi D^2 = 3\pi\rho_{aria}\,\nu_{aria}\, w\, D \quad \backslash\backslash \quad F_{Prop} = \rho_{Liq}\, g\,\frac{1}{6}\pi D^3$$

$$3\pi\rho_{aria}\,\nu_{aria}\, w\, D = \rho_{Liq}\, g\,\frac{1}{6}\pi D^3 \qquad w = \frac{\rho_{Liq}\, g\, D^2}{18\ \ \rho_{aria}\ \nu_{aria}}$$

$$w[m/s] = \frac{1000\ \ 9.81\ \ D^2}{18\ \ 1.85\ \ 10^{-5}} = 2.5\ \ 10^6 D^2[m] \qquad w[m/s] = 2.5\, D^2[mm]$$

Il limite Re<1000 vuol dire

$w\,D / \nu < 1000 \qquad w\,D < 1000 \cdot 1.57 \cdot 10^{-5} \qquad w\,D < 0.0157$

applico nel limite

$W = 2.5 \cdot 10^6\ D^2 \qquad w\,D < 0.0157 \qquad 2.5 \cdot 10^6\ D^3 < 0.0157 \qquad D < 0.00095$ m e $w < 2.3$ m/s

23) Della goccia che cade, descrivere il transitorio di accelerazione.

Soluzione

L'accelerazione dovuta all'attrito col fluido vale

$$a = \frac{F}{m} = \frac{3\pi\rho_{aria}\,\nu_{aria}\, w_{rel}\, D}{\rho_{Liq}\,\frac{1}{6}\pi D^3} = -\frac{18\ \ \mu_{aria}}{\rho_{Liq}\, D^2}(w - w_\infty) \qquad \frac{d(w - w_\infty)}{dt} = -\frac{18\ \ \mu_{aria}}{\rho_{Liq}\, D^2}(w - w_\infty)$$

$$\frac{w - w_\infty}{w_0 - w_\infty} = e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad \text{dove} \qquad \tau = \frac{\rho_{Liq}\, D^2}{18\ \ \mu_{aria}}$$

Mentre la goccia partendo da ferma, si porta quasi alla velocità dell'aria w_∞, nel tempo 3 τ, percorre la strada

$\int_0^{3\tau} w\,dt = \int_0^{3\tau} w_\infty(1-e^{-t/\tau})dt = \int_0^{3} (x-e^{-x})dx = [x+e^{-x}]_0^3 = [3+e^{-3}-0-1] = 1.95\ w_\infty\ \tau$

dopo 3τ la goccia è quasi in equilibrio, ed ha percorso circa 2/3 dello spazio dell'aria (3 w_∞ τ).

Esercizio

Calcolare la velocità di salita delle bolle in acqua, usando la relazione C_X=24/Re per Re<1000

$C_X = 24/Re$ $\quad F = C_X\, \rho_{H2O}\, ½\, w^2\, A$

$T_{H2O} = 300K$ $\quad \rho_{H2O} = 997$ $\quad \mu_{H2O} = 0.857 \cdot 10^{-3}$ $\quad \nu_{H2O} = 0.86 \cdot 10^{-6}$

$$C_X = 24 \frac{\nu_{H2O}}{wD} \quad // \quad F_{Attr} = \frac{24}{2\ 4} \frac{\nu_{H2O}}{wD} \rho_{H2O}\, w^2\, \pi D^2 = 3\pi \rho_{H2O}\, \nu_{H2O}\, w\, D \quad // \quad F_{Prop} = \Delta\rho\, g \frac{1}{6} \pi D^3$$

$$3\ \pi \rho_{H2O}\ \nu_{H2O}\, w\, D = \Delta\rho\, g \frac{1}{6} \pi D^3 \qquad w = \frac{g\, D^2\, \Delta\rho}{18\ \ \nu_{H2O}\, \rho_{H2O}} \cong \frac{g\, D^2\, \Delta\rho}{18\ \ \mu_{H2O}}$$

$$w[m/s] = \frac{9.81\ D^2}{18\ \ 0.86\ \ 10^{-6}} = 633721\, D^2 [m]$$

Il limite Re<1000 vuol dire

$w\,D / \nu < 1000$ $\quad w\,D < 1000 \cdot 0.86 \cdot 10^{-6}$ $\quad w\,D < 0.00086$

applico nel limite

$W = 633721\ D^2$ $\quad w\,D < 0.00086$ $\quad 633721\ D^3 < 0.00086$

$D < 0.0011m = 1.1mm$ e $w < 0.78m/s$

7 Convezione naturale

1) Determinare lo scambio termico tra un termosifone (lastra verticale, m 1x1, 60°C) e l'ambiente a 20°C, e le caratteristiche dello strato limite

Soluzione

$T_{film} = 40°C$ r = 1.143 k=l=0.0268 a=$2.35*10^{-5}$ m=$1.9*10^{-5}$ n=$1.67*10^{-5}$

$$Pr = \frac{\mu\, c_P}{k} = 0.71 \qquad Gr = \frac{g\beta\,\Delta T\, L^3}{\nu^2} = \frac{9.81\ \ 40\ \ 1^3}{313\ \left(1.67\ \ 10^{-5}\right)^2} = 4.5\ \ 10^9$$

$$\overline{Nu}_{0-L} = \frac{8/3\sqrt{Pr}}{\left[336(Pr+5/9)\right]^{1/4}}\,Gr_L^{1/4} = \frac{8/3\sqrt{0.71}}{\left[336(0.71+5/9)\right]^{1/4}}\left(4.5\ \ 10^9\right)^{1/4} = 127$$

$$\overline{Nu} = \frac{h\,L}{k} \qquad \overline{h} = 127\ \ k/L = 127\ \ 0.0268 = 3.6 \qquad f_{conv} = h\ A\ DT = 3.6\ \ 40 = 144\ W/m^2$$

$$f_{irr} = A\ F_{12}\,\sigma(T_1^4 - T_2^4) = 1\ \ 1\ \ 5.67\ \ (3.33^4 - 2.93^4) = 278\,W/m^2$$

$$f_{TOT} = f_{conv} + f_{irr} = 144 + 278 = 422\ W/m^2$$

$$Nu_{X=1} = 0.508\,Pr^{1/2}\left[\frac{Gr_x}{0.952+Pr}\right]^{1/4} = 0.508\ \ 0.71^{1/2}\left[\frac{4.5\ \ 10^9}{0.952+0.71}\right]^{1/4}\ 102$$

$$\delta = \frac{2x}{Nu_x} = \frac{2}{102} = 0.02m = 2cm$$

$$w_0 = 6.11\sqrt{\frac{g\,b\,(T_P - T_{¥})x}{Pr+5/9}} = 6.11\sqrt{\frac{9.81\ \ 40\ \ 1}{313(0.71+5/9)}} = 6\ m/s \qquad w_{Max} = 6.11\ \ 0.148 = 0.9 m/s$$

2) Si consideri un impianto di riscaldamento a camino che brucia 10 kg di legna all'ora. Nel camino entra aria che viene riscaldata fino ad una temperatura di 250°C; l'aria calda, essendo più leggera del fluido circostante, sale lungo la canna fumaria. Si determini la velocità W dei fumi. dati:

Sezione 2: esterno T_2=10°C

Sezione 1: interno T_1=250°C m=$2.77*10^{-5}$ n=$4.12*10^{-5}$

H=8m, sezione = 15x15cm, b=1,5 (perdite concentrate)

Soluzione

Calcolo densità dell'aria

r_{est} = P/RT = 101325/287/283 = 1.247 Dp_{est}= r_{int} g H =97.86 Pa

r_{int} = P/RT = 101325/287/523 = 0.6750 Dp_{int}= r_{int} g H =52.97 Pa

DP= 45 Pa è il motore del movimento

flusso minimo aria: eccesso d'aria 300%, combustione stechiometrica richiede 14kg/kg, quindi fumi 14+1=15 kg/h di fumi = 0.00417 g/sec

m' = r_{fumi} w A da cui w = 0.041/0.6750/0.0225= 2.75 m/s

Re = 2.75 * 0.15 /$4.12*10^{-5}$ = 100'000 dall'abaco di Moody si trova un fattore di attrito accettabile x=0.05

Fattori di perdita: l'attrito, e le perdite concentrate b.

Cioè rw^2/2 (1.5 + x(L/D) = 0.675 (1.5 + 0.05 * 8/0.15) = 0.675 (1.5 + 0.05 * 53) = 0.675 (9.5) = 6.4 Pa

Contro i 45 a disposizione, cioè sovrabbonda di un fattore 7, quindi in prima approx la velocità sarà 2.65 volte superiore, cioè 7.3 m/s

Confrontare con la sorbona ad acqua/aria che funziona con lo stesso principio

8 Irraggiamento

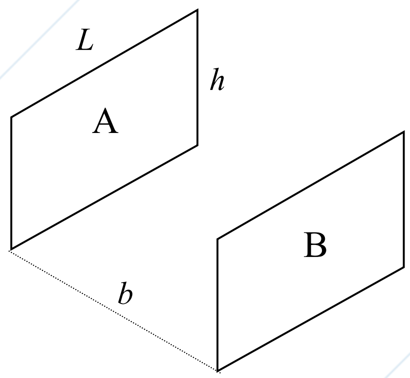
Fattori di vista: http://www.me.utexas.edu/~howell/tablecon.html

1) Determinare il potere emissivo di un corpo nero il cui potere emissivo monocromatico massimo è ad una lunghezza d'onda $\lambda_{max} = 3\ \mu m$.

Soluzione

applicando la legge di Wien, $\lambda_{max}\ T = 2897.8$ essendo $\lambda_{max} = 3\ \mu m$ trovo
$T = 2897.8/3 = 966$ K. Se è un corpo nero trovo $E_n = \sigma\ T^4 = 5.67 * (9.66)^4 =$ **49'373 W/m²**.
E' ancora nell'infrarosso a 600°C (visibile < 1 μm).

2) Facendo uso dei grafici con il fattore di vista determinare la potenza termica scambiata tra due superfici nere parallele e con temperature T_A= 100 °C e T_B= 1000 °C. Sono note le dimensioni:
L = 10 m h = 1 m b = 10 m



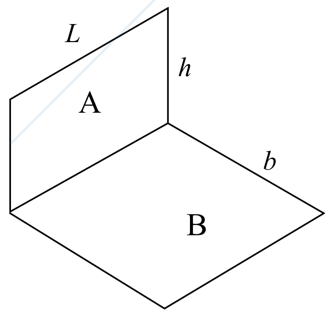
Soluzione

Pag 501[Chengel] , 660[Moran] L L_1=10, h L_2=1 b D=10 $L_1/D=1$
$L_2/D=0.1$ $F_{12}=0.025$
$Q'_{12}= A_1\ F_{12}\ \sigma\ (T_1^4 - T_2^4) = 10*0.025*5.67*(12.73^4-3.73^4)=$
$= 0.25*5.67*26068=$ **36'950 [W]**

3) Determinare il potere emissivo di un corpo grigio con coefficiente di emissione $\varepsilon = 0.5$ e con la lunghezza d'onda alla quale è massimo il potere emissivo monocromatico pari a $\lambda = 3\ \mu m$.

[24.7 kW/m²]

4) Facendo uso del grafico con il fattore di vista determinare la potenza termica scambiata tra due superfici nere tra loro perpendicolari e con temperature T_A= 300 °C e T_B= 600 °C.
Sono note le dimensioni:
L= 2 m h= 1 m b= 4 m



Soluzione

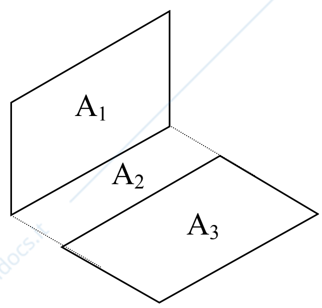
Pag 502[Chengel] , 660[Moran] L w=2, h L2=1 b L1=4 L1/w=4/2=2
$L_2/w=1/2=0.5$ $F_{BA}=0.08$
applico la legge di reciprocità $0.08*8=F_{BA}*2$ $F_{AB}=0.32$
$Q'_{BA}= 8*0.08*5.67\ (8.73^4-5.73^4)= 0.645.67*4730 = 17'165$ [W]

5) Determinare il potere emissivo di una superficie nera ($S = 3\ m^2$) a temperatura T= 330 °C.

Soluzione

$E_n = \sigma\ T^4 = 5.67 * (6.03)^4 =$ **7496W/m² [7.5 kW/m²]**
Potenza emessa: $E_n * A = 7496 * 3 =$ **22.49 kW**

6) Determinare il fattore di vista tra le superfici A_1 e A_3 sapendo che $F_{A1-A2} = 0.16$ ed $F_{A23-A1}= 0.2$. Sono note le dimensioni delle superfici: $A_1= 40\ m^2$ $A_2 = 20\ m^2$ $A_3 = 40\ m^2$



Soluzione

Legge di reciprocità $F_{23-1}\ A_{23} = F_{1-23}\ A_1$
$\Rightarrow$ $0.2 * (20+40) = F_{1-23} *40$
da cui $F_{1-23} = 0.2 *60 / 40 = 0.3$
Legge della somma $F_{1-23} = F_{1-2} + F_{1-3}$
da cui $F_{1-3} = 0.3 - 0.16 =$ **0.14**.

7) Determinare il potere emissivo di un corpo grigio a temperatura T = 2100 °C e con emissività ε = 0.2.

Soluzione

T = 2100°C = 2373 K. $E = \varepsilon\, \sigma\, T^4 = 0.2\ 5.67 * (23.73)^4 =$ **359.6 kW/m²**.

8) Due sfere concentriche di diametro D_1 = 0.8 m e D_2 = 1.2 m sono separate da un'intercapedine in cui è effettuato il vuoto. Le loro temperature superficiali sono, rispettivamente, T_1 = 127 °C e T_2 = 27 °C. Determinare la potenza termica scambiata fra le due superfici nell'ipotesi che possono essere considerate grigie e caratterizzate da emissività rispettivamente pari a ε_1 = 0.5 e ε_2 = 0.05.

Soluzione

T_1 = 400K e T_2 = 300K, $A = \pi D^2$,

$Q'_{12} = \sigma\, (T_1^4 - T_2^4) / [\, (1-\varepsilon_1)/A_1\varepsilon_1 + 1/\, A_1F_{12} + (1-\varepsilon_2)/A_2\varepsilon_2] =$

$= 3.14 * 5.67 * (256\text{-}81) / (1/0.8^2 + 1/0.8^2 + 0.95/0.05/1.2^2) =$

$=$ 3115.655/(1.5625+1.5625+13.1944) = 3115.665/16.319 = **190.9 W**

9) Due superfici cilindriche concentriche di diametro D_1 = 1 m e D_2 = 1.6 m sono separate da un'intercapedine in cui è effettuato il vuoto. Le loro temperature superficiali sono, rispettivamente, T_1 = 200 °C e T_2 = 20 °C. Nell'ipotesi che le due superfici possono essere considerate nere, determinare:

- la potenza termica scambiata fra le due superfici;
- la potenza termica scambiata se nell'intercapedine viene introdotta una sottilissima lastra cilindrica e opaca con emissività ε = 0.03 su entrambe le facce.

Soluzione 1

T_1 = 473K e T_2 = 293K, $A = \pi\, D$ (per metro di tubo)

$Q'_{12} = A_1\, \sigma\, F_{12}\, (T_1^4 - T_2^4) = \pi\, D*5.67 * (4.73^4 - 2.93^4) =$

$= 3.14 * 1 * 5.67 * (500.55\text{-}73.70)$ **= 7600 W/m**

Soluzione 2

aggiungo in Mezzo lo schermo D_M = 1.3 m ; ε_M = 0.03 (lati int e est), $F_{1\text{-}Mint} = F_{Mest\text{-}2} = 1$

$Q'_{12} = \sigma\, (T_1^4 - T_2^4) / [(1-\varepsilon_1)/A_1\varepsilon_1 + 1/A_1F_{1\text{-}Mint} + (1-\varepsilon_M)/A_{Mint}\varepsilon_{Mint} + (1-\varepsilon_M)/A_{Mest}\, \varepsilon_{Mest} + 1/A_{Mest}\, F_{Mest\text{-}2} + (1-\varepsilon_2)/A_2\varepsilon_2]$

$= \pi\, \sigma\, (T_1^4 - T_2^4) / \ [1/D_1 + 2*(1-\varepsilon_3)/D_3\varepsilon_3 + 1/D_3] = 7600 / (\ 1/1 + 2*0.97/1.3/0.03 + 1/1.6) =$

$= 7600 / 51.4 = 148$ W/m

10) Una superficie a forma conica senza base (D = 20 cm, apotema = 30 cm, T = 100°C) si trova racchiusa in una scatola (parallelepipedo 20x20x30cm, T = 20°C). Determinare il calore scambiato per irraggiamento tra le due superfici.

Soluzione

Area cono = $\pi\, D\, a\, /2 = \pi\ 0.2 * 0.3\ /2 = 0.0942$ m². sia interna che esterna.

Cono Esterno – Scatola $Q'_{ES} = A_E\, F_{E\text{-}S}\, \sigma\, (T_1^4 - T_2^4) = 0.0942 * 1 * 5.67 * (3.73^4 - 2.93^4) = 64$W

Cono Interno – Scatola $Q'_{IS} = A_I\, F_{IS}\, \sigma\, (T_1^4 - T_2^4)$ cerco $F_{Interno\text{-}Scatola} = F_{Interno\text{-}Base(fittizia)}$

$A_I\, F_{I\text{-}B} = A_B\, F_{B\text{-}I} \Rightarrow \pi\, D\, a\, /2\, F_{I\text{-}B} = \pi\, D^2 /4 *1 \Rightarrow F_{IB} = D / 2a = 1/3$

$Q'_{IS} = 1/3 * Q'_{ES} = 64/3 = 21.3$W

$Q'_{Cono\text{-}Scatola} = 64 + 21.3 = 85.3$ W

11) Un'automobile si trova parcheggiata in strada, con da un lato palazzi molto alti, e dall'altro nulla. Calcolare con quale temperatura dell'aria si inizia a formare ghiaccio sui finestrini laterali, con cielo sereno oppure con cielo nuvoloso. Dati: temperatura superficiale dei palazzi: T_P = 5°C, temperatura dell'asfalto al suolo T_S =0°C, h = 7 W/m²K, T_{C_sereno} = 250K, $T_{C\_nuvoloso}$ = 273 K

Soluzione

Flusso da irraggiamento $f_e = F_{FC}\, e\, s\, (T_F^4 - T_C^4) + F_{FS}\, e\, s\, (T_F^4 - T_S^4)$
Flusso da convezione $f_C = h\, (T_F - T_A)$
$S=0$ Fattori di vista = 1/2
Strada, cielo sereno $F_{FC}\, e\, s\, (T_F^4 - T_C^4) + F_{FS}\, e\, s\, (T_F^4 - T_S^4) = -h\, (T_F - T_A)$

$1/2 * 1 * 5.67\, (2.73^4 - 2.50^4) + 1/2 * 1 * 5.67\, \cancel{(2.73^4 - 2.73^4)} = -7\, (273 - T_A)$

$1/2 * 1 * 5.67 * 16.48 / 7 = -273 + T_A$ $T_A = 6.7$ °C

Strada, cielo nuvoloso $F_{FC}\, e\, s\, (T_F^4 - T_C^4) + F_{FS}\, e\, s\, (T_F^4 - T_S^4) = -h\, (T_F - T_A)$

$1/2 * 1 * 5.67\, \cancel{(2.73^4 - 2.73^4)} + 1/2 * 1 * 5.67\, \cancel{(2.73^4 - 2.73^4)} = -7\, (273 - T_A)$ $T_A = 0$ °C

Palazzi, sempre $F_{FP}\, e\, s\, (T_F^4 - T_P^4) + F_{FS}\, e\, s\, (T_F^4 - T_S^4) = -h\, (T_F - T_A)$

$1/2 * 1 * 5.67\, (2.73^4 - 2.78^4) + 1/2 * 1 * 5.67\, \cancel{(2.73^4 - 2.73^4)} = -7\, (273 - T_A)$

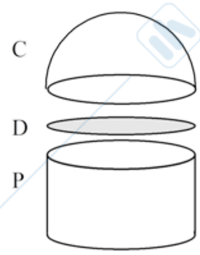
$1/2 * 1 * 5.67 * (-4.18) / 7 = -273 + T_A$ $T_A = -1.7$ °C

12) Un cilindretto di platino ($D_C=H_C=5$cm, $T_C=300$K, emissività $e_C=0.5$) viene scaldato in un forno ad irraggiamento di forma cubica (L=50cm, pareti a $T_P= 1000$K, $e_P=0.8$). Determinare il flusso iniziale di calore trasmesso al cilindretto ed il fattore di vista F PC.

Soluzione 10 luglio 2003

$A_P F_{PC} = A_C F_{CP}$ ma sappiamo che $F_{CC}=0$
quindi $F_{CP}=1$, $F_{PC}=A_C/A_P=(2*pD^2/4 + pDH)/(6*L^2)=0.0079$
$P = s\, (T_C^4 - T_P^4) / [\, (1-e_C)/A_C e_C + 1/\, A_C\, F_{CP} + (1-e_P)/A_P e_P\,] = 5.67\, (3^4 - 10^4) / [\, (1-0.5)/(0.011775*0.5) + 1/0.011775 + (1-0.8)/(1.5*0.8) = 330.8$ W

13) Una pentola cilindrica di raggio 10 cm e altezza 1.1 volte il raggio ha un coperchio emisferico. Determinare i fattori di vista tra coperchio e pentola e viceversa. [$F_{CP}=0.5$, $F_{PC}=0.31$]



Traccia 6 febbraio 2003

Si aggiunge una superficie virtuale piana (disco) per determinare F_{C-D},
$A_C\, F_{CD} = A_D\, F_{DC}$ ma poiché $F_{DC} = 1$, risulta $F_{CD} = 0.5 = F_{CP}$.
Quindi per reciprocità $F_{CP}\, A_C = F_{PC}\, A_P$

14) Due cilindri concentrici lunghi 10 metri tra cui è fatto il vuoto hanno le seguenti caratteristiche: $D_1 = 0.7$ m, emissività $e_1=1$, $T_1 = 210$ °C, D2 =0.5 m, emissività $e_2=0.7$ $T_2 = 205$ °C. Determinare la potenza scambiata giustificando le eventuali approssimazioni utilizzate, e la lunghezza d'onda di massima emissione del cilindro più caldo, specificando se è nel visibile, nell'UV, o nell'IR. [P=1.4 kW, l=6 micron, IR]

Traccia 6 febbraio 2003

$Q_{int\text{->}est} = 2\, p\, r_{int}\, L\, e_{int}\, s\, (T_{int}^4 - T_{est}^4)$. Anche la formula generale fornisce lo stesso risultato
Si trascurano gli effetti di bordo alle estremità perché L>>R.

9a Scambiatori di calore, metodo DT_{ML}, esecizi

1) Uno scambiatore di calore controcorrente viene utilizzato per recuperare energia dall'olio di lubrificazione di un motore. La portata di olio è pari a 1kg/s (cp=2500J/kgK), la sua temperatura d'ingresso è 130°C, la sua temperatura d'uscita è 100°C. Nel lato freddo scorre acqua liquida che entra a 50°C ed esce a 90°C

Quesiti

- Quanto vale la portata d'acqua?
- Quanto vale la conduttanza totale? (h_{TOT}*A)
- Quanto vale l'efficienza ε?
- Quale dovrebbe essere la conduttanza totale per recuperare il 20% di potenza termica in più, mantenendo invariate le temperature d'ingresso e d'uscita dell'acqua (e la temperatura d'ingresso dell'olio)?

Soluzione

- La potenza termica scambiata vale: $Q' = m'_{olio}\, c_{p,olio}\, (T_{H,i} - T_{H,u}) = 75$ kW, la portata d'acqua vale quindi: $m'_{H2O}=Q/[c_{pH2O}(T_{c,u}-T_{c,i})] = 0.448$ kg/s.
- La conduttanza totale vale: UA ” $h_{tot}S = Q/DT_{LM}$, con $DT_{LM} = (DT_s-DT_o)/\ln(DT_s/DT_o)$, $DT_o=T_{h,i}-T_{c,u} = 40°C$; $DT_s = T_{H,u}-T_{c,i} = 50°C$, quindi $DT_{LM} = 44.8°C$, $UA = 1673$ W/K.
- Poiché $C_{olio} = 2500W/K$, $C_{H2O} = 1875W/K$, $C_{min} = 1875W/K$, $Q_{max} = C_{min}(T_{H,i}-T_{c,i}) = 150kW$, l'efficienza vale: $\varepsilon = Q/Q_{max} = 0.5$.
- Per recuperare il 20% in più di potenza termica mantenendo invariate le temperature d'ingresso e d'uscita dell'acqua, la portata d'acqua deve essere aumentata del 20%: $m_{H20} = 0.538$kg/s, la potenza termica risulta quindi: $Q' = 90kW$, e la temperatura d'uscita dell'olio vale: $T_{H,u} = T_{H,i}-Q'/C_{olio} = 94°C$. La conduttanza totale vale: UA' ” $h_{tot}S' = Q'/DT'_{LM}$, con $DT'_{LM} = (DT'_s-DT'_o)/\ln(DT'_s/DT'_o)$, $DT'_o = T_{H,i}-T_{c,u} = 40°C$; $DT'_s = T_{H,u}-T_{c,i} = 44°C$, quindi $DT_{LM} = 42.0°C$, $UA = 2143$ W/K (+28%).

2) (Es6.4) Uno scambiatore di calore controcorrente viene utilizzato per riscaldare acqua liquida da 20°C a 80°C, raffreddando una portata pari a 40 kg/s di aria calda dalla temperatura di 180°C alla temperatura di 120°C.

Quesiti

- Qual è la portata di acqua calda prodotta?
- Qual è la conduttanza totale dello scambiatore?
- Quanto vale l'efficienza?
- Se la temperatura d'ingresso dell'acqua fosse 35°C, quale sarebbela temperatura d'uscita dell'aria (a parità di temperatura in ingresso e portate)?

Soluzione

- Poiché: $Q=C_H(T_{H,i}-T_{H,u})= 2.417$ MW (C_H=40.28 kW/K) si ha: $Cc=Q/(T_{C,u}-T_{C,i})$=40.28kW/K e m_C=9.62kg/s.
- Poiché: $DT_o=DT_s$=100°C, si ha: DT_{LM}=100°C, $UA=Q/DT_{LM}$=24.17 kW/K.
- $\varepsilon=Q/Q_{max}=Q/C_{min}(T_{H,i}-T_{C,i})=0.375$
- poiché l'efficienza dipende solo dalla capacità termiche di portata e dalla conduttanza totale e queste restano invariate, l'efficienza resta pari a 0.375; si ha allora: $Q=\varepsilon C_{min}(T_{H,i}-T_{C,i})$=2.19MW, da cui: $T_{H,u}=T_{H,i}-Q/C_H$=125.6°C.

3) Ad uno scambiatore controcorrente vengono inviati 5 kg/s di ossigeno (gassoso) alla temperatura di –50°C, e 1 kg/s di elio alla temperatura di 10°C.

Quesiti

- Quale deve essere l'efficienza dello scambiatore affinchè la temperatura dell'elio all'uscita sia –10°C?
- Quanto vale la conduttanza totale dello scambiatore?
- Quale dovrebbe essere la conduttanza totale affinchè la temperatura dell'He in uscita sia –20°C?
- Quale sarebbe l'efficienza nel caso relativo alla domanda precedente?

Soluzione

- L'efficienza vale: $\varepsilon=Q/Q_{max}=0.381$, con: $Q_{max}=C_{min}(T_{H,i}-T_{C,i})=272.8kW$ ($C_{min}=4547W/K$ poiché $C_{O2}=m_{O2}c_{p,O2}=5*909.3=4547W/K$, $C_{He}=m_{He}c_{p,He}=1\ 5196=5196W/K$) $Q=C_{He}(T_{H,i}-T_{H,u})=103.9kW$.
- La conduttanza totale si ricava dalla relazione: $UA=Q/\Delta T_{LM}=2.696kW/K$, dove $\Delta T_{LM}=(\Delta T_s-\Delta T_o)/\ln(\Delta T_s/\Delta T_o)=38.5°C$, $\Delta T_s=T_{H,u}-T_{C,i}=40°C$, $\Delta T_o=T_{H,i}-T_{C,u}=37.1°C$ con $T_{C,u}=T_{C,i}+Q/C_{O2}=-27.1°C$.
- In tale caso: $Q=C_{He}(T_{H,i}-T_{H,u})=155.9kW$, $T_{C,u}=T_{C,i}+Q/C_{O2}=-15.7°C$, $\Delta T_s=T_{H,u}-T_{C,i}=30°C$, $\Delta T_o=T_{H,i}-T_{C,u}=25.7°C$, $\Delta T_{LM}=(\Delta T_s-\Delta T_o)/\ln(\Delta T_s/\Delta T_o)=27.79.3°C$, e quindi $UA=Q/\Delta T_{LM}=5.61kW/K$.
- L'efficienza in tale caso sarebbe pari a: $\varepsilon=Q/Q_{max}=0.571$, con: $Q_{max}=C_{min}(T_{H,i}-T_{C,i})=272.8kW$.

9b Scambiatori di calore, metodo NTU

Efficienza di uno scambiatore e NTU (Numero di Unità di scambio Termico)

Si voglia calcolare l'efficacia di uno scambiatore di calore in funzione della sua superficie di scambio, con l'ipotesi che uno dei due fluidi abbia temperatura costante, è il caso di cambiamenti di fase, o di portata molto elevata tale da poter considerare una capacità termica infinita rispetto a quella dell'altro fluido. Tale semplificazione rende uguali i profili di temperatura ed i risultato conseguenti per ogni tipologia di scambiatore (equi- o contro corrente, flussi incrociati..).

Come esempio si consideri il flusso stazionario di un fluido freddo a temperatura iniziale T_0, che fluisce con velocità w [m/s] in un tubo a sezione costante S [m^2], avente perimetro P [m]. Il tubo si trova in un ambiente a temperatura costante T_A ($T_A > T_0$). Il coefficiente di scambio termico indicato con h [W/m^2K] sia costante. Si vuole calcolare la temperatura T del fluido in funzione della lunghezza del tubo x.

Occorre impostare un'equazione differenziale che metta in relazione lo scambi termico con l'aumento di temperatura del fluido in funzione della posizione x. Si consideri a tal fine che nello spazio dx, la superficie attraverso cui avviene lo scambio termico è dA=P*dx. La quantità di calore scambiata nel tempo dt vale $dQ= h\, dA\, (T_A-T)$ dove T=T(x). Tale quantità di calore viene ceduta alla massa di fluido $dm= \rho\, dV = \rho\, S\, dx$ che si trova dentro al tratto dx (volendo considerare che il fluido è in movimento, la massa dm che transita nel tempo dt vale $dm = \rho\, w\, S\, dt = \rho\, dx/dt\, S\, dt$ e si perviene allo stesso risultato). L'incremento di temperatura di tale massa dm è correlato al dQ tramite $dQ = dm\, c_P\, dT$. Eguagliando le due espressione si ottiene l'equazione da integrare

$h\, P\, dx\, (T_A-T)\, dt = \rho\, dx\, S\, c_P\, dT$ $\qquad$ $h\, P\, dx\, (T_A-T) = \rho\, dx/dt\, S\, c_P\, dT$

$h\, P\, dx\, (T_A-T) = \rho\, w\, S\, c_P\, dT$ $\qquad$ sostituendo $\rho\, w\, S = m'$ e cambiando di segno

$h\, P / (m'\, c_P)\, dx = -\, dT / (T-T_A)$

che deve essere integrata tra gli estremi iniziale 0 e finale x generico, ottenendo:

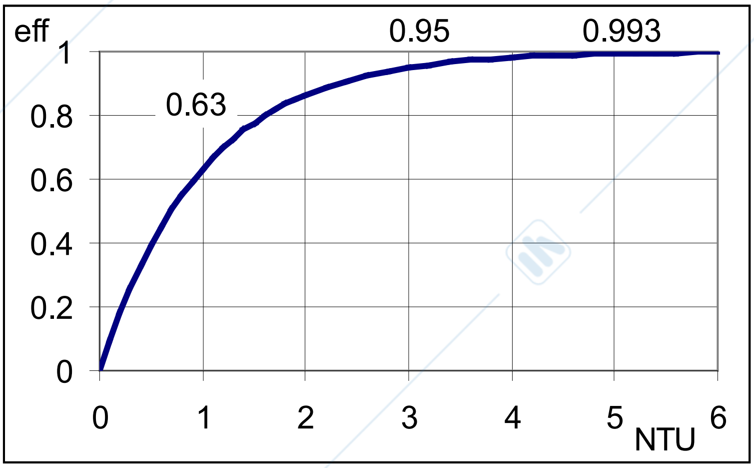
$-h\, P / (m'\, c_P)\, dx = dT / (T-T_A)$ $\qquad$ $-h\, P / (m'\, c_P) * x = \ln (T-T_A) / (T_0-T_A)$

mettendo tutto ad esponenziale $\qquad$ $e^{-x / (m'Cp / hP)} = (T-T_A) / (T_0-T_A)$

$T = T_A + (T_0-T_A)\, e^{x / (m'Cp / hP)}$

Quindi la temperatura del liquido parte la valore T_0 in x=0, e per $x \rightarrow \infty$ raggiunge asintoticamente il valore T_A. Il gruppo $m'\, c_P/ (h\, P)$ dimensionalmente è una lunghezza [kg/s J/kg/k m^2K/W 1/m]. Notare che x*P è l'area totale di scambio termico, per cui si chiama NTU il gruppo adimensionale $NTU = x/(m'c_P/(h\, P)) = hA/(m'c_P)$, calcolato sul fluido a capacità termica inferiore. Tale NTU determina l'efficienza ε dello scambiatore ε $1-e^{-NTU}$.. Per NTU=1, ε assume il valore del 63.2%, per NTU=3 ε=95%, per NTU=5 ε=99.3%. Ulteriori incrementi di NTU>5, cioè delle dimensioni dello scambiatore, non portano alcun vantaggio, e già per NTU>2÷3, un ulteriore incremento di area dello scambiatore spesso non è economicamente giustificato.

Il grafico dell'efficienza è quello tipico di ogni fenomeno fisico dove la variazione infinitesima di un valore (qui T) si porta verso un valore fisso (T_A) secondo una relazione differenziale lineare con la distanza da tale valore ($T-T_A$). Tale sistema è detto del primo ordino, la soluzione è un'esponenziale smorzata, ed è tipico dei sistemi fisici ove non siano presenti inerzie. (In caso di inerzie il sistema diviene generalmente del secondo ordine, e la soluzione avrà spesso una componente oscillatoria, non è questo il caso)



4) All'evaporatore di un gruppo frigorifero viene inviata una portata di acqua glicolata (c_p=4200J/kgK) pari a 1700kg/h; le temperature di ingresso e di uscita dell'acqua sono rispettivamente: 12°C e 7°C, mentre la temperatura del fluido evaporante è pari a 2°C.

Quesiti

- Quanta potenza termica viene asportata all'acqua?
- Quanto vale la conduttanza totale dello scambiatore?
- Quanto vale il Numero di Unità di Trasporto (NTU)?
- Se la temperatura del fluido evaporante aumenta a 4°C, quale deve essere la portata d'acqua affinchè le temperature d'ingresso e d'uscita restino invariate?

Soluzione

- La potenza asportata vale: $Q = m_{H2O}\ c_p\ (T_{H,i}-T_{H,u})$= 9.916kW.
- La conduttanza totale si valuta come: UA = Q/DT_{LM} = 1375W/K, dove: $DT_{ML}=(DT_s-DT_o)/\ln(DT_s/DT_o)$ = 7.21°C con $DT_s= T_{H,u}-T_{ev}$=5°C; $DT_o=T_{H,i}-T_{ev}$=10°C.
- Poiché per il fluido evaporante C=¥: $C_{min}=C_H=m_{H2O}c_p$=1983W/K, quindi $NTU=UA/C_{min}$=0.69.
- In tal caso: $DT_s= T_{H,u}-T_{ev}$=3°C; $DT_o=T_{H,i}-T_{ev}$=8°C, quindi DT_{ML}=5.1°C, quindi Q=UA DT_{LM}=7.012kW e $m_{H2O}=Q/c_p(T_{H,i}-T_{H,u})$= 0.334kg/s=1202kg/h.

5) In un tubo avente diametro esterno 2.5 cm, fluiscono 5 l/min di acqua. Determinare dopo quanti metri di tubo l'acqua si trova praticamente alla stessa temperatura dell'ambiente. Il coefficiente di scambio totale tra ambiente e fluido vale h = 4 [W/m^{2}K]

Soluzione1

La portata di acqua vale m' = 5[kg/min] / 60[sec/min] = 0.083 kg/s. Per ottenere NTU = 3 deve essere h * A / (m' c_P) = 3. Il c_P vale 4184 J/kgK, A = p D x.

h * p D x / (m' c_P) = 4 * p * 0.025 x / (0.083 * 4184) = 3 da cui x = 3* 4184 * 0.083 /0.1 / p = 3*1100 m = 3.3 km. A tale distanza la temperatura tra i due fluidi è quasi uguale. Calcolando la dispersione con un delta T di 10°C, si ricavano circa 3 W/m all'inizio del tubo dove T(x) è più alta.

Soluzione2

Affrontarlo come uno scambiatore a due fluidi, T_{Freddo}=cost, imponendo p.e. $DT_{OUT}=0.05\ DT_{IN}$,
dall'uguaglianza Q' = m' c_P DT_{Caldo} = h A DT_{ML} (il calore ceduto è scambiato per convezione)
dove A=L*pD , $DT_{Caldo} = DT_{IN} - DT_{OUT} = 0.95\ DT_{IN}$, $DT_{ML} = (1-0.05)DT_{IN} / \ln(1/0.05) = 0.31\ DT_{IN}$
si ricava L = (5/60 *4184 * 0.95 $\cancel{DT_{IN}}$) / (4 * 0.025p * 0.31 $\cancel{DT_{IN}}$) = 3400 m

10 Metodi numerici

Ricordare l'equazione di Fourier per la conduzione $\rho\, c \frac{\partial T}{\partial t} = \dot{q} + k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)$

vedremo vari casi ridotti:
- Parametri concentrati (0D+t), esatta, 1° e 2° ordine
- Lastra 1D stazionaria, soluzione esatta
- Lastra 2D stazionaria, soluzione Gauss-Siedel
- Lastra 2D+t, 1° ordine

Parametri concentrati (0D+t), esatta, 1° e 2° ordine

Definiamo: il numero di Biot $Bi = h\, L_C / \lambda$, rapporto tra il ΔT conduttivo e convettivo.

Soluzione esatta

Se Bi<<1, (convenzionalmente Bi<0.1), si assume che $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \approx \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \approx \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \approx 0$ e quindi resta solo il termine $m\, c \frac{\partial T}{\partial t} = hA(T_g - T)$ in cui l'apporto di calore è dato dal termine convettivo. Integrando si ottiene (T_g = T gas):

$$\int_{T_0}^{T} \frac{\rho V c_p}{hA} \frac{dT}{T - T_g} = -\int_0^t dt$$

$$\frac{\rho V c_p}{hA} \ln \frac{T - T_g}{T_0 - T_g} = -t \qquad \frac{T - T_g}{T_0 - T_g} = e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad T = T_g + (T_0 - T_g)\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

dove $\frac{\rho V c_p}{hA} = \tau$ è il tempo caratteristico

Soluzione numerica del 1° ordine

Si può ottenere da un bilancio di 1° principio, eguagliando $dQ_{IN} = h\, A\, (T_g - T)dt$ con $dQ = m\, c\, dT$, per risolvere il dT

$$dT = \frac{h\, A}{\rho\, V\, c_p}\left(T_g - T\right)dt$$ cioè discretizzando con iterazioni i $T_{i+1} = T_i + \frac{T_g - T_i}{\tau}\Delta t$

notare la somiglianza con lo sviluppo in serie $T(t+dt) = T(t) + T'(t)\, dt$, dove $T' = (T_g - T_i)/t$,

Soluzione numerica del 2° ordine

$y(t+dt) = y(t) + y'(t)\, dt + 1/2\, y''(t)\, dt^2$. Applico $T' = (T_g - T_i)/t$, per ottenere $T'' = [T'(t) - T'(T-dt)]/dt$ (per T'' sono possibili altre formulazioni)

$$T_{i+1} = T_i + \frac{T_g - T_i}{\tau}\Delta t + \frac{(T_g - T_i) - (T_g - T_{i-1})}{2\; t\; \Delta t}\Delta t^2$$

$$T_{i+1} = T_i + \frac{T_g - T_i}{\tau}\Delta t + \frac{(T_{i-1} - T_i)}{2\tau}\Delta t = T_i + \left(T_g - T_i + \frac{T_{i-1} - T_i}{2}\right)\Delta t/\tau$$

Lastra 2D stazionaria, soluzione Gauss-Siedel

Spariscono le derivate rispetto al tempo e a Z.

$$\dot{q} + k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) = 0$$

Occorre discretizzare le equazioni

$T(x+dx) = T(x) + \partial T/\partial x * dx + \partial^2 T/\partial x^2 * dx^2/2 + \ldots\ldots..$

Derivata prima in avanti $\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T(x+\Delta x) - T(x)}{\Delta x}$

Derivata prima all'indietro $\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T(x) - T(x-\Delta x)}{\Delta x}$

Derivata prima media $\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T(x+\Delta x) - T(x-\Delta x)}{2\Delta x}$ (precisione del 2° ordine, sia pure con Δx doppio)

Utilizzando le notazioni per i punti nodali:

derivata prima $\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_i = \frac{T_{i+1,J} - T_{i-1,J}}{2\Delta x}$ e derivata seconda $\left.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right|_i = \frac{T_{i+1,J} + T_{i-1,J} - 2T_{i,J}}{\Delta x^2}$. Idem per y

Data quindi la $\left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right] + \frac{\dot q}{k} = 0$, si scrivono NxM equazione nelle incognite $T_{i,j}$,

Si ottiene $\frac{T_{i+1,j} + T_{i-1,j} - 2T_{i,J}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1} + T_{i,j-1} - 2T_{i,J}}{\Delta y^2} + \frac{\dot q}{k} = 0$ usando $\beta=(\Delta x/\Delta y)^2$, $\Delta y^2 = \Delta x^2/\beta$ si ottiene

$T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + \beta(T_{i,j+1} + T_{i,j-1}) - 2T_{i,j} - 2\beta T_{i,j} = - q'/k\, \Delta x^2$. che diventa

$2(1+\beta)T_{i,j} = q'/k\, \Delta x^2 + T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + \beta T_{i,j+1} + \beta\, T_{i,j-1}$

Nel caso $q'=0$ e $\beta=1$ vuol dire che la temperatura di un nodo è la media dei 4 circostanti. Si risolve con triangolarizzazione, oppure con iterazione (Gauss – Siedel). Esiste anche un metodo a 9 punti, con velocità di convergenza maggiore.

Condizioni al contorno

T imposta: è la più semplice

Convettiva (e adiabatica)

Prendiamo il caso di nodi sulla superficie, quindi con celle superficiali dimezzate. Altezza unitaria

$\Rightarrow x$; $\Delta x = \Delta y$	$T_{i,j-1}$	
$T_{i-1,j}$	$T_{i,j}$	Fluido (h, T_∞)
	$T_{i,j+1}$	$Bi = h\,\Delta x/k$

$$k\Delta y\frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\Delta x} + k\frac{\Delta x}{2}\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta y} + k\frac{\Delta x}{2}\frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{\Delta y} = h\Delta y\left(T_{i,j} - T_\infty\right)$$ se $\Delta x=\Delta y$

$T_{i-1,j} \underline{- T_{i,j}} + 1/2\, T_{i,j+1} \underline{- 1/2\, T_{i,j}} + 1/2\, T_{i,j-1} \underline{- 1/2\, T_{i,j}} = Bi_{\Delta x}\,(\underline{T_{i,j}} - T_\infty)$

$T_{i-1,j} + 1/2\, T_{i,j+1} + 1/2\, T_{i,j-1} + Bi_{\Delta x}\, T_\infty = T_{i,j}\,(2+Bi_{\Delta x})$

da cui $T_{i,j} = 1/(2+Bi_{\Delta x})\,[T_{i-1,j} + 1/2\,(T_{i,j+1}\, T_{i,j-1}) + Bi_{\Delta x}\, T_\infty]$ notare i pesi (1 + 1/2 + 1/2 + Bi)

Altri casi particolari: pag 98 di Guglielmini-Pisoni

Stabilità: non è un problema

Corpo 1D+t, 1° ordine (es: parete, barra trasversalmente omogena e isoterma)

$\rho\, c\frac{\partial T}{\partial t} = \dot q + k\left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right]$ tolgo (q', y , z), resta $\rho\, c\frac{\partial T}{\partial t} = k\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ cioè $\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$

dove $\alpha = k/(\rho c_P)$ è la diffusività termica in m^2/s, indica la rapidità con cui una variazione di temperatura in un punto si propaga nel suo intorno. Ricordare il grafico con concavità.

Simbologia: T_m^i dove il pedice m indica la posizione spaziale, l'apice i indica il passo temporale

Derivata rispetto al tempo $\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_m = \frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t}$ allo spazio $\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)^i = \frac{T_{m+1}^i - 2T_m^i + T_{m-1}^i}{\Delta x^2}$

L'eq. da risolvere diventa $\frac{T_m^{i+1} - T_m^i}{\Delta t} = a\frac{T_{m+1}^i - 2T_m^i + T_{m-1}^i}{\Delta x^2}$

$T_m^{i+1} = \left(1 - 2Fo_{\Delta x}\right)T_m^i + Fo_{\Delta x}\left(T_{m-1}^i + T_{m+1}^i\right)$ dove $Fo_{\Delta x} = \alpha\,\Delta t / \Delta x^2$. Dove ($\alpha = k/(\rho c_P)$)

La condizione di stabilità è $Fo_{\Delta x} < 0.5$. Nasce da dire che $\Delta T_{iterazione} < \Delta T_{conduzione}$.
$\Delta T_{iterazione} = \underline{Q} / (\rho\ \underline{V}\ c_P) < \underline{Q}\ \Delta x / (k\ 2\underline{A}\ \Delta t)$ da cui $k / (\rho\ c_P)\ \Delta t < 0.5\ \Delta x^2$ da cui $Fo_{\Delta x} = \alpha\ \Delta t / \Delta x^2 < 0.5$

Corpo 2D+t, 1° ordine (es: pilastro longitudinalmente omogeneo e isotermo)

$\rho\, c\frac{\partial T}{\partial t} = \dot{q} + k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)$ tolgo (q', z), resta $\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)$

dove $\alpha = k/(\rho c_P)$ è la diffusività termica in m^2/s,.

Simbologia: $T_{x,y}^t$ $\quad T_{m,n}^i$ $\quad (x_m\ y_n\ t^i)$

Derivata rispetto al tempo $\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{m,n} = \frac{T_{m,n}^{i+1} - T_{m,n}^i}{\Delta t}$

Derivata rispetto allo spazio ($\Delta x = \Delta y$) $\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)^i = \frac{T_{m-1,n}^i + T_{m+1,n}^i + T_{m,n-1}^i + T_{m,n+1}^i - 4T_{m,n}^i}{\Delta x^2}$

L'eq. da risolvere diventa $\frac{T_{m,n}^{i+1} - T_{m,n}^i}{\Delta t} = a\frac{T_{m-1,n}^i + T_{m+1,n}^i + T_{m,n-1}^i + T_{m,n+1}^i - 4T_{m,n}^i}{\Delta x^2}$ uso $Fo_{\Delta x} = \alpha\ \Delta t / \Delta x^2$.

$T_{m,n}^{i+1} = \left(1 - 4Fo_{\Delta x}\right)T_m^i + Fo_{\Delta x}\left(T_{m-1,n}^i + T_{m+1,n}^i + T_{m,n-1}^i + T_{m,n+1}^i\right)$

La condizione di stabilità è $Fo_{\Delta x} < 0.25$. Nasce da dire che $\Delta T_{iterazione} < \Delta T_{conduzione}$.
$\Delta T_{iterazione} = \underline{Q} / (\rho\ \underline{V}\ c_P) < \underline{Q}\ \Delta x / (k\ 4\underline{A}\ \Delta t)$ da cui $k / (\rho\ c_P)\ \Delta t < 0.25\ \Delta x^2$ da cui $Fo_{\Delta x} = \alpha\ \Delta t / \Delta x^2 < 0.25$
La stabilità può esserci anche per valori diversi, ma è un caso.

Lastra 1-2D+t, condizioni al contorno

Convettive (NOTA: dovrebbe essere tutto in blu, ma le formula non cambiano colore)

Al nodo 1, posto sulla superficie, equilibrio tra conduzione+convezione = incremento_termico

$$\Delta t\, h\, A\, (T_\infty^i - T_1^i) + k\frac{T_2^i - T_1^i}{\Delta x} A\, \Delta t = \rho c_P\, A\frac{\Delta x}{2}\left(T_1^{i+1} - T_1^i\right)$$ che fornisce

$$T_1^{i+1} = T_1^i + \frac{2\,h\,\Delta t}{\rho c_P\,\Delta x}(T_\infty^i - T_1^i) + \frac{2\,k\,\Delta t}{\rho c_P\,\Delta x^2}(T_2^i - T_1^i) \qquad \Rightarrow \quad \frac{2\,h\,\Delta t}{\rho c_P\,\Delta x} = \frac{2\,h\,\Delta t\,k\,\Delta x}{\rho c_P\,\Delta x^2\,k} = 2\,Fo\,Bi$$

$$T_1^{i+1} = T_1^i + 2\,Fo\,Bi\,(T_\infty^i - T_1^i) + 2\,Fo\,(T_2^i - T_1^i) \qquad Bi = \frac{h\,\Delta x}{k} \qquad Fo = \frac{\alpha\,\Delta t}{\Delta x^2} \qquad \alpha = \frac{k}{\rho\,c_p}$$

$$T_1^{i+1} = 2\,Fo\,(T_2^i + Bi\,T_\infty^i) + (1 - 2\,Fo - 2\,Fo\,Bi)T_1^i$$

Stabilità: si richiede che $1 - 2\,Fo - 2\,Fo\,Bi > 0$ cioè $Fo < \frac{1}{2(1+Bi)}$

Grafici sul Guglielmini pag 110

Questi mostrati erano metodi espliciti – Esistono anche metodi impliciti

Calcolo numerico: trucchi per condizioni al contorno

Superficie inclinata, non simulabile con griglia quadrata?

cambio h, in modo che $S_{vera} h_{vero} = S_{fittizio} h_{fittizio}$

Condizioni al contorno con irraggiamento invento una convezione equivalente

$Q_{irr}' = A_1 F_{12}\, s\, (T_1^4 - T_2^4) = A_1 F_{12}\, s\, (T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2)(T_1 - T_2)$

$Q_{conv}' = h A_1 (T_1 - T_2)$

$Q_{TOT}' = A_1 * (T_1 - T_2) * [h + F_{12}\, s\, (T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2)] =$

Approssimo $(T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2)] = (T_{MED}^2 + T_{MED}^2)(2\, T_{MED}) = 4 * T_{MED}^3$

Es : $T_1 = 20°C$ $T_2 = 0°C$ $h_{eq} = h + F_{12}\, s\, *4 * 283^3 = h + 1*5.67*10^{-8} *22'665'187 = h + 1.29$

Analisi di regressione lineare (Interpolazioni)

La media è il valore che minimizza lo scarto quadratico medio di una popolazione di N x_i

$S(x_{Med} - x_i)^2 = S(x_{Med}^2 - 2x_{Med}\, x_i + x_i^2) = N\, x_{Med}^2 - 2x_{Med}\, S\, x_i + S\, x_i^2$

derivo rispetto a X_{med} e uguaglio a 0

$¶S(x_{Med} - x_i)^2 / ¶x_{MED} = 2N\, x_{Med} - 2\, S\, x_i = 0$ da cui $x_{Med} = 1/N\, Sx_i$

Esempio: per le calibrazioni degli strumenti, per l'analisi e la predizione dei dati sperimentali. Variabile indipendente x (misura da strumento campione), variabile y dipendente (misura da strumento da tarare).

N misure, N coppie (x_i, y_i). Non uso un polinomio di grado N-1, cerco dalla fisica di sapere cosa dovrebbe venire fuori, se p.e. è una retta, voglio trovare Y=Ax+B.

Uso del programma Excell

Per abilitare le funzioni di analisi dei dati, da menù "strumenti", "aggiunte", selezionare le voci "Aggiunta risolutore" e "strumenti di analisi" .

Effettuare le seguenti analisi sui files di dati ottenuti dalle esercitazioni in laboratorio

Per una fase stazionaria: grafico, interpolazione lineare, media, varianza, l'istogramma

Per le fasi transitorie: grafico temporale, interpolazione con esponenziale smorzato (metodo dei minimi quadrati)

11 Bilanci (energetico ed entropico) in sistemi chiusi.

Energia interna ed entalpia. Calori specifici. 2° PdT. Entropia, bilanci entropici per sistemi chiusi. Trasformazioni reversibili e irreversibili.

1) Dimostrare che due corpi a temperature diverse messi a contatto raggiungono come stato di equilibrio finale la medesima temperatura.

- Convenzioni: Q>0 entrante
- Dati: masse m_1 e m_2, calori specifici c_1 e c_2, temperatura iniziale T_1, T_2,
- Incognite: temperature finali T_{F1} T_{F2},

$Q_1 = m_1\, c_1\, (T_{F1} - T_1)$ $\qquad$ $Q_2 = m_2\, c_2\, (T_{F2} - T_2)$

$Q_1 = -Q_2$ $\qquad$ $m_1\, c_1\, (T_{F1} - T_1) = - m_2\, c_2\, (T_{F2} - T_2)$

$T_{F2} - T_2 = - m_1\, c_1 / (\, m_2\, c_2\,) * (T_{F1} - T_1)$

$\mathbf{T_{F2}} = T_2 - m_1\, c_1 / (\, m_2\, c_2\,) * (T_{F1} - T_1)$ $\qquad$ da confrontare dopo **(eq1)**

$DS_1 = m_1\, c_1 \ln (T_{F1} / T_1)$

$DS_2 = m_2c_2 \ln (T_{F2} / T_2) = m_2c_2 \ln \{ [\, T_2 - m_1c_1 / (\, m_2c_2\,) * (T_{F1} - T_1)\,] / T_2 \} =$

$= m_2c_2 \ln \{ [\, m_2c_2T_2 - m_1c_1 (T_{F1} - T_1)\,] / [\, m_2c_2\ T_2] \}$

$DS_{TOT} = DS_1 + DS_2 = m_1\, c_1 \ln (T_{F1} / T_1) + m_2c_2 \ln \{ [\, m_2c_2T_2 - m_1c_1 (T_{F1} - T_1)\,] / [\, m_2c_2\ T_2] \}$

$dS_{TOT}/dT_{F1} = m_1c_1 / T_{F1} + m_2c_2 * [\, \underline{m_2c_2\ T_2}\,] / [\, m_2c_2T_2 - m_1c_1 (T_{F1} - T_1)\,] * [\, -m_1c_1 / \underline{(\, m_2c_2\ T_2)}\,] = 0$

$\underline{m_1c_1} / T_{F1} - m_2c_2 / [\, m_2c_2T_2 - m_1c_1 (T_{F1} - T_1)\,] * \underline{m_1c_1} = 0$

$\underline{1} / T_{F1} = m_2c_2 / [\, m_2c_2T_2 - m_1c_1 (T_{F1} - T_1)\,]$

$\mathbf{T_{F1}} = [\, m_2c_2T_2 - m_1c_1 (T_{F1} - T_1)\,] / m_2c_2 = T_2 - m_1c_1 / (m_2c_2) * (T_{F1} - T_1) = T_{F2}$ $\quad$ **(eq1).** CVD

ALTERNATIVA

Dal 1° principio (conservazione dell'energia) si ottiene (*1) $m_1c_1T_1 + m_2c_2T_2 = m_1c_1T_{F1} + m_2c_2T_{F2}$

Da cui posso esprimere $T_{F2} = (m_1c_1T_1 + m_2c_2T_2 - m_1c_1T_{F1}) / m_2c_2$; che userò anche dopo **(eq2).**

$DS_1 = m_1\, c_1 \ln (T_{F1} / T_1)$

$DS_2 = m_2c_2 \ln (T_{F2} / T_2) = m_2c_2 \ln\ [(m_1c_1T_1 + m_2c_2T_2 - m_1c_1T_{F1}) / (m_2c_2\, T_2\,)]$

$dS_{TOT}/dT_{F1} = m_1c_1 / T_{F1} + m_2c_2 * 1/(m_1c_1T_1 + m_2c_2T_2 - m_1c_1T_{F1}) * (\, -m_1c_1\,)$

$\underline{m_1c_1} / T_{F1} = m_2c_2 * \underline{m_1c_1} / (m_1c_1T_1 + m_2c_2T_2 - m_1c_1T_{F1})$ $\qquad$ semplifico, inverto

$m_2c_2 * T_{F1} = m_1c_1T_1 + m_2c_2T_2 - m_1c_1T_{F1}$

$T_{F1}\, (\, m_1c_1 + m_2c_2\,) = m_1c_1T_1 + m_2c_2T_2$

$\mathbf{T_{F1}} = (m_1c_1T_1 + m_2c_2T_2\,) / (\, m_1c_1 + m_2c_2\,)$; **(eq3)** trovata la prima incognita, che metto nella

(eq2) $\quad T_{F2} = (m_1c_1T_1 + m_2c_2T_2 - m_1c_1T_{F1}) / m_2c_2 =$

$= [m_1c_1T_1 + m_2c_2T_2 - m_1c_1\, (m_1c_1T_1 + m_2c_2T_2\,) / (\, m_1c_1 + m_2c_2\,)\,] / m_2c_2$

$m_2c_2T_{F2} = (m_1c_1T_1 + m_2c_2T_2\,) * (\, 1 - m_1c_1 / (\, m_1c_1 + m_2c_2\,)$

$m_2c_2T_{F2} = (m_1c_1T_1 + m_2c_2T_2\,) * (\underline{m_1c_1} + m_2c_2 \underline{- m_1c_1}\,) / (\, m_1c_1 + m_2c_2\,)$

$\underline{m_2c_2}T_{F2} = (m_1c_1T_1 + m_2c_2T_2\,) * \underline{m_2c_2} / (\, m_1c_1 + m_2c_2\,)$

$T_{F2} = (m_1c_1T_1 + m_2c_2T_2\,) / (\, m_1c_1 + m_2c_2\,)$ che è uguale a T_{F1} **(eq3).**

2) Un sistema chiuso subisce una trasformazione reversibile tra uno stato iniziale 1 ed uno stato finale 2, durante la quale cede sempre lavoro all'ambiente per un totale di L= 20 kJ mentre la variazione di energia interna del sistema è DU_{12}= 10 kcal. Si chiede, giustificando la risposta, se la variazione di entropia del sistema è positiva, negativa, nulla o non determinabile con i dati a disposizione.

Soluzione

Q+L = DU $\quad$ L = -20 kJ $\quad$ DU =10 Kcal = 41.84 kJ $\quad$ Q = +61.84 kJ (entrante)

Poiché $DS_{12} = S_{ST} + S_{Gen} = S_{ST} =$ dq / T , poiché è sempre T > 0, se anche dq>0 fi DS_{12}>0

3) Si chiede, giustificando la risposta, se un sistema chiuso costituito da una massa M di gas ideale può ridurre la propria entropia con una trasformazione irreversibile.

Soluzione

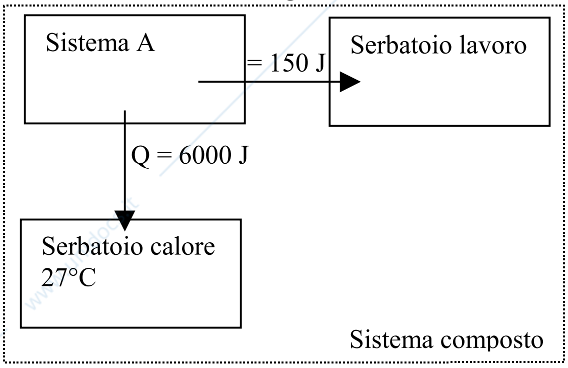
$DS = S_{ST} + S_{Gen} < 0$ se $S_{ST} < - S_{Gen}$ cioè se il sistema cede una gran quantità di calore.. Si

Ricordare che è l'entropia di un sistema **isolato** che non può diminuire. La famosa frase "l'entropia dell'universo aumenta sempre" è vera perché l'universo è isolato.

4) Un sistema chiuso A subisce un processo durante il quale la sua variazione di entropia è nulla. Durante questo processo il sistema cede ad un serbatoio di calore a temperatura T= 27 °C una quantità di calore Q = 6000 J e cede, ad un serbatoio di lavoro, un lavoro pari a L= 150 J. Si chiede, giustificando la risposta, se il processo è reversibile, irreversibile o impossibile.

Soluzione

Considero un sistema globale che include A, serbatoio di lavoro, serbatoio di calore



$DS_{Tot} = DS_A + DS_{SC} + DS_{SL} = 0 + Q/T + 0 = 6000/300 = 20$ J/K > 0 fi **irreversibile**

Commenti: quello che accade è che il sistema A, pur cedendo calore, non diminuisce di entropia, quindi sta generando entropia pari a quella ceduta per scambio termico. Si può pensare per esempio che all'interno di A vi sia lavoro dissipato per attrito in calore, poi smaltito.

12a Trasformazioni nei gas ideali (teoria)

1) Partendo dall'espressione del primo principio della termodinamica, ricavare l'espressione della variazione di entropia per un gas perfetto in funzione delle variabili T e V.

Soluzione

Scrivendo il 1° principio per un sistema chiuso con le convenzioni $Q_{IN}>0$ $L_{OUT}>0$, in forma differenziale, si ottiene:

$dq - dl = du$, fi $T\,ds - p\,dv = c_V\,dT$

$ds = c_V\,dT/T + p/T\,dv$; da $p\,v = R\,T$ ricavo $p/T = R/v$

$ds = c_V\,dT/T + R\,dv/v$ fi $Ds_{12}= c_V \ln(T_2/T_1) + R \ln(v_2/v_1)$ notare che $v_2/v_1 = V_2/V_1$

2) Partendo dall'espressione del primo principio della termodinamica, ricavare l'espressione della variazione di entropia per un gas perfetto in funzione delle variabili T e P.

Soluzione

Inizio come l'esercizio precedente

$T\,ds - p\,dv = c_V\,dT$;

differenziando l'eq. $p\,v = R\,T$ ricavo $p\,dv + v\,dp = R*dT$ che vado a sostituire

$T\,ds = c_V\,dT + p\,dv = c_V\,dT + R\,dT - v\,dp = (c_V + R)\,dT- v*dp$

$ds = c_P\,dT/T - v/T*dp$; da $p\,v = R\,T$ ricavo $v/T = R/p$

$ds = c_P\,dT/T - R*dp/p$ fi $Ds= c_P \ln(T_2/T_1) - R \ln(p_2/p_1)$

Oppure riparto dal 1°PdT, e uso l'entalpia

$dq - dl = du$; differenzio $h= u +p*v$ ricavo $c_P\,dT = du +p*dv + v*dp$; $du= c_P\,dT - p*dv - v*dp$

$T\,ds - \underline{p\,dv} = c_P\,dT - \underline{p*dv} - v*dp$

$ds = c_P\,dT/T - v/T*dp$ (poi idem come prima)

Oppure parto da $ds=ds(T,v)$ cerco di eliminare $v=v(T,P)$

$ds = c_V\,dT/T + R\,dv/v$

$pv = Rt$ differenzio $p*dv + v*dp = r*dT$ debbo isolare dp/p, quindi tutto diviso $v*p$

$p*dv / (v*p) + v*dp / (v*p)= r*dT / (v*p)$ ricordo $p*v/r = T$

$dv/v + dp/p= dT/T$ quindi $dv/v = dT/T - dp/p$ che inserisco nella espressione del ds

$ds = c_V\,dT/T + R\,dv/v = c_V\,dT/T + R\,(dT/T - dp/p) = (c_V + R)dT/T - R\,dp/p$ (poi idem..)

3) Partendo dall'espressione della variazione di entropia per un gas perfetto ricavare l'espressione dell'adiabatica reversibile (relazione tra p e v)

Soluzione

Nell'adiabatica reversibile, $q=0$ e $Ds=0$

$Ds= c_P \ln(T_2/T_1) - R \ln(p_2/p_1) = 0$

$c_P \ln(T_2/T_1) = R \ln(p_2/p_1)$

$\ln(T_2/T_1)^{Cp} = \ln(p_2/p_1)^{R}$ gli argomenti delle due funzioni ln sono quindi uguali

$(T_2/T_1)^{Cp} = (p_2/p_1)^{R}$

$T_2/T_1 = (p_2/p_1)^{R/Cp}$ dove si verifica facilmente che $R/c_p = (g-1)/g$

per esprimere in funzione di sole (p, v) debbo eliminare le T così: $T_2/T_1 = p_2\,v_2/(p_1 v_1)$

$p_2/p_1 * v_2/v_1 = (p_2/p_1)^{R/Cp}$ $v_2/v_1 = (p_2/p_1)^{R/Cp - 1 = (R-Cp)/Cp = -Cv/Cp}$

$(v_2/v_1)^{Cp/Cv} = p_1/p_2$ pongo $c_P/ c_V = g$ ($g>1$ sempre)

$(v_2/v_1)^{g} = p_1/p_2$

$v_2^{g}\,p_2 = v_1^{g}\,p_1$ da cui $p\,v^{g} =$ costante

Notare $R/c_p = (c_p - c_V)/c_p = 1 - c_V/c_p = 1- 1/g= (g-1)/g$

12b Trasformazioni nei gas ideali (esercizi)

4) (Es6.1) Determinare la variazione di energia interna di una massa M = 3 kg di gas perfetto (H_2) che esegue una trasformazione composta ABC quasi-statica costituita da: (1) trasformazione AB

isoterma a temperatura T_A= 80 °C tra la pressione P_A= 3 bar e la pressione P_B= 9 bar; (2) trasformazione isoentropica sino alla temperatura T_C= 30 °C. Disegnare un grafico della trasformazione

Soluzione

L'energia interna di un gas perfetto è funzione di stato, e della sola variabile temperatura, quindi interessa conoscere solamente le temperature iniziali e finali del gas, e la sua massa.

DU = m Du = m c_v DT = 3 * 8314/2 * 5/2 * (30-80) = -1'558'875 = **-1559 kJ**

5) Determinare la variazione di entalpia di una massa M = 10 kg di gas ideale (N_2) per una trasformazione irreversibile tra uno stato di equilibrio con T= 30 °C e P= 7 atm ed un secondo stato di equilibrio con T= 40 °C e P= 8 atm.

Soluzione

L'entalpia di un gas perfetto è funzione di stato…...

DH = m Dh = m c_p DT = 10 * 8314/28 * 7/2 * (40-30) = **103.9 kJ**

6) (Es6.2) Una massa di 1 kg di N_2 (Mm = 28 kg/kmol, gas perfetto biatomico) viene espansa adiabaticamente e irreversibilmente, mediante un sistema cilindro-pistone, con una produzione di entropia S_p = 100 J/K. Le condizioni iniziali sono P1 = 5 bar e T_1 = 250 °C, mentre le condizioni finali sono P_2 = 1 bar. Calcolare:

- la variazione di energia interna
- la variazione di entalpia
- il calore scambiato
- il lavoro della trasformazione.

Soluzione

ds = c_p dT/T – R dP/P

DS = m R [7/2 ln (T_2 / T_1) –ln(p_2 / p_1)]   **100** = 1*8314/28 * [3.5 ln (T_2 / 523) –ln(1/5)]

(2800/8314 + ln 0.2) / 3.5 = ln (T_2 / 523) fi -0.3636 = ln (T_2 / 523) fi tutto esponenziale

0.6952 * 523 = T_2 =363.6 K fi T_2 = 363.6 –273 = 90.6 °C

DU = m c_v DT = 1 * 8314/28 * 5/2 * (90.6 - 250) = **- 118'326 J**

DH = m c_p DT = 1 * 8314/28 * 7/2 * (90.6 - 250) = **- 165'656 J**

Q = 0 perché è adiabatica

Q + L = DU Q = 0 **L** = DU = **- 118'326 J (uscente)**

7) Un cilindro del volume massimo di 2 dm^3, con coperchio mobile senza attrito, contiene inizialmente anidride carbonica (gas ideale triatomico) che occupa metà del volume, alle condizioni P_1 = 1 bar, T_1 = 300K. Il gas viene scaldato fino a T_3=4T_1. Calcolare il calore ed il lavoro scambiati dal gas.

Soluzione

Al punto intermedio 2 il coperchio raggiunge il volume massimo ammesso (raddoppia l'iniziale)

P_1= 1 bar, T_1 = 300K, V_1= 0.001m^3; P_2= P_1= 1 bar, V_2= 2 V_2 T_2 = 2 T_1 = 600K,

T_3 = 4 T_1 = 1200K = 2 T_2 (da 2 a 3 raddoppia) V_3= V_2 (costante) P_3= 2 P_2= 2 bar

$\mathbf{L_{13out}}$ = $\mathbf{L_{12out}}$ = $P_{1=2}$DV_{12} = P_1*V_1= 100'000 * 0.001 = **100 J**; (notare L_{23}=0. Il lavoro inoltre non dipende dal tipo di gas, ma solo da P e V)

Dal 1°PdT Q_{in}-L_{out}=DU;

DU_{13}; m c_V DT_{13}= m * 3R * (1200-300) = 2700 m*R = 2700 P V /T = 2700 P_1V_1 /300 = 9L_{12}

quindi $\mathbf{Q_{13}}$ = DU_{13} + L_{13} = (9+1) * L_{13} = **1000 J**

8) (Es6.3) Un cilindro di diametro D=20 cm contiene 30 litri di azoto (gas ideale) alla pressione P1=2.4 bar e alla temperatura T_1= +5°C. Il coperchio superiore é un pistone libero di scorrere facendo espandere il gas fino al 20% in più del volume iniziale, poi si blocca. Il gas viene scaldato a

partire dalle condizioni iniziali fino a raddoppiarne la pressione. Calcolare il calore ed il lavoro scambiati dal gas.

Soluzione

$R = 8314/28 = 296.9286$ [J/Kmol.K]; $T_1 = 278.15$ [K] ; $V = 0.03\ m^3$,
$M = P\ V / (R\ T) = 240'000 * 0.03 / (296.9 * 278) = 0.087177$[kg]
$P_3=2\ P_1 = 4.8$ bar; $V_3=V_2=1.2*V_1$; da PV/T = cost ottengo
$T_2 = T_1 * P_2/P_1 * V_2/V_1= 278.15 * 1 * 1.2 =\ \ 333.78$ [K]
$T_3 = T_1 * P_3/P_1 *V_3/V_1 = 278.15 * 2 * 1.2 =\ \ 667.56$ [K]
$Q_{12} = DH_{12} = c_P\ DT_{12} = 7/2\ R\ DT_{12} = 7/2 * R *0.2T_1 = 5040$ [J]
$DU_{12} = c_V\ DT_{12} = M *5/2\ R * DT_{12} = M * 5/2\ R *0.2T_1 =\ 3600$ [J]
dal 1°PdT $Q_{12in} - L_{12out} = DU_{12}$ da cui $\mathbf{L_{12}} = L_{13}=$ **1440** [J]
volendo $\mathbf{L_{12}}$= si calcola come $P*dV = P_1 * DV_{12} = P_1 * 0.2\ V_1= 240'000 * 0.2 * 0.03 = 1440$ J
$DU_{13} = M\ c_V\ DT_{13} = M * 5/2\ R * DT_{13} = M * 5/2 * R *1.4T_1 =\ 25200$ [J]
dal 1°PdT $Q_{13in} - L_{13out} = DU_{13}$ da **cui** $\mathbf{Q_{13}= 26640}$ **[J]**
il dato D=20cm può quindi non essere utilizzato

9) Un cilindro contiene 6 litri di CO_2 (gas triatomico considerato ideale) alla pressione $P_1 = 2.8$ bar e temperatura T_1=-5°C. Il gas prima si espande adiabaticamente ed isoentropicamente fino alla pressione ambiente; poi si porta a volume costante fino alla temperatura ambiente 20°C. Calcolare il lavoro ed il calore scambiati dal gas, e la produzione totale di entropia. (Discutere l'ipotesi di gas perfetto, se in grado).

Soluzione

$R = 188.9545$[J/mol K] $\qquad Cv = 6/2\ R = 3R = 566.8636 \qquad m = 0.033157$
Nell'isoentropica $T_2/T_1 = (p_2/p_1)^{R/Cp = 0.25}$
Con i dati $T_1 = 268.15$ [K] $\quad P_1 =2.8$ bar $\quad P_2 =1.013$ bar
trovo $T_2 = T_1\ (1.01325 / 2.8)^{1/4} = 268.15 * 0.7756 = 208$ K
$T_3 = 293$K $\quad V_3 = V_2$ quindi $P_3 = P_2 * T_3/T_2 = 1.013 * 293 / 208 = 1.427$ bar
$\mathbf{L_{12out}} = Q_{12in} - DU_{12} = 0 - m\ c_V\ DT_{12} = - 0.03316 * 566.86 * (208-268) =$ **1131 J**
$\mathbf{Q_{23}} = L_{23} + DU_{23} = 0 + m\ c_V\ DT_{23} = 0.03316 * 566.86 * (293-208) =$ **1601 J.**
Considero solamente il DS_{23}, perché so già che $DS_{12}=0$
$DS_{gas23} = m\ [\ c_V \ln(T_3/T_2) + R \ln(v_3/v_2)\ ] = 0.03316 * 566.86 * \ln(293/208) =\ \ 6.452$ J/K
$DS_{amb} = Q_{amb}/T_{amb} = -Q_{gas}/T_{amb} = -5.461$ J/K
$DS_{tot} = 0.991$

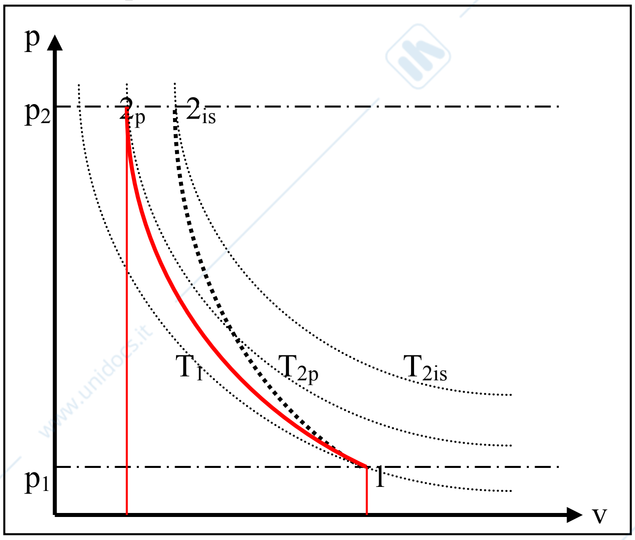
10) Una bombola contiene V =40 litri di azoto alla pressione P_1=160 bar relativi e temperatura pari a quella ambiente T_{amb}=30°C. La bombola ha una perdita e lentamente si svuota. Quanto vale la variazione di entropia del gas? Specificare le ipotesi adottate. (esame 20 novembre 2007. Es 1).

Soluzione (Traccia)

L'ipotesi di gas perfetto biatomico fa commettere errori modesti, poiché la pressione inizia ad essere alta e comparabile con la pressione critica dell'azoto. La lentezza del processo fa si che sia isotermo. Non è adiabatico perché il gas espandendosi si raffredderebbe, e riceve calore per restare isotermo. La variazione di entropia è quella data dall'espansione del gas, la parte che resta nella bombola e la parte fuoriuscita. Si determina la massa del gas a bombola piena (7.05 kg). A bombola "vuota" resterà all'interno P=1 Atm, T=Tamb (trasformazione isoterma perché lenta), quindi m_{dentro}=0.051kg, DS_{dentro}=74.3J/K. La massa fuoriuscita arriva a P_{finale}=0.78 Atm (pressione parziale dell'azoto nell'aria), DS_{uscita}=10'726 J/K. Sommare i due DS.
Altra ipotesi accettabile: anche nella bombola a equilibrio raggiunto si ha aria, quindi tutto l'azoto si espande fino a 0.78 bar.
Ipotesi errata: l'azoto si espande fino a pressione ambiente. Sarebbe valida in un pianeta con atmosfera di solo azoto.

11) Una massa d'aria ambiente viene compressa fino alla pressione P_2=8 bar relativi, secondo una trasformazione politropica. Sapendo che l'innalzamento di temperatura è il 60% di quello che si avrebbe in una compressione adiabatica isoentropica, calcolare le condizioni finali dell'aria (T, r), l'esponente della politropica, gli scambi energetici per kg di aria. Disegnare il grafico che rappresenta la trasformazione su un grafico p-v. (esame 26 aprile 2012. Es 3).

Soluzione



Si ipotizzi T_1= 20°C = 293K, si approssima p_1=1 bar ass, p_2=9 bar ass,

Con una trasformazione isoentropica si otterrebbe $T_{2is}=T_1\bullet(p_2/p_1)^{R/Cp}$ =
$= 293 \bullet 9^{0.4/1.4} = 548.9$ K

Risulta DT_{is} = 548.9-293=254.5 K , si ottiene quindi DT_{pol}=254.5 •0.6 = 153.6,

Quindi T_2 = 293+152.7 = 446.6 K a fine politropica.

Tramite la legge dei gas perfetti o sue semplificazioni si ottengono v e r.

$r_1=p_1/R/T_1$ = 100'000/ (8'314/29) / 293 = 1.202 [kg/m^3]; $v_1= 1/r_1$=0.832 [m^3/kg/]

$r_2=p_2/R/T_2$ = 900'000/ (8'314/29) / 548.9 = 7.03 [kg/m^3]; $v_2= 1/r_2$=1/7.03= 0.1422 [m^3/kg/]

Ricordando che nella politropica $p_1v_1^n = p_2v_2^n$ (=cost) da cui $p_1/p_2 = (v_2/v_1)^n$

si ottiene $\ln(p_1/p_2) = n \bullet \ln(v_2/v_1)$, da cui **n** = $\ln(p_1/p_2) / \ln(v_2/v_1) = \ln(1/9) / \ln(0.142/0.832)$ = **1.237**

Dal primo principio della termodinamica (scritto per sistemi chiusi, unità specifiche) $q_{in}-l_{out}=Du_{12}$ sono calcolabili $Du_{12} = c_V\ DT_{12}$ = 5/2 R DT_{12} = 5/2 • 8314/29 • 153.6 = **110'054 J/kg**

$L_{in\_12}= -(p_2v_2-p_1v_1)/(1-n)$ = **185'552 J/kg,**

Si ricorda come ricavarlo per un sistema chiuso:

L_{out_12}= p•dv = cost/v^n •dv = cost•v^{-n}•dv =
$= cost\bullet[v^{-n+1}/(-n+1)]_1^2 = cost\bullet(v_2^{1-n}-v_1^{1-n})/(1-n)$ =
$= (cost\bullet v_2^{1-n} - cost\bullet v_1^{1-n})/(1-n)]$ =
$= (p_2v_2^n\bullet v_2^{1-n} - p_1v_1^n\bullet v_1^{1-n})/(1-n)]$ =
$= (p_2v_2 - p_1v_1)/(1-n)]$

Da cui $\mathbf{q_{12\_in}}$ = **-75'468** J/kg: poiché il gas alla fine si trova più freddo rispetto alla compressione adiabatica, vuol dire che ha ceduto calore durante la trasformazione. Il lavoro durante la trasformazione è rappresentato nel piano p-v dall'area sottesa dalla curva (rossa). Sono riportate le altre curve: isoterme, isobare, isocore (rosse), isoentropica di confronto.

12) Una massa M = 0.5 kg di elio (gas perfetto) esegue una trasformazione politropica con c_x= 4157 J/kgK. Determinare l'indice n della trasformazione politropica. [n=-1 corretto]

13) Una massa di 0.5 kg di He (Mm = 4 kg/kmol, gas perfetto monoatomico) si riscalda seguendo una trasformazione politropica avente calore specifico $c_x = (c_p+c_v)/2$. Le condizioni iniziali sono P_1 = 2 bar e T_1 = 150 °C, mentre le condizioni finali sono T_2 = 200 °C. Calcolare:

- il calore scambiato
- la variazione di energia interna
- la variazione di entalpia
- la variazione di entropia
- il lavoro della trasformazione.

13 Sistemi bifase

1) Determinare, facendo uso delle tabelle, la quantità di calore che deve essere fornita ad una massa M = 10 kg di acqua con temperatura T= 180 °C e titolo x= 0.4 per avere, con un processo isobaro, vapore saturo.

Soluzione Tab P650

h_L = 763.22 kJ/kg h_V=2778.2 $DH_{0.4\text{-}1}$ = 10* 0.6*(2778.2 - 763.22) = 10*0.6*2015 = **12090 kJ**

2) Facendo uso delle tabelle dell'acqua determinare, giustificando la risposta, le condizioni dell'acqua a temperatura T = 180 °C e massa volumica r = 100 kg/m^3.

Soluzione Tab P650

180°C v_L= 0.001127 (r= 887.3), v_V = 0.19405 (r= 5.15) r $_X$ = 100 kg/m^3 **v_X = 0.01**
X = (v_X-v_L) / (v_V-v_L) = (0.01-0.001127) / (0.19405-0.001127) = 0.008873 / 0.192 = **0.048**
p = 1.0021 MPa (Psat @ 180°C)

3) Facendo uso delle tabelle dell'acqua determinare, giustificando la risposta, le condizioni dell'acqua a temperatura T = 120 °C e massa volumica r = 25 kg/ m^3.

Soluzione Tab P650

dalle tabelle a 120°C: **P = 0.19853 MPa**; v_X = 1/25 = 0.04 ; v_L = 0.001060, v_V = 0.8919
x = (v_X - v_L) / (v_V - v_L) = (0.04-0.001060)/(0.8919-0.001060) = 0.03894 / 0.89084 = **0.044 .**

4) In un sistema chiuso si miscelano adiabaticamente ed a pressione costante (P = 2.75 bar) una massa M_1= 4 kg di acqua allo stato di vapore umido con titolo x_1 = 0.2 ed una massa M_2 = 2 kg di acqua allo stato liquido con temperatura T_2 = 80 °C. Determinare la temperatura finale del sistema. (Si devono utilizzare sia formule approssimate, sia le tabelle).

Soluzione

H = m ∗ [(1-x) ∗ h_L+ x ∗ h_V], trovo i valori nelle tabelle
H_1 = 4 * [(1-0.2) * 548.89 + 0.2 * 2721.3] = 4 * (439.112 + 544.26) = 3933.5 kJ (! Unità d.m.)
- Per l'acqua liquida ho solo i valori sulla curva di saturazione. Applico allora la definizione h=u+pv, considerando che l'energia interna è funzione della sola temperatura, e quindi la stessa dell'acqua satura a 80°C, poi aggiungo il termine pv appropriato.
H_2 = m * (u + pv) = 2 * (334,86 + 275'000*0.001029) = errore, unità di misura miste (kJ + J)
H_2 = m * (u + pv) = 2 * (334'860 + 275'000*0.001029) = 2* 335'143 J= 670.29 kJ
- Oppure applico una formula equivalente:
h_2 = $h_{L,80°C}$ + (p – p_{SAT})*v_{MED} = 334'910 + (275'000 – 47390) * (0.001029 + 0.001070)/2 = 334'910 + 227610 * 0.001050 = 334'910 + 239 = 335'149 J/kg
M_{TOT} = 4+2 = 6 kg; H_{TOT} = H_1 + H_2 = 3933.5+670.29 = 4603.79
h_{TOT} = 4603.79/6 = 767.3 kJ/kg si trova fra 548.89 e 2721.3 quindi **T_{sat} = 130.6 °C**
x = (767.3-548.89) / (2721.3-548.89) = 0.1

5) In un sistema chiuso si miscelano adiabaticamente ed a pressione costante (P = 2.75 bar) una massa M1= 4 kg di acqua allo stato di vapore umido con titolo x1 = 0.2 ed una massa M^3 = 20 kg di acqua allo stato liquido con temperatura T_2 = 80 °C. Determinare la temperatura finale del sistema. (Si devono utilizzare sia formule approssimate, sia le tabelle).

Soluzione

H_3 = m * (u + pv) = 20 * (334'860 + 275'000*0.001029) = 20* 335'143 = 6702.9 kJ
M_{TOT} = 4+20 = 24 kg; H_{TOT} = H_1 + H_2 = 3933.5+6702.9 = 10636.4
h_{TOT} = 10636.4 /24 = 443.18 kJ/kg si trova sotto 548.89 quindi x<0,
u = h –pv = 443.18 kJ/kg - 275*0.001029 = 442.9 kJ/kg

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

il valore può essere trovato per interpolazione sulle tabelle dell'acqua satura, oppure sapendo che la scala dell'energia interna parte da u=0 a 0°C, quindi $\Delta u = c \Delta T$, per esmpio rispetto all'acqua satura a 2.75 bar, 130.6°, ha un ΔT = (442.9-548.89)/4.2 = -25°C, cioè è più fredda.
In questo casa l'acqua liquida era molta di più, ha condensato tutto il vapore, e poi continuato a raffreddare l'acqua condensata.

6) Facendo uso delle tabelle dell'acqua in condizioni di saturazione, determinare il calore necessario per portare una massa M= 3 kg di acqua allo stato di vapore umido con titolo x= 0.2 e temperatura T= 120 °C sino a vapore saturo a temperatura T= 120 °C.

Soluzione

La temperatura costante dice che il processo è isobaro (relazione T-P di saturazione)

$\Delta H = m * (1-x) * \Delta h_{EV}$ = 3 * (1-0.2) * 2202.6 kJ = **5286.24 kJ**

7) Determinare, facendo uso delle tabelle, il volume di un serbatoio che contiene una massa M= 4 kg di acqua allo stato di vapore umido con titolo x= 0.2 e temperatura T= 100 °C.

Soluzione

v_L= 0.001044, v_V = 1.6729 $\Rightarrow$ $\mathbf{V_X} = m*v_X$ = 4 * (0.8 * 0.001044 + 0.2 * 1.6729) =
= 4 * (0.0008352+ 0.33458) = 4 * 0.3354152 = **1.34 m^3**

8) Determinare, facendo uso delle tabelle, la temperatura di un sistema costituito da una massa M= 2 kg di acqua allo stato di vapore umido con titolo x= 0.5 a pressione P= 1 atm.

Soluzione

100°C perché è sulla curva di saturazione.

9) Un sistema chiuso con volume V = 0.2 m^3 contiene una massa M = 4 kg di acqua a temperatura T = 150 °C. Determinare il titolo del vapore e la massa di acqua allo stato liquido.

Soluzione Tab P650

v = 0.2/4 = 0.05 m^3/kg, v_L= 0.001091; v_V= 0.3928,
X = (0.05-0.001091) / (0.3928-0.001091) = 0.048909 / 0.397109 = **0.123**;
$\mathbf{m_L}$ = 4*(1-0.123) = **3.5 kg**

10) Determinare, facendo uso delle tabelle, il volume di un serbatoio che contiene una massa M= 5 kg di acqua allo stato di vapore umido con titolo x= 0.7 e temperatura T= 168 °C.

Soluzione Tab P650

v_L = 0.001108 + (0.001114-0.001108)/5*3 = 0.001112
v_V = 0.2727 + (0.2428 - 0.2727)/5*3 = 0.25476
v_x = 0.3 * 0.001112 + 0.7 * 0.25476 = 0.0003336 + 0.178332 = 0.1786656
V =m*v = **0.893328 m^3**

11) Determinare, facendo uso delle tabelle, la temperatura di un sistema costituito da una massa m = 9 kg di acqua allo stato di vapore umido con titolo x = 0.8 a pressione P = 44 bar.

Soluzione

Tsat (40 bar) = 250.4 °C Tsat (50 bar) = 263.99°C
$\mathbf{T_{med}}$ = 250.4 + (44-40) * (263.99-250.4) / (50-40) = 250.4 + 13.59 / 10 * 4 = **255.8 °C**

12) Una massa M = 5 kg di vapore d'acqua alla temperatura T_i = 100 °C e con titolo x = 0.9, viene posta a contatto con una sorgente isoterma a T_s = 60 °C. Determinare la quantità di calore che deve essere asportata dall'acqua per raffreddarla sino alla temperatura T_f = 80 °C a pressione costante. Determinare la variazione di entropia complessiva del sistema sorgente + massa di acqua.

Soluzione

Prima l'acqua allo stato di vapore ($m_V = x\ m_{TOT} = 0.9*5 = 4.5$ kg; $m_L = 0.5$ kg) condensa a T e P costanti (DH_{COND}), poi tutto il liquido si raffredda fino a 80°.
Calore asportato = variazione di entalpia.
Modo 1: segue le trasformazioni passo passo: 4.5 kg condensano $Q_{COND} = m_V * Dh_{LV} = 4.5kg * 2257.0$ kJ/kg = 10'156.5 kJ. Poi 5 kg si raffreddano: $Q_{RAFF} = m_{TOT} * c_P * DT = 5kg * 4.2$ kJ/kg.°C * 20 °C = 420 kJ. Q_{TOT} = 10'156.5 + 420 = 10'576.5 kJ (uscente)
Modo 2: $Q_{TOT} = m_{TOT}\ Dh_{TOT}$
$h_{100°C,\ X=0.9} = (1\text{-}x)\ h_L + x\ h_V = 0.1 * 419.04 + 0.9 * 2676.1 = 2450.4$ kJ/kg
$h_{L,80°C} = u_{L,80°C} + pv$ = 334'860 [J/kg]+ 101'325 [Pa]*0.001029[m^3/kg] = 334.96 kJ/kg (notare la minima differenza tra u e h, dati i modesti p*v in gioco)
Q_{TOT} = 5 * (334.96 - 2450.4) = -10'577.1 kJ (la leggera differenza di risultati proviene dall'approssimazione del c_P, e fornisce un'idea delle approssimazioni usuali)
Variazione di entropia
Modo 1: $DS_{COND} = -|Q_{COND}|/T_{COND}$ = - 10'156.5 / 373 = -27.23 kJ/K (ragiono con i moduli, e so che il calore esce quindi l'entropia diminuisce)
$DS_{RAFF} = \int dQ/T = m\ c_P \int dT/T$ = 5 * 4.2 * ln (353/373) = -1.16 kJ/K(il segno è dato correttamente dall'applicazione della definizione del dS)
$DS_{H2O} = DS_{COND} + DS_{RAFF}$ = -28.39 kJ/K
$DS_{SORG} = Q_{SORG} / T_{SORG} = +|Q_{TOT}| / T_{SORG}$ = 10'577/333 = 31.76 kJ/K
DS_{TOT} =31.76 - 28.39 = **3.38 kJ/K**
Modo 2: $DS_{H2O} = m_{TOT}\ Ds_{TOT}$
$s_{100°C,\ X=0.9} = (1\text{-}x)\ s_L + x\ s_V = 0.1 * 1.3069 + 0.9 * 7.3549 = 6.7501$ kJ/kg
$s_{L,80°C,1bar} \cong s_{L,80°C,Psat}$ = 1.0753 (è approssimato, ma la variazione di entropia per variazione di pressione di un liquido è minima, tanto che le isobare non si distinguono sui grafici)
DS_{H2O} = 5 * (1.0753 - 6.75) = -28.37 kJ/K (la leggera differenza di risultati proviene dall'approssimazione usata). Poi il seguito come sopra

13) In un serbatoio rigido con volume V= 3 m^3 è presente vapore d'acqua surriscaldato alla temperatura Ti = 400 °C e Pi = 30 ata. Al sistema viene asportato calore sino ad ottenere condizioni di vapore saturo. Facendo uso delle tabelle determinare:
- la massa di acqua contenuta nel sistema;
- la temperatura e la pressione al termine del raffreddamento;
- la quantità di calore asportata;

[30.2 kg, 212.4 °C, 2MPa, 10041.5 kJ]

14) Determinare, facendo uso delle tabelle, il volume di un serbatoio che contiene una massa di acqua M = 10 kg allo stato di vapore umido con titolo X = 0.6 e temperatura T= 333 °C.

Soluzione Tab 651

(Interpolo , poi calcolo)

	V_L	v_V	$V_{X=0.6}$
330	0.001561	0.012996	
333	0.001584	0.012335	= 0.0080346 m^3/kg
340	0.001638	0.010794	

15) Acqua liquida satura a 50°C viene compressa isoentropicamente fino a 150 bar. Determinarne l'entalpia specifica finale.

Soluzione, Tab P650

Nelle condizioni di liquido, usare l'equazione dell'adiabatica reversibile di un gas perfetto è errore GRAVISSIMO (e comunissimo). Lo si considera invece liquido a volume costante (la variazione di volume è trascurabile, si prende un valore medio). Dalle tabelle v = 0.001012 m^3/kg, h_1=209.33

kJ/kg. Quindi $\Delta h = \int v\, dP = v \int dP = v\, \Delta P$ = 0.001012 * (15'000 – 12.349) = 15.17 kJ/kg, h_2=209.33 + 15.17 = 224.5 kJ/kg.

16) Determinare le proprietà dell'acqua alle condizioni P=100 bar, T=510°C

Soluzione Tab P650 [ed1[

Occorre stabilire per prima cosa le condizioni a cui si trova l'acqua. Per esempio dalla curva di saturazione si ottiene che a 100 bar la T_{sat} è 311.00°C, essendo la $T>T_{sat}$ abbiamo vapore surriscaldato. Dalle tabelle del vapore surriscaldato alla pressione di 100 bar=10 MPa troviamo i valori prossimi da interpolare

P [bar]	T [°C]	ρ [g/m^3]	V [m^3/kg]	u [kJ/kg]	h [kJ/kg]	s [J/g*K]
100	500	30.478	0.032811	3047.0	3375.1	6.5995
	510	**29.95**	**0.03338**	**3066.68**	**3400.48**	**6.6313**
100	550	28.047	0.035654	3145.4	3502.0	6.7585

La grandezza ρ non è addittiva, mentre v lo è, quindi il valore corretto di ρ viene calcolato per inversione di v; calcolarlo per interpolazione produce un errore, normalmente trascurabile.

14a Sistemi aperti (transitori e stazionari)

1) In un recipiente pieno di acqua fredda viene introdotto un flusso di acqua calda, che si miscela con quella presente, e fa traboccare un eguale flusso di acqua. Esprimere la temperatura dell'acqua nel recipiente in funzione del tempo.

Soluzione

$m_{IN}' = m_{OUT}' = m'$

flusso entrante m': temperatura T_E costante, $h_E = c_P T_E$, $H_E' = m' c_P T_E$

massa contenuta: M costante, $T=T(t)$, T iniziale T_0, $H = M c_P T$

flusso uscente m': $T=T(t)$, $h_U = c_P T$, $H_U' = m' c_P T$

bilancio di entalpia nel tempo dt

$dH_E = m' c_P T_E dt$

$dH_U = m' c_P T dt$ ricordare che è $T=T(t)$

$dH = M c_P dT = dH_E - dH_U$

$M \underline{c_P} dT = m' \underline{c_P} T_E dt - m' \underline{c_P} T dt$

$M dT = - m' (T-T_E) dt$

$dT/(T-T_E) = - m'/M dt$

$\ln (T-T_E)/(T_0-T_E) = e^{-t/t}$ dove t = M/m' è il tempo che ci vorrebbe per riempire il recipiente inizialmente vuoto con la portata m'. La curva è l'esponenziale smorzata che dopo 3t è prossima all'asintoto (95%), e dopo 5t è indistinguibile da esso (99.3%).

2) In un boiler elettrico sono presenti m = 60 litri di acqua a T_0=50ºC. Viene aperto un rubinetto con portata di 0.1 litri/s (m'= 0.1 kg/s), per cui una portata di acqua uscente viene rimpiazzata da acqua entrante a T_{IN}=15ºC. Nel boiler è accesa una resitenza elettrica che fornisce 1000 W Calcolare l'andamento della temperatura dell'acqua all'interno del boiler T(t), con l'ipotesi di miscelamento perfetto.

Soluzione

- Risolviame il transitorio con Q' = 0,

Man mano che entra acqua fredda ed esce acqua calda, la temperatura interna T(t) si abbassa fino a portarsi a T_{IN}. La soluzione del transitorio è come quella dell'esercizio precedente: in tal caso la $T_{FIN}=T_{IN}$.

Le costanti, le incognite e le equazioni di bilancio sono

Costanti nel tempo : m = 60, T_{IN}= 15ºC $m'_{IN} = m'_{OUT} = m'$ = 0.1 kg/s

Q'=1000 W, c_P = 4184 J/kg.ºC

Variabili: T(t), interna ed in uscita

Bilancio energetico $H' = dH/dt = H'_{IN} - H'_{OUT}$ (qui apparirebbe Q' se diverso da 0)

$H = m c_P T$ da cui $dH = m c_P dT$ (dm interna =0, c_P costante)

$H'_{IN} = m' c_P T_{IN}$ $H'_{OUT} = m' c_P T(t)$

Da cui $dH/dt = m c_P dT/dt = m' c_P T_{IN} - m' c_P T(t)$ chiamo m/m' = t (tempo di ricambio dell'acqua) = 60/0.1 = 600 secondi = 10 minuti

$t\, dT/dt = T_{IN} - T(t)$ riordinando $dT / [T_{IN} - T(t)]= dt / t$.

integrando a sinistra tra T_0 e T(t) generico, a destra tra 0 e t si ottiene

${}_{To}{}^{T} dT / [T_{IN} - T(t)]= {}_0{}^{t} dt / t$

$\ln[(T_{IN} - T) / (T_{IN} - T_0)] = -t/t$ $(T - T_{IN}) / (T_0 - T_{IN}) = e^{-t/t}$

si verifica facilmente che per t=0, T= T_0 , cioè all'inizio esce acqua calda a 50ºC. Per t=¥ risulta $T_¥= T_{IN}$. Dopo i soliti 3t o 5t, la temperatura di uscita è praticamente a regime.

- Consideriamo invece il caso a regime con Q'=1000 W, Entra m' con T_{IN}=15ºC, riceve 1000W, ed esce con $T_{OUT}=T_{IN}+DT = T_{IN}+ Q'/ m'c_P$ = 15 + 1000 / 0.1 / 4184 = 17.4 ºC. La soluzione completa è la composizione delle due soluzioni preedenti, per cui la T(t) si abbassa nel tempo fino a 17.4ºC, per poi restare costante.

- Considerare anche Q' in modo completo dovrebbe includere il corretto posizionamento dell'introduzione di calore, cioè considerare anche la geometria reale del sistema che il modello semplificato non permette.

La soluzione trovata assomiglia ad una introduzione di Q' uniforme in tutto la massa dentro al boiler, il cui risultato globale è un incremento di temperatura di 2.4ºC sul flusso in uscita. Se Q' viene introdotto vicinissimo al flusso entrante, si potrebbe considerare T_{IN}= 15+2.4ºC. Se invece Q' fosse introdotto vicinissimo all'uscita, si potrebbe sempre considerare T_{OUT} = T(t)+2.4ºC.

3) In un sistema aperto adiabatico, orizzontale ed operante in regime stazionario fluisce una portata di gas m' = 0.2 kg/s; nella sezione di ingresso del dispositivo la temperatura è T_{in}= 50 °C con una velocità media di sezione w_{in} = 4 m/s. Nella sezione di uscita si ha una velocità w_{out}= 10 m/s. Sapendo che al fluido viene fornita una potenza L = 0.6 kW determinare la temperatura del gas nella sezione di uscita. (Il calore specifico del fluido è cP = 1 kcal/kg.K).

Soluzione

$Q' + L_{in}' = m' (Dq) = m' (Dh + De_{CIN}) = m' [c_p DT + (w_2^2 - w_1^2)/2]$

$q' + l_{in}' = 0 + 600/0.2 = 4184 * DT + (10^2 - 4^2)/2$

$[3000 - (100\text{-}16)/2] / 4184 = DT = [3000\text{-}42] / 4184 = 0.7$

$T_{OUT} - T_{IN} = 0.7$ $\quad$ $\mathbf{T_{OUT} = T_{IN} + 0.7 = 50.7°C}$

4) In un sistema aperto adiabatico, orizzontale ed operante in regime stazionario fluisce una portata di gas m' = 0.2 kg/s; nella sezione di ingresso del dispositivo la temperatura è T_{in}= 50 °C con una velocità media di sezione w_{in} = 40 m/s. Nella sezione di uscita si ha una velocità w_{out}= 100 m/s. Sapendo che al fluido viene fornita una potenza L = 0.6 kW determinare la temperatura del gas nella sezione di uscita. (Il calore specifico del fluido è c_P = 1 kcal/kg.K).

Soluzione : come precedente

$[3000 - (10000\text{-}1600)/2 +] / 4184 = DT = [3000\text{-}4200] / 4184 = -0.3$

5) Una portata G = 2 kg/s di ossigeno (O_2) entra in un sistema, disposto in un piano orizzontale, con una velocità media w_{in} = 200 m/s ed una temperatura T = 300 K. All'uscita il gas si trova alla temperatura T = 290 K ed una velocità w_{out}= 60 m/s. Nell'ipotesi che il sistema sia adiabatico e che operi in regime permanente determinare in valore e segno la potenza meccanica ceduta dal sistema all'ambiente.

Soluzione

$Q\text{-}L_{OUT} = DH + DE_{CIN}$ $\quad$ $L'_{OUT} = - m' [c_p DT +(w_2^2 - w_1^2)/2]$

$\mathbf{L'_{OUT}} = - 2 * [7/2 * 8314/32 * (290\text{-}300)+ (60^2 - 200^2)/2] = 2 * (909 *10 + 18200) = \mathbf{54580\ W}$

6) In un sistema aperto adiabatico ed operante in regime stazionario fluisce una portata di vapore d'acqua G= 0.2 kg/s; nella sezione di ingresso del dispositivo si ha vapore saturo con temperatura T_{in} = 300 °C con una velocità media di sezione w_{in} = 40 m/s. Nella sezione di uscita si ha una velocità wout = 100 m/s. Sapendo che al fluido viene fornita una potenza L = 0.6 kW determinare l'entalpia specifica del fluido nella sezione di uscita.

Soluzione

$Q' + L'_{IN} = m'(Dh + De_{CIN})$

$0 + 600/0.2 = h_2 - h_1 + w_2^2/2 - w_1^2/2$ dalle tabelle h_1 =2749 kJ/kg (attenzione kJ non J)

$\mathbf{h_2}$ = 2'749'000 + 600/0.2 - $100^2/2 + 40^2/2$ =

= 2'749'000 + 3000 – 5000 + 800 = **2'747.8 kJ/kg**

la pressione non può essere specificata

7) Attraverso un condotto cilindrico orizzontale con un diametro d = 12 cm fluisce una corrente d'aria. All'imbocco del condotto l'aria si trova alla temperatura di 90°C, una pressione di 8 bar assoluti ed una velocità di 100 m/s. All'uscita del condotto, la pressione dell'aria si riduce a 6 bar assoluti, per effetto degli attriti, mentre la sua velocità aumenta a 132 m/s.
Nell'ipotesi che il condotto sia orizzontale, che lo stato sia stazionario e che l'aria si comporti come un gas perfetto biatomico di massa molare pari a 29 kg/kmole, determinare:

- la portata in massa di gas nel condotto;
- la temperatura dell'aria all'uscita del condotto;
- la quantità di calore eventualmente scambiata dal gas con l'ambiente (ritenuto a 90°C)
- la variazione di entropia del flusso di gas durante il processo, e totale

Soluzione

m' = r w A in cui $r_1 = p_1 / (R\ T_1) = 800'000 / (8314/28.9) / 363.15 = 7.66$ [kg/m^3];
m$_1$' = 7.66 * 100 * p/4 * 0.12^2 = **8.66 kg/s**
m$_2$' = (m$_1$') = $r_2\, w_2\, A_2 = r_1\, w_1\, A_1$ da cui $r_2 = r_1\, w_1 / w_2 = 7.66 * 100 / 132 = 5.80$ [kg/m^3];
$p_1/(r_1\ T_1) = p_2/(r_2\ T_2)$ $T_2 = T_1 * p_2/p_1 * r_1/r_2 = 363.15 * 6/8 * 7.66/5.80 = 359.7$ K = **86.6°C**
! se faccio il conto con la conservazione dell'entalpia totale $h_1 + w_1^2/2 = h_2 + w_2^2/2$ sbaglio, perché dò per scontato che il sistema sia adiabatico e non scambi lavoro o calore. Il bilancio mi serve invece per calcolare il q_{in}'
$q - l = Dq = D\,(h + w^2/2) = c_P\,(T_2 - T_1) + W_2^2/2 - W_1^2/2$ ovviamente l=0
$q = 7/2*8314/29*(86.6-90)+(132^2 - 100^2)/2 = -3412 + 3712 = +300$ J/kg (entrante)
DS'$_{gas}$ = m' (Ds) = m' (c_P * ln T_2/T_1 - R * ln p_2/p_1) = 8.66 * 8314/28.9 * [7/2 ln (359.7 / 363.15) – ln (6/8)] = 8.66 * 287.7 * (-0.0334 + 0.2877) = **631.3 [W/K]**
DS'$_{amb}$ = Q'$_{amb}$ / T$_{amb}$ = - m' q_{gas} / T$_{amb}$ = -300*8.66 / 363 = **-7.16 W/K**
DS'$_{TOT}$ = 631.3 – 7.16 = **624.14 W/K**

8) Svolgere l'esercizio precedente considerando le stesse condizioni in ingresso, in uscita imposta solamente la pressione a 6 bar, la trasformazione adiabatica reversibile. Calcolare le condizioni all'uscita.

Soluzione

m' = 8.66 kg/s, P_1 = 8 bar, T_1 = 363.15 K, r_1 = 7.66 [kg/m^3];
$T_2 = T_1 * (P_2/P_1)^{R/Cp} = 363.15 * (6/8)^{2/7} = 334.6$ K = 61.5°C
$P_1/r_1/T_1 = P_2/r_2/T_2$ da cui $r_2 = r_1 * P_2/P_1 * T_1/T_2 = 7.66 * 6/8 * 363/335 = 6.225$
La velocità può essere calcolata dalla conservazione dell'entalpia totale
$h_1 + w_1^2/2 = h_2 + w_2^2/2$ (dove h= c_P * T)
$100^2/2 + 1004*(363 - 335) = w_2^2/2$ da cui w_2 = 257 m/s
La sezione si calcola da
m' = $r_2\, w_2\, A_2$ da cui A_2 = 8.66 / 6.225/ 257 = 0.00541 m^2 da cui D_2=8.3 cm

9) In un sistema aperto disposto orizzontalmente fluisce in regime permanente una gas perfetto (O_2) con una portata m = 0.2 kg/s. Nella sezione di ingresso sono note velocità w_1= 4 m/s, temperatura T_1= 120 °C e pressione P_1= 9 bar. Al gas viene fornita una potenza termica Q = 15 kW. Sapendo che nella sezione di uscita si ha una w_2 = 250 m/s e pressione P_2 = 2 bar, determinare la temperatura del gas. [168.1 °C]

10) Una portata m' = 0.5 kg/s di elio (Mm = 4 kg/kmol) fluisce in un condotto orizzontale al cui interno c'è una macchina non nota.
Nella sezione di ingresso sono note le seguenti grandezze:
T_1 = 330 °C, w_1 = 150 m/s P_1 = 6 bar.
Nella sezione di uscita sono note le seguenti grandezze:
T_2 = 30 °C, w_2 = 300 m/s P_2 = 1 bar.

Nelle ipotesi che: (a) il condotto sia isolato termicamente dall'esterno e (b) il sistema si trovi in stato stazionario, calcolare:

- la potenza meccanica scambiata;
- la produzione di entropia per irreversibilità nell'unità di tempo.

Soluzione

$R = 8314/4 = 2078.5$ [J/kg.K], $c_V = 3/2R = 3117.75$[J/kg.K], $c_P = 5/2R = 5196.25$ [J/kg.K]
$Q_{IN}' - L_{OUT}' = \Delta Q'$ da cui $L'_{OUT} = m' (q_1 - q_2) = m' (h_1 - h_2 + w_1^2/2 - w_2^2/2) =$
$= m' (c_P |\Delta T| + w_1^2/2 - w_2^2/2) = 0.5 * [5196.25 * 300 + (150^2 - 300^2)/2] =$ **762.56 kW**
$S' = m' * \Delta s_{12} = m' * (c_P \ln(T_2/T_1) - R \ln(P_2/P_1)) = 0.5 * 2078.5 * [5/2 \ln(303/603) - \ln(1/6)] = 74.1$ [kg/s * J/kg.K = W/K] (essendo il condotto adiabatico nel $\Delta s = \Delta s_{ST} + s_{GEN}$ il termine Δs_{ST} è nullo)

11) Una bombola in cui è stato fatto il vuoto viene aperta e l'aria può entrarvi dentro. Determinare le condizioni dell'aria a riempimento raggiunto.

Soluzione

L'aria prima di entrare nella bombola avrà condizioni note T_1, P_1, incognite la massa m e il volume V_1. Quando occuperà la bombola avrà V_2 noto, $P_2=P_1$, incognite temperatura T_2 e ancora la massa. Affrontare il problema come un sistema aperto, la bombola in cui entra gas, richiede una notevole complicazione in quanto le condizione dell'aria all'interno della bombola variano man mano che altra aria entra e comprime quella già entrata.
Si affronti il problema considerando il sistema chiuso dell'aria che prima è fuori e poi entra, ed ipotizzando che l'aria all'interno si mescoli in modo da avere temperatura omogenea.
Ipotizzando l'aria come gas perfetto si potrà dire $m = P_1 V_1 / (R T_1)$ *eq1 $= P_2 V_2 / (R T_2)$ *eq2, ed anche $P_1V_1/T_1 = P_2V_2/T_2$ *eq3, essendo $P_2=P_1$, si ottiene $V_1/T_1 = V_2/T_2$ *eq4, useremo l'espressione * che sarà più utile.
Applico il 1°PdT: $Q_{in}+L_{in}=\Delta U_{12}$ dove
$L_{in}= P_1 (V_1-0)$ poiché il lavoro è fatto dall'aria ambiente che spinge dentro l'aria nella bombola, compiendo il lavoro pressione * volume. Sostituirò *eq4 $V_1 = V_2 * T_1/T_2$,
$\Delta U_{12} = m c_V \Delta T_{12} = m c_V (T_2 - T_1)$
$Q_{in}=0$,
Ottengo $L_{in}=\Delta U_{12}$ $P_1 (V_2 * T_1/T_2) = m c_V (T_2 - T_1)$ sostituisco *eq2
$\underline{P_1} (\underline{V_2} * T_1/\underline{T_2}) = \underline{P_2}\ \underline{V_2} / (R\ \underline{T_2})\ c_V (T_2 - T_1)$ semplifico i termini uguali (ricordo $P_2=P_1$)
Resta $T_1 = c_V/R (T_2 - T_1)$ $T_1 *R/c_V = T_2 - T_1$ $T_1 (1+R/c_V) = T_2$
Per l'aria $T_2 = T_1 (1+2/5) = 1.4 T_1 = 1.4 * 300K 0 420K = 147°C$

14b Dispositivi a flusso stazionario

12) Determinare il rendimento isoentropico di espansione di una turbina a gas adiabatica ed operante in regime stazionario che produce un lavoro specifico l = 2000 kJ/kg espandendo una portata di elio (gas perfetto) da uno stato di ingresso noto (P_1= 8 bar, T_1= 800 °C) ad una condizione di uscita con pressione P_2 = 2 bar.

Soluzione

$q - l_{out,IS} = \Delta h_{is}$, ricavabile dal ΔT_{is}
$T_2 = T_1 * (p_2/p_1)^{R/Cp} = 1073 * (2/8)^{2/5} = 616.3$ K ⇒ $\Delta T_{12,is} = -456.7$ K
$\boldsymbol{\Delta h_{is}}$ $= c_P \Delta T_{is} = 5/2 * 8.314/4 * (-456) = -2373$ kJ ⇒ rendimento $\eta = 2000/2373 =$ **0.84**

13) Determinare la potenza assorbita da una pompa ideale isoentropica che viene utilizzata per elaborare una portata in massa m' = 300 kg/h di olio (massa volumica ρ = 900 kg/m^3) tra la condizione di ingresso T_1= 20 °C e P_1= 1 ata ed una condizione di uscita con P_2= 60 ata.

Soluzione

liquido con ρ = costante, $q - l = \Delta h = v \Delta P$,
⇒ $L' = m' * 1/\rho * \Delta P = 300/3600 / 900 * 59*98'060 =$ **536 W**.

14) Un compressore comprime adiabaticamente una portata d'aria m' = 50 kg/h. La pressione e la temperatura dell'aria all'ingresso del compressore sono P_1=1bar e T_1=20 °C. All'uscita dal compressore l'aria si trova alla pressione di P_2 = 5 bar. Nell'ipotesi che il compressore operi stazionariamente, che abbia un rendimento isoentropico $\eta_C = L_{Rev}/L = 0.9$ e che l'aria si comporti come un gas perfetto, determinare la temperatura dell'aria all'uscita del compressore T_2 e la potenza assorbita dalla macchina.

Soluzione

$T_{2IS} = T_1 * (p_2/p_1)^{R/Cp} = 293 * (5)^{0.4/1.4} = 464$ K $\quad \Delta T_{IS} = 464\text{-}293 = +171$ K

$\Delta T = \Delta T_{IS} / \eta = 171/0.9 = +190$ K $\quad \Rightarrow \quad$ $\mathbf{T_2} = T_1 + \Delta T = 20+190 =$ **210°C** (483 K)

potenza $L'_{IN} = \Delta H = m'\, c_P\, \Delta T = 50/3600 * 7/2 * 8.314/29 * 190 =$ **2.65 kW**

15) Una portata G = 0.3 kg/s di elio (He) si espande in una turbina adiabatica in regime permanente, tra uno stato iniziale con temperatura T_1 = 1000 K e pressione P_1 = 10 bar ed uno stato finale con pressione P_2 = 4 bar. Determinare la temperatura del gas in uscita (T_2) nell'ipotesi che la trasformazione sia reversibile. [693 K]

16) In un compressore adiabatico reversibile viene compressa una portata m' = 0.2 kg/s di ossigeno (O_2) dalle condizioni P_1 = 1 atm e T_1 = 20 °C alla pressione P_2 = 10 atm. Determinare la potenza meccanica necessaria per la compressione. [49.5 kW]

17) Una portata di gas si espande in una turbina adiabatica in regime permanente, tra uno stato iniziale con temperatura T_1 = 1000 K e pressione P_1 = 10 bar ed uno stato finale con pressione P_2 = 3 bar. Determinare la temperatura del gas in uscita (T_2) nell'ipotesi che la trasformazione sia reversibile, considerando il gas elio, aria, anidride carbonica, assumendo che si comportino come gas ideali, e verificare se ciò è possibile.

Soluzione

Elio (molecola monoatomica, c_P=5/2R) $T_2 = T_1 * (p_2/p_1)^{R/Cp} = 1000 * (3/10)^{2/5} =$ **617.8K**

T_{CR} = 5.3 K , P_{CR} = 2.3 bar , T_R= 120÷190, P_R= 1.3÷4.3

Aria (molecola biatomica, c_P=7/2R) $\mathbf{T_2} = 1000 * (3/10)^{2/7} =$ **709 K**

T_{CR} = 132.5 K , P_{CR} = 37.7 bar , T_R= 5.5÷7.5, P_R= 0.08÷0.25

$\mathbf{CO_2}$ (molecola triatomica, c_P=8/2R) $\mathbf{T_2} = 1000 * (3/10)^{2/8} =$ **740 K**

T_{CR} = 304.2 K , P_{CR} = 73.9 bar , T_R= 2.4÷3.3, P_R= 0.05÷0.13

Per tutti i gas nelle condizioni esaminate la temperatura ridotta è sempre superiore a 2, e la pressione ridotta non enorme, quindi il comportamento è assimilabile a quello di un gas perfetto. Il calore specifico è invece probabilmente diverso da quello di gas ideale per aria e CO_2, sempre a causa dell'alta temperatura che attiva i gradi di libertà di vibrazione delle molecole.

18) (Es 8.3) Un gas (He) viene compresso in un compressore adiabatico con una portata m' = 40 kg/h e T_1 = 20 °C, P_1= 100 kPa e con un rendimento isoentropico η= 0.9 sino alla pressione P_2 = 400 kPa.

Nell'ipotesi di essere in regime permanente si determini:

- la temperatura del gas all'uscita del compressore;
- la potenza meccanica assorbita dal compressore;
- la produzione di entropia per irreversibilità.

Soluzione

T_1 = 20°C = 293 K

$T_{2,ID} = 293 * 4^{2/5} = 293 * 4^{0.4} = 510\text{K} = 237$ °C

ΔT_{IS} = 237-20 = 217

ΔT_{RE} = 217/0.9 = 241

$\mathbf{T_{2,RE}}$ = 20 + 241 = 261 °C = **534 K**

$L' = DH = m'\ c_P\ DT = 40/3600 * 5/2*8.314/4 * 241 = 0.011 * 5.196 * 241 = 13.9$ kW
$DS = m'\ [c_P \ln(T_2/T_1) - R \ln(P_2/P_1)] = 0.011 * 8314/4 *[5/2 \ln(534/293) - \ln(4/1)] =$
$= 0.011 * 2078.5 * (1.5 – 1.386) = 2.639$ W/K (positivo)

19) Facendo uso delle tabelle termodinamiche del vapore d'acqua determinare il rendimento isoentropico di espansione di una turbina adiabatica che opera in regime stazionario di cui sono note le condizioni di ingresso (P_i = 200 bar, T_i = 500 °C, h_i = 3241 kJ/kg, s_i = 6.146 kJ/kgK), la pressione in uscita P_u = 7 bar ed il lavoro specifico reale prodotto L_{reale} = 650 kJ/kg.

Soluzione

$h_1 = 3241$ $s_1 = 6.146$ (tabelle leggermente differenti)
$h_2 = 3241\text{-}650 = 2591$
a 7 bar $h_L = 697.22$ $h_V =$ 2763.5 è nell'intervallo
$s_L = 1.9922$ $s_V =$ 6.7080 $x_{ID}= (6.146\text{-}1.9922)/(6.7080\text{-}1.9922) = 0.8808$
$h_{ID}= (1\text{-}x)\ h_L + x\ h_V = 2517.25$
$Dh_{ID} = 3241\text{-}2517= 724$ kJ/kg $h = 650/724 =$ **0,90**

20) Una turbina a bassa pressione di un impianto a ciclo Rankine produce la potenza L' = 300 kW. Nella sezione di ingresso del dispositivo, che si considera adiabatico, si ha vapore surriscaldato con temperatura T_{in} = 600 °C, pressione P_{in} = 10 bar, entalpia specifica h_{in} = 3697.4 kJ/kg, entropia specifica s_{in} = 8.0292 kJ/kg.K. Nella sezione di uscita si ha vapore saturo alla temperatura T_{out} = 40 °C. Determinare la portata di vapore d'acqua nella turbina.

Soluzione

$h_1 = 3697.4$ $s_1 = 8.0292$ dalle tabelle del vapore surriscaldato a 1 MPa, p 655_Cengel[1]
$h_{2V} = 2574.3$ $s_2 = 8.2570$ dalle tabelle dell'acqua satura, p 650_Cengel[1]
$|Dh| = 1123$ kJ/kg
$L_{OUT}' = |DH'| = m'\ |Dh|$ [kW = kJ/kg * kg/s] fi $m' = 300/1123.1 = 0.267$ kg/s ,

21) Determinare il lavoro specifico massimo ottenibile con l'espansione in una turbina di un ciclo Rankine di un flusso di vapore d'acqua. Sono note nella sezione di ingresso: T_1 = 500 °C, P1= 10 bar, h_1 = 3478 kJ/kg, s_1 = 7.76 kJ/kgK. E' nota della sezione di uscita la pressione P_2 = 9.58 kPa. Per la soluzione del problema si utilizzino le tabelle del vapore.

22) In una turbina, si espande adiabaticamente una portata d'aria m' = 1000Kg/h. La pressione e la temperatura dell'aria all'ingresso della turbina sono rispettivamente P_1 = 4bar e T_1 = 900 °C. All'uscita dalla turbina, l'aria ha una pressione P_2 =1bar. Nell'ipotesi che la turbina operi stazionariamente, che abbia un rendimento isoentropico $h_T = L/L_{Rev} = 0.85$ e che l'aria si comporti come un gas perfetto, determinare la temperatura dell'aria all'uscita dalla turbina T_2 e la potenza erogata dalla macchina. [574 °C; 91 kW]

23) Un compressore comprime adiabaticamente una portata d'aria m = 2.5 Kg/min. La pressione e la temperatura dell'aria all'ingresso del compressore sono rispettivamente P_1 = 1bar e T_1=20 °C; la pressione dell'aria all'uscita del compressore è P_2 = 5bar. Nell'ipotesi che il compressore operi reversibilmente e stazionariamente e che l'aria si comporti come gas perfetto, determinare la potenza assorbita dalla macchina. [7.17 kW]

24) Determinare il rendimento isoentropico di compressione di un compressore a gas adiabatico operante in regime stazionario che assorbe un lavoro specifico L = 170 kJ/kg comprimendo una portata di N_2 (gas perfetto) da uno stato di ingresso noto (P_1 = 1 bar, T_1 =30 °C) ad una condizione di uscita con pressione P_2 = 4 bar. [0.9]

25) In un sistema aperto, adiabatico ed operante in regime stazionario fluisce una portata nota di acqua G = 0.2 kg/s; nella sezione di ingresso del dispositivo si ha vapore saturo con temperatura Tin = 300 °C con una velocità media di sezione w_{in} = 40 m/s. Nella sezione di uscita si ha una velocità w_{out} = 100 m/s. Sapendo che al fluido viene fornita una potenza L = 0.6 kW determinare l'entalpia specifica del fluido nella sezione di uscita. [2747.8 kJ/kg]

15a Macchine termodinamiche motrici

1) Determinare il rendimento termodinamico di una macchina termica motrice che opera reversibilmente tra due serbatoi di calore rispettivamente a temperatura T_s = 200 °C e T_i = 0 °C.

Soluzione

T_1= 200+273 = 473 K $\quad$ T_2= 273 K, $\quad$ h = $L/Q_1 = (Q_1-Q_2)/Q_1 = 1-Q_2/Q_1 = 1-T_2/T_1$

h = 1 – 273/473 = **0.42** (oppure h_C = DT / T_{INF} = 200/473 = **0.42**)

2) Determinare il lavoro perso da una macchina termodinamica motrice che opera con sorgenti a temperature T_s= 600 °C e T_i= 25 °C sapendo che prelevando una quantità di calore Q_S= 800 kJ si produce un lavoro L= 300 kJ.

Soluzione

$L_{REV} = Q_S$* $h_{REV} = Q_S$* DT / T_1 = 800 * 575/873 = 800*0.66 = 527 kJ , fi **perso 227**

h_I = 300/800 = 0.375, h_C = 0.66 h_{II} = 300/527 = 0.375 / 0.66 = 0.57 (57%)

Oppure DS = -800/873 + 500/298 = -0.916 + 1.678 = 0.761 kJ/K $\quad$ $L_{PERSO} = T_{AMB}$ DS = 226.8

3) Determinare il rendimento termodinamico di una macchina termica motrice che prelevando una quantità di calore Q_S= 200 kJ da un serbatoio di calore a temperatura T_S= 400 °C produce lavoro interagendo con un secondo serbatoio di calore a temperatura T_I= 0 °C con una generazione di entropia per irreversibilità pari a S_{IRR}= 0.18 kJ/K.

Soluzione

DS sistema = DS_1+DS_2 = -200/673 + Q_2 / 273 = 0.18 $\quad$ Q_2 = 273 * (0.18 + 0.297) = 273*0.477 = 130 kJ $\quad$ da cui per differenza L_U = 200 – 130 = 70 $\quad$ h_I = 70/200 = **0.35**

4) Una macchina motrice ciclica opera in modo irreversibile tra due sorgenti a temperatura costante T_S = 1200 °C e T_I = 20 °C. La potenza termica ceduta dal serbatoio termico superiore è pari a Q_S= 100 kW, mentre il rendimento di secondo principio della macchina è 0.5. Calcolare la potenza meccanica prodotta dalla macchina.

Soluzione

ci serve h_{REV} = DT / T_1 = 1180 / 1473 = 0.801 $\quad$ so che $h_{II} = h_I / h_{REV}$ da cui

$h_I = h_{II}$ h_{REV} = 0.801 * 0.5 = 0.4. $\quad$ da cui L = h_I * Q_1 = 100kW*0.4 = **40kW**

5) Una macchina motrice rciclica eversibile utilizza una sorgente termica superiore alla temperatura costante di T_S= 400 °C e come sorgente termica inferiore una massa M= 2000 kg di acqua allo stato liquido che viene riscaldata dalla temperatura di 15°C alla temperatura di 45°C. Nelle ipotesi che: (a) l'acqua si comporti come un liquido ideale e (b) le due sorgenti termiche scambino calore esclusivamente con la macchina, calcolare il lavoro che si ottiene dalla macchina ed il suo rendimento.

Soluzione

T_1= 400°C = 677 K $\quad$ T_2 = 15°C = 288 K $\quad$ T_3= 45°C = 318 K

$|Q_2|$ = m' c_P DT = 2000 * 4.184 * 30 = 251'000 kW = 251 MJ

reversibile, quindi DS_{TOT} = 0 mi serve per trovare Q_1

DS_{23} = dQ/T = m c_P dT/T = m c_P $\ln(T_3/T_2)$ = 2000 * 4.184 * ln (318/288) = 829 kJ / K

$DS_1 = Q_1/T_1$ = (occhio al segno) = - DS_{23} = - 829 kJ / K $\quad$ fi $\quad$ Q_1 = - 829 kJ / K * 677 = -561 MJ

L = $|Q_1|$ - $|Q_2|$ = 561 – 251 = **310 MJ** $\quad$ fi $\quad$ h_I = 310/561 = **55.3%**

Notare che Q=m c_P DT , DS= dQ/T = m c_P ln T_2/T_1 Esiste una T* che facilita?

DS=Q/T* $\quad$ T* = m c_P (T_2-T_1) / m c_P ln (T_2/T_1) da cui $\quad$ $T_{ML} = (T_2-T_1)/ \ln(T_2/T_1)$

6) Una macchina termodinamica ciclica opera con 2 serbatoi di calore a temperatura costante pari a T_s = 1200 °C e T_i = 300 °C e versa Q_i = 1200 kJ alla sorgente inferiore. Se il rendimento termodinamico della macchina motrice è h□= 0.3 determinare:

- la quantità di lavoro prodotta;
- il lavoro massimo teorico producibile da una macchina che opera tra le medesime sorgenti.

Soluzione

T_S=1473 K e T_I = 573 K, se $Q_S * h = L$, fi $Q_S * (1-h) = Q_I$

fi $Q_S = Q_I / (1-h)$= 1200 / 0.7 = 1714 fi $L = Q_S * h = Q_I/(1-h)* h$ = 1200 / 0.7 *0.3 = **514 kJ**

h_C = 1 – 573/1473 = 0.611 , a pari Q_S $L = Q_S * h_C$ = 1714 * 0.611 = 1047

a pari Q_I $L = Q_I / (1-h_C)* h_C$ = 1200 /0.389 * 0.611 = **1884 kJ**

15b Macchine termodinamiche operatrici

7) Una macchina termodinamica ciclica operatrice interagisce con 2 sorgenti a temperatura costante (T_s = 30 °C e Ti = -20 °C) cedendo Qs = 1200 kJ alla sorgente superiore. Se l'efficienza frigorifera della macchina è COP_F = 4 determinare:

- la quantità di lavoro assorbita dalla macchina;
- il lavoro minimo teorico assorbito da una macchina che opera tra le medesime sorgenti.

Soluzione

Dalla definizione di COP_F $|Q_i|$ = 4 L, dal 1°PdT $|Q_i|+L = |Q_s|$ da cui $L=Q_s/5$ = 1200/5 = **240 kJ**

Macchina isoentropica (ciclo di Carnot): $Q_s/L_C = T_s$ / (DT) da cui L_C = 1200/303*50 **= 198 kJ**

8) Una macchina frigorifera opera in regime stazionario con due serbatoi di calore rispettivamente a temperatura T_i = 10 °C e T_s = 50 °C. Si chiede di determinare l'efficienza frigorifera nell'ipotesi che la macchina sia reversibile.

Soluzione

Efficienza per macchina ideale $COP_F = Q_{inf}/L = Q_{inf} / (Q_{sup} – Q_{inf}) = T_{inf}$ / DT = 283/40 = **7.07**

9) Determinare l'efficienza di una pompa di calore che opera reversibilmente tra due serbatoi di calore rispettivamente a temperatura T_s = 40 °C e Ti = -10 °C.

Soluzione

Efficienza per macchina ideale $COP_{PC} = Q_{sup}/L = Q_{sup} / (Q_{sup} – Q_{inf}) = T_{sup}$ / DT = 313/50 = **6.26**

10) Una macchina operatrice (frigorifero) opera in modo irreversibile tra due sorgenti a temperatura costante T_s = 300K e T_i = 250K. La potenza termica da estrarre dal serbatoio freddo è pari a 25 kW, mentre il rendimento di secondo principio della macchina è 0.55. Calcolare la potenza meccanica necessaria alla macchina.

Soluzione

Efficienza per macchina ideale $COP_{F,id} = Q_{inf}/L = Q_{inf} / (Q_{sup} – Q_{inf}) = T_{inf}$ / DT = 250/50 = 5

Efficienza per macchina reale $COP_F = COP_{F,id} * h_{II}$ = 5*0.55 = 2.75

Potenza meccanica (dalla definizione del COP_F): $P = Q'/COP_F$ = 25/2.75 **= 9.1 kW**

11) (c) In un capannone industriale con un volume V_0 = 4000 m^3 l'aria ha una temperatura T_0 = 14 °C ed una pressione P0 = 1 atm. Il capannone, supposto termicamente isolato verso l'esterno ed a volume costante, viene riscaldato sino alla temperatura finale T_f = 25 °C con l'impiego di una pompa di calore con COP_{PdC} = 10 che opera utilizzando una sorgente fredda alla temperatura costante T_i = 10 °C. Determinare:

- il lavoro necessario per eseguire il riscaldamento;
- se il processo è reversibile, irreversibile o impossibile;
- nel caso di processo irreversibile la produzione di entropia per irreversibilità.

[4021 kJ, irrev, 9613.2 J/K]

12) Una pompa di calore viene utilizzata per riscaldare (a V = cost) una massa M = 1000 kg di un fluido (c = 3 kJ/kgK) dalla temperatura T_1 = 70 °C alla temperatura T_2 = 80 °C. La pompa di calore utilizza come sorgente inferiore una sorgente di calore a temperatura T_0 = 20 °C.
Determinare il lavoro assorbito da una pompa di calore che opera reversibilmente, il COP della pompa di calore reversibile e il maggior lavoro (lavoro dissipato) che occorre fornire ad una pompa di calore reale con COP = 2.5.

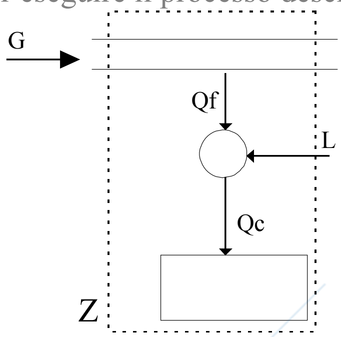
Soluzione

Lavoro = dL dove $dQ_{sup}/dL = T_{sup}/(T_{sup}-T_{inf})$ quindi $L = dQ_{sup}/T_{sup} *(T_{sup} - T_{inf}) =$
$= m\, c\, dT_{sup}/T_{sup} *(T_{sup} - T_{inf}) = m\, c\, dT_{sup} - m\, c\, T_{inf}/T_{sup}\, dT_{sup} =$
$= m\, c\, (353-343) - m\, c\, (293 * \ln 353/343) = 1000 * 3 * (10 - 8.42) =$ **4740 kJ**
$COP_{PC} = Q_{sup} / L = m\, c\, DT / L$ 1000*3*10 / 4740 = **6.33**
$L_{reale} = Q_{sup}/COP_{reale}$ = 30'000/2.5 = 12'000 kj, il maggior lavoro è 12'000 – 4740 = 7260

Soluzione alternativa

$DS_{tot}=0$, $Q_M = m\, c\, DT_M$ = 1000*3*10 = 30'000 kJ
$DS_M = dQ_M/T_M = m\, c\, dT_M/T_M$ = 1000*3*ln (353/343) = 86.213 kJ/K
$DS_{inf} = -DS_M$ = - 86.213 kJ/K = Q_{inf}/T_{inf} da cui Q_{inf}=-86.213*293 = -25260 kJ
$L = Q_M + Q_{inf}$= 30000-25260 = **4740 kJ**

13) In una macchina frigorifera di un impianto di condizionamento ambientale si tratta un flusso di aria G = 30 kg/min che viene raffreddata a pressione costante Pa= 1 atm dalla temperatura iniziale T_1 =35 °C alla temperatura T_2 = 25 °C. Come sorgente superiore si utilizza un ambiente alla temperatura costante T_s = 38 °C. Si chiede, con l'ipotesi di considerare l'aria un gas perfetto di massa molare Mm = 29 kg/kmole:
- l'equazione di bilancio energetico per il sistema Z illustrato in figura;
- la potenza minima necessaria per eseguire il processo descritto.



[-1566 W]

14) E' data una macchina generica che scambia calore con una sorgenti a T_1 e con l'ambiente a $T_{AMB} = T_2$ e produce lavoro, dimostrare che tra entropia prodotta e lavoro prodotto in meno rispetto alla macchina reversibile esiste la relazione $L_{PERSO} = T_{AMB}\, DS$

Soluzione

La macchina reversibile riceve Q_1, cede Q_{2REV} e produce $L_{1REV} = Q_1 - Q_{2REV} = Q_1 *(1-T_2/T_1)$
La macchina generica riceve lo stesso Q_1, cede Q_{2IRR} e produce L_{2IRR}.
L'entropia prodotta è $DS_{IRR} = - Q_1/T_1 + Q_{2IRR}/T_2$
Il lavoro non prodotto è $L_{REV} - L_{IRR} = Q_1 *(1-T_2/T_1) - (Q_1 - Q_{2IRR}) = T_{AMB}\, DS_{IRR}$
Si scrive l'ugualgianza $L_{PERSO} = T_{AMB}\, DS$

$Q_1 - Q_1*T_2/T_1 - Q_1 + Q_{2IRR} = T_{AMB} (- Q_1/T_1 + Q_{2IRR}/T_2)$
$-Q_1*T_2/T_1 + Q_{2IRR} = - Q_1 *T_2 /T_1 + Q_{2IRR}$
L'uguaglianza è dimostrata.

Quindi ad ogni produzione di entropia, corrisponde la perdita di lavoro $T_{AMB}DS$.

16 Cicli a gas

1) Una macchina termodinamica ciclica realizza un ciclo a gas costituito da 3 trasformazioni quasi-statiche: trasformazione AB isoentropica tra P_A = 1 bar e T_A = 27 °C e P_B = 3 bar; trasformazione B_C isoterma sino a P_C = 1 bar; trasformazione isobara C_A. Determinare il rendimento termodinamico del ciclo sapendo che viene utilizzato un gas biatomico di massa molare Mm = 29 kg/kmole.

Soluzione

$q_{AB} = 0$; ($l_{AB} = Dh_{AB} = c_P\, DT_{AB}$ entrante, da solo non basta)

$q_{BC} = TDs = T_B\,(-R \ln P_C/P_B) = T_B\,(-R \ln 1/3) =$ (positivo, entra)

$q_{CA} =$ Tds = $T\, c_P\, dT/T = c_P\, DT_{CA=CB} = 7/2\, R(T_A\text{-}T_B) = 7/2\, R\, T_B(T_A/T_B\,\text{-}1) =$

$= 7/2\, R\, T_B((P_A/P_B)^{R/Cp}\, \text{-}1) =$ (negativo, esce)

$h = 1 \text{-}|Q_{OUT}\text{-}Q_{IN}) = 1 -\ |7/2\, \underline{R\, T_B}((P_A/P_B)^{R/Cp}\, \text{-}1)\, /\, (\underline{T_B\, R} \ln 3)| = 1 + 7/2\, (1/3^{2/7} -1)\, /\, \ln 3 = \mathbf{0.14}$

2) Un ciclo Joule-Brayton chiuso e internamente reversibile opera tra le temperature minima T_1=27 °C e massima T_3 = 827 °C. Il fluido di lavoro è aria (gas biatomico Mm = 28.9 kg/kmol supposto ideale). La temperatura di fine compressione è T_2 = 300 °C. Si richiede di:

- calcolare il rendimento del ciclo;
- verificare se è possibile operare una rigenerazione;
- calcolare il rendimento del ciclo nel caso in cui la turbina abbia un rendimento di espansione isoentropica $h_T = 0.8$.

Soluzione

h_{Ideale} = Carnot (T_1 T_2)= 1 – 300/573 = **47.6%**

$T_1\, T_3 = T_2\, T_4$ da cui T_4 = 1100 * 3300 / 573 = 576 K; **rigenerazione SI**, ma infima

$l_{IN} = c_P\, |T_2\text{-}T_1|$; $l_{OUT} = 0.8 * c_P\, |T_3\text{-}T_4|$; $q_{IN} = c_P\, |T_3\text{-}T_2|$;

h_{Reale} = [(0.8 * (1100-576) - (573-300)]/(1100-573) = (419.2-273)/527 = **27.7%**

3) Un ciclo Joule-Brayton chiuso e internamente reversibile opera tra le temperature di T_1 = 300 K e T_3 = 1200 K. Il fluido di lavoro è aria (gas biatomico Mm = 28.9 kg/kmol). La pressione all'ingresso del compressore è P_1 = 100 kPa. Il calore fornito al fluido durante il ciclo è q_{in} = 670 kJ/kg. Si determinino:

- Il lavoro specifico netto
- Il rendimento del ciclo

Soluzione

$Dh_{23} = c_P\, DT_{23}$ DT_{23} = 670 / (7/2 8.314/28.9) = 665.4 T_2 = 1200-665.4 = 534.6K

Se interessa la P_{max} del ciclo: $(T_1/T_2)= (P_1/P_2)^{2/7}$ $P_2=P_1\, (T_2/T_1)^{3.5}$=7.55 bar

Il ciclo è simmetrico ideale, quindi $T_4 = T_1 * T_3 / T_2$ = 1200*300/534.6=673 K

$l_{N,U} =|DH_{34}| - |DH_{12}|$ = 1.005 * [(1200-673)-(534.6-300)] = **294 kJ/kg**

$h = l_{N,U} / Dh_{23}$ = 294/670 = **44%**

oppure $h_{Brayton\_deale} = h_{Carnot\ (T1\quad T2)}$ = 1 – 300/534.6 = **44%**

4) Si consideri una turbina a gas, funzionante secondo un ciclo Joule-Brayton ideale, con rapporto di compressione manometrico b = 6. Il fluido di lavoro è aria. La temperatura all'ingresso del compressore è T_1= 280 K, mentre quella all'ingresso della turbina è di T_3= 1250 K. Determinare:

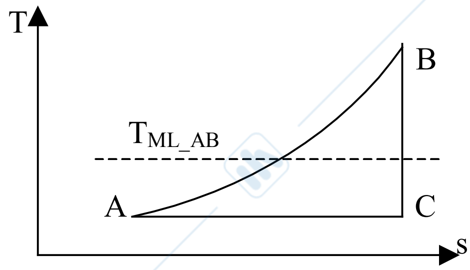
- La temperatura del gas all'uscita del compressore e all'uscita della turbina
- Il rapporto tra lavoro di compressione e lavoro fornito dalla turbina
- Il rendimento termodinamico.

Soluzione

$T_2 = T_1 * (P_2/P_1)^{2/7} = 280 * 6^{2/7} = \mathbf{467\ K}$

Il ciclo è simmetrico ideale, quindi $T_4 = T_3 / (P_2/P_1)^{2/7} = 1250 / 6^{2/7} = \mathbf{749\ K}$
$\mathbf{L_C/L_T} = c_P (T_2-T_1) / c_P (T_4-T_3) = (467-280) / (1250-749) = \mathbf{0.3737}$
$\eta = 1 - (T_{inf}/T_{sup})_{comp} = 1 - 280/467 = \mathbf{0.40}$

5) Si consideri un ciclo a gas costituito da tre trasformazioni quasi-statiche: AB isobara con P = 5 bar fino a TB = 800 K, BC isoentropica fino a T_C = 200K, CA isoterma. Considerando H_2 come fluido di lavoro, determinare il rendimento del ciclo.



Soluzione

Modo1: calcolo delle quantità di calore scambiate (valori numerici).
Disegnare il grafico nel piano T-s, notare $T_A=T_C$, $s_C=s_B$, $P_B=P_A$
$\mathbf{q_{AB}} = c_P \Delta T_{AB} = 7/2 * 8.314/2 * (800 - 200) = \mathbf{+8729.7\ kJ/kg\ (entrante)}$ $\mathbf{q_{BC}=0}$
$T_A/T_B = 1/4 = T_C/T_B = (P_C/P_B)^{2/7}$ (perché è isoentropica) $\Rightarrow$ $(P_C/P_B) = (1/4)^{7/2} = 0.0078125$
$\mathbf{q_{CA}} = T*\Delta s_{CA} = T_C (-R \ln P_A/P_C) = -8.314/2 * 200 * \ln 0.0078125^{-1} = \mathbf{-4'034\ kJ/kg\ (out)}$
$\eta = (8729.7-4034)/ 8729.7 = \mathbf{53.8\%}$
Modo2: trovare un ciclo di Carnot equivalente: con T_{ML} tra A e B visto che la trasformazione avviene a c_P costante, quindi = $T_{ML,AB} = (800-200) / \ln(800/200) = 432.8$
$\eta = 1 - T_{INF} / T_{SUP} = 1 - 200/438.2 = \mathbf{53.8\%}$

6) La pressione e la temperatura all'inizio della compressione di un ciclo Otto ad aria sono P_1= 1 atm e T_1 = 27 °C. Il rapporto di compressione volumetrico è ρ = 8. Durante la combustione viene ceduto al fluido una quantità di calore Q_C = 2000 kJ/kg. Determinare il rendimento termodinamico del ciclo e la massima temperatura raggiunta.

Soluzione

$P_1=1$, $T_1=300$ $\rho=8$, ricordo l'adiab.rev: $P*v^K$ = cost, $P_1/P_2 = (V_2/V_1)^K$ $P_2 = P_1 * 8^{1.4} = 18.4$ bar
$T_2 = T_1 * P_2 v_2 / P_1 v_1 = T_1 (v_2 / v_1) (v_1 /v_2)^K = T_1 (v_1 /v_2)^{K-1} = 300 * 8^{0.4} = 689.2$ K
Isocora: $\Delta U_{23} = c_V \Delta T_{23}$ $\Delta T_{23} = 2000 / (5/2 * 8.314/29) = 2000 / 0.717 = 2790$ K
$\mathbf{T_3} = 689.2+2790 = \mathbf{3479\ K;}$ non serve $T_4 = T_3 * T_1 / T_2 = 3479*300/689.2 = 1514$ K
$\eta = 1 - T_{INF} / T_{SUP} = 1 - 300/689.2 = \mathbf{56.5\%}$

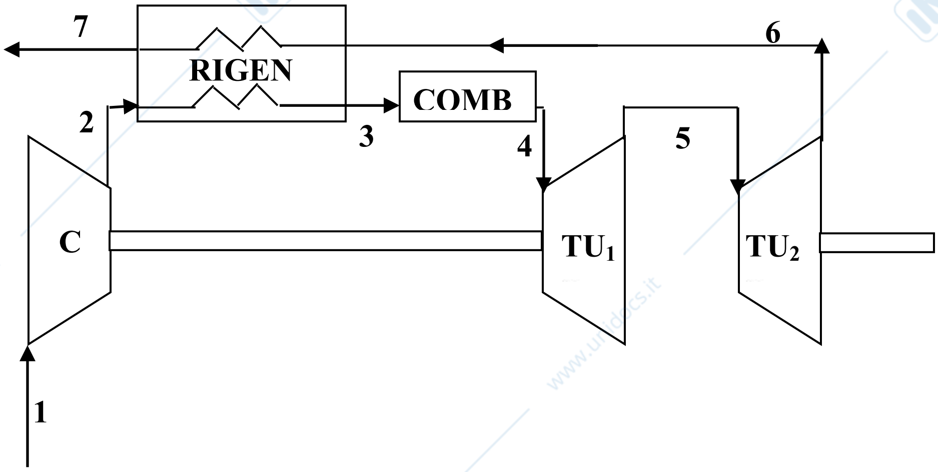
7) La pressione e la temperatura all'inizio della compressione di un ciclo Diesel ad aria sono P_1 = 1 atm e T_1 = 27 °C. Il rapporto di compressione volumetrico è ρ = 18. Durante la combustione viene ceduto al fluido una quantità di calore q_C = 2000 kJ/kg. Determinare il rendimento termodinamico del ciclo e la massima temperatura raggiunta.

Soluzione

$P_1=1$, $T_1=300$ $\rho=18$, $P_2 = P_1 * 18^{1.4} = 57.2$ bar, $T_2 = T_1 (v_1 /v_2)^{K-1} = 300 * 18^{0.4} = 953$ K
Isobara 2-3: $\Delta h_{23} = c_P \Delta T_{23}$ $\Delta T_{23} = 2000 / 1.003 = 1993$ K
$\mathbf{T_3} = 953+1993 = \mathbf{2946\ K;}$
non è simmetrico, sfrutto $P_2V_2/T_2 = P_3V_3/T_3$ da cui $V_3 / V_2 = T_3 / T_2 = 2946/953 = 3.09$
$T_4 = T_3 (v_3 /v_4)^{K-1} = T_3 (v_3/v_2 * v_2/v_{4=1})^{K-1} = T_3 (3.09 / 18)^{K-1} = 2946* (0.172)^{0.4} = 1456$ K
$\eta = 1 - Q_{OUT} / Q_{IN} = 1 - |\Delta u_{41}/q_{IN}| = 1 - 0.717*(1456-300) / 2000 = \mathbf{58.6\%}$

8) Si consideri il sistema di turbina a gas in figura, funzionante secondo un ciclo Joule-Brayton chiuso e internamente reversibile ad aria (Mm = 28.9 kg/kmol). Siano P_1 = 100 kPa, T_1 = 300 K, il rapporto di compressione β = 6 e T_4 = 1600 K. Il compressore assorbe tutta e sola la potenza prodotta dalla turbina TU_1 mentre la turbina TU_2 produce lavoro utile (netto) pari a 150 kW. Tutti i componenti sono assunti essere ideali.
Si determinino:

- La pressione all'uscita della turbina TU_1 (P_5)
- Il lavoro specifico netto
- La portata di aria
- La temperatura T_3 all'ingresso del combustore
- Il rendimento termico del ciclo



Soluzione

$T_2 = T_1 * (P_2/P_1)^{2/7} = 300 * 6^{2/7} = 500$ K

$L_{TU1}=L_C$ da cui $DT_{TU1}=DT_C = 200$ K

$T_5 = 1600\text{-}200 = 1400$ K

$T_5 / T_4 = (P_5 / P_4)^{R/Cp}$ da cui $\mathbf{P_4} = P_5 (T_5 / T_4)^{Cp/R} = 6 * (1400/1600)^{7/2}$ = **3.76 bar**

$T_6 = \mathbf{T_3} = T_4 * T_1 / T_2 = 1600 * 300 / 500 =$ **960 K**

l $= c_P\, DT_{56} = 1.003 * (1400\text{-}960) = 441$ kJ/kg

m' = 150 kJ/s / 441 kJ/kg = **0.34 kg/s**

h $= L_{N,OUT} / Q_{IN} = DH_{56} / DH_{34} = DT_{56} / DT_{34} = (1400\text{-}960)/(1600\text{-}960) =$ **68.7%**

9) Due vetture identiche tranne che nella motorizzazione, hanno le segeunti percorrenze:
Vettura a Gasolio: 18 km/litro
Vattura a benzina: 16 km/litro
Vattura a GPL: 14 km/litro
Elencarle secondo gli ordini di efficienza energetica, ed economica.
Lo scopo di questo esercizio è di abituarsi a ragionare senza i paraocchi dell'abitudine.

10) Si consideri una turbina a gas, funzionante secondo un ciclo Joule-Brayton reale, con rapporto di compressione manometrico b. E rendimenti di compressore e turbina rispettivamente h_C e h_T. Determinare le relazione tra le temperature del ciclo quando esso è in grado di auto sostenersi senza produrre lavoro.
Lo scopo di questo esercizio è di abituarsi a ragionare con valori simbolici per cercare gruppi di variabili con espressione uguale in modo da poterli semplificare ed arrivare a relazioni simboliche semplici.

Soluzione

Nomenclatura
T_1 = temperatura a inizio compressione
T_{2id} = temperatura a fine compressione ideale isoentropica
T_{2re} = temperatura a fine compressione reale
T_3 = temperatura a inizio espansione
T_{4id} = temperatura a fine espansione ideale isoentropica

T_{4re} = temperatura a fine espansione reale
$b = p_2/p_1 = p_3/p_4$
$q = c_p/c_v = (g - 1)/g$
Convenzioni: calore e lavoro scambiati sono considerati in valore assoluto, in modo da essere sempre positivi.
Relazioni utili
$l_{NU} = 0 = |l_C| - |l_T|$, da cui, $l_C = l_T$, e anche $q_{IN} = q_{OUT}$
$T_{2id} = T_1 * b^q$ oppure $T_1 = T_{2id} / b^q$
$T_{4id} = T_3 / b^q$ oppure $T_3 = T_{4id} * b^q$
$l_{comp} = c_p (T_{2re} - T_1) = c_p (T_{2id} - T_1) / h_C = c_p (T_{2id} - T_{2id} / b^q) / h_C = c_p T_{2id} (1-b^{-q}) / h_C$
oppure $= c_p (T_1 * b^q - T_1) / h_C = c_p T_1 (b^q - 1) / h_C$
$l_{turb} = c_p (T_3 - T_{4re}) = c_p (T_3 - T_{4id}) * h_T = c_p (T_3 - T_3 / b^q) * h_T = c_p T_3 (1-b^{-q}) * h_T$
oppure $= c_p (T_{4id} * b^q - T_{4id}) * h_T = c_p T_{4id} (b^q - 1) * h_T$

Si voglia indicare T_3 in funzione dei vari parametri
Uguagliando $l_{comp} = l_{turb}$
$\underline{c_p} T_{2id} \underline{(1-b^{-q})} / h_C = \underline{c_p} T_3 \underline{(1-b^{-q})} * h_T$
si ottiene
$\mathbf{T_3} = T_{2id} / h_C / h_T = \mathbf{T_1 * b^q / h_C / h_T}$
In particolare, per trasformazioni ideali $\mathbf{T_3 = T_2}$. E' possibile ricavare semplici relazioni tra T_{4id} e T_1, o introdurre le T reali a costo di maggiore complessità.

17 Cicli a vapore

1) Un impianto a ciclo Rankine con potenzialità di 600 MW impiega acqua come fluido di lavoro. I limiti di pressione tra cui opera sono Pmin = 0.05 bar e Pmax = 150 bar, mentre la temperatura massima del ciclo è Tmax = 600°C. All'uscita della pompa l'entalpia dell'acqua è h = 160 kJ/kg mentre in turbina si ha una espansione isoentropica. Si chiede di calcolare il rendimento del ciclo, la portata di acqua dell'impianto, il rendimento della pompa.

Soluzione

tabelle p652_Cengel[1] ($P_{1=6}$ =0.05 bar) = 5 kPa ; ($T_{1=6}$ = 32.88°C)
(tabelle p653_Cengel[1] ($P_{2=3=4=5}$ =150 bar) = 15 MPa ; ($T_{3=4}$ = 342.24°C)
tabelle p657_Cengel[1] (15MPa, 600°C) h_5= 3582.3 kJ/kg, $s_{5=6}$= 6.6776 J/kgK
tabelle p652_Cengel[1] $s_{1=L}$= 0.4764 kJ/kgK, s_V= 8.3951 kJ/kgK X=(s_6 - s_L)/(s_V - s_L) = 0.783
tabelle p652_Cengel[1] $h_{1=L}$= 137.81 kJ/kg, h_V = 2561.5 kJ/kg h_6=(1-X)h_L +X h_V = 2035.8
h = $l_{N,U}$ / q_{IN} = (Dh_{56} - Dh_{12}) / Dh_{25}
= [(3582.3 -2035.8) - (160 - 137.81)]/(3582.3 - 160) = 1524.3 / 3422.3 = 0.445 = **44.5%**
m' = P / $l_{N,U}$ = 600'000 [kJ/s] / 1524.3 [kJ/kg] = **393.6** kg/s

altri valori interessanti

potenza termica = Q'_{IN} = 600 MW/h = 1348 MW,
utilizzando con un combustibile dal Potere Calorifico Inferiore PCI = 40 MJ/kg (cercarne il significato, p.e. su wikipedia) si ottiene la portata m'_{comb} = 1348/40 = 33.7 kg/s.
h_{pompa}= Dh_{ideale} / Dh_{reale} = v Dp / $Dh_{12reale}$ = 0.001 m^3/kg * (15'000-5 kPa) / (160 - 137.81 kJ/kg) = 14.995/22.91 = 67.6% (molto basso, irreale su un impianto simile, possibile su piccole macchine di scarsa qualità).

2) In un impianto frigorifero a vapore viene usato come fluido di lavoro R134a. Questo fluido entra in una valvola di laminazione a monte dell'evaporatore come liquido saturo a temperatura T_1 = 40 °C ed esce dall'evaporatore come vapore saturo secco a temperatura T_3 = -8 °C, scambiando calore con una corrente d'acqua (liquido incomprimibile) che entra nel condensatore a temperatura T_i = 50 °C ed esce a temperatura T_u = 5 °C. Si chiede di determinare la pressione all'uscita della valvola di laminazione ed il rapporto tra le portate di acqua e di Freon nell'evaporatore.

[P = 0.217 MPa; 0.724]

Soluzione

$\mathbf{P_{ev}}$ = 0.21704 MPa (tra parentesi altri valori non usati ai fini delle sole risposte richieste)
Seguendo il ciclo 1=liquido saturo prima della valvola di laminazione, 2=miscela dopo la valvola di laminazione (isoentalpica), 3=vapore saturo, 3-4=compressione isoentropica, 4-5=raffreddamento, 5-1=condensazione

2.1704bar	-8°C	h_L (39.54) s_L (0.1583)	$h_{2=1}$ 106.19 s_2 0	h_3 242.54 s_3 (0.9239)	
			x_2 (0.3283)		
10.164bar	40°C	h_1 106.19 s_1 0.3866	h_5 (268.24) s_5 (0.9041)	P_4@1MPa	h_4 (@274.43) $s_{4=3}$ (0.9239)

La quantità di calore asportata all'acqua entra nel fluido frigorifero ed è pari al Dh_{23},
|q_{in}| = |Dh_{23}| = 242.54 – 106.19 = 136.35 kJ/kg
|DH_{H20}| = |DH_{23}|$_{1kgFreon}$ = m'_{H2O} $c_{P,H2O}$ DT_{H2O} =
da cui $\mathbf{m'_{H2O}}$ = 136.35/4.184/45 = **0.7248** kg H_20 per Kg di freon
Finisco i calcoli del ciclo:
Punto 4: per semplificare i conti e ridurre il numero di interpolazioni da compiere, approssimo il punto 5 (1.0164MPa, nella zona vapore surriscaldato) con la pressione 1 MPa, che trovo sulle

tabelle. Trovo che il valore s_4=0.9239 è praticamente la media tra 40 e 50°C, quindi anche per l'entalpia del punto 4 uso la media h_4=(268.68+280.19)/2 = 274.43 kJ/kg.
L_{in}= |Dh_{34}| = 274.43 -242.54 = 31.89 kJ/kg
Q_{OUT}= |L_{in}| +|Q_{in}| = 31.89 + 136.35 = 168.24kJ/kg
COP_F = Q_{in}/L_{in} = 136.35/31.89 = 4.27
COPideale = $(Q_{in}/L_{in})_{Carnot}$ = T_{in}/DT = 265 / 32 = 8.28
h_{II} = 4.27/8.28 = 51.6%

3) In un impianto a ciclo Rankine di una centrale termoelettrica l'acqua, all'uscita della pompa, ha temperatura T_2 = 35°C e pressione P_2 =100 bar; entra nella caldaia ove viene fornita potenza termica sino ad avere vapore surriscaldato con temperatura T_5 = 600°C. All'uscita dalla caldaia il vapore viene fatto espandere in una turbina adiabatica ed isoentropica sino alla pressione P_6 = 0.0234 bar. Si chiede di determinare il calore ceduto all'acqua durante il riscaldamento in caldaia ed il lavoro prodotto dalla turbina (per unità di massa fluente).

Soluzione

tabelle p650_Cengel[1]: $P_{1=6}$ = 0.0234 bar = 2.34 kPa $T_{1=6}$ = 20 °C kPa, $h_{1=L}$= 83.96 kJ/kg, h_V= 2538.1 kJ/kg $s_{1=L}$ = 0.2966 kJ/kgK s_V = 8.6672 kJ/kgK
tabelle p650 (T_2 = 35°C) P_2 = 5.628 kPa, h_{2LS}= 146.68 kJ/kg, u_{2LS} = 146.67 kJ/kg, v_2= 0.001
h_2= h_{2LS} + v_2 $DP_{2LS\ fi\ 2}$ = 146'680 J/kg + 0.001 m^3/kg * (10'000'000 – 5628) = 156'67 kJ/kg
oppure h_2= u_2 + v_2 P_2 = 146'670 J/kg + 0.001 * 10'000'000 = 156'67 kJ/kg
tabelle p656_Cengel[1] (10MPa, 600°C) h_5= 3625.3 kJ/kg, $s_{5=6}$= 6.9029 J/kgK
$X=(s_6 - s_L)/(s_V - s_L)$ = 0.789
$h_6 =(1-X)h_L + X h_V$ = 2020.8 kJ/kg
$\mathbf{q_{IN}}$ = $h_5 – h_2$ = 3625.3 –156.67= **3468.6 kJ/kg**
$\mathbf{l_{OUT}}$ = $h_5 – h_6$ = 3625.3 -2020.8 = **1604.5 kJ/kg**

4) Un pompa di calore ideale, che usa acqua come fluido di lavoro, opera secondo un ciclo di Carnot tra la pressione minima Pmin = 0.01 bar ed una pressione massima Pmax = 0.3 bar. All'ingresso del condensatore il fluido è nello stato di vapore saturo secco mentre all'uscita è liquido saturo. Calcolare:

- L'efficienza della pompa di calore reversibile
- Il rapporto tra il lavoro del compressore ed il lavoro della turbina

Soluzione

0.01 bar	6.98°C			h_2	289.23	h_1	2625.3		
1 kPa	280 K			s_2	0.9439	s_1	7.7686		
				x_3	0.095	X_4	0.864		
0.3 bar	69.1°C	h_L	29.3	h_3	264.07	h_4	2176.1	h_V	2514.2
30 kPa	342 K	s_L	0.1059	s_3	0.9439	s_4	7.7686	s_V	8.9756

Valori tratti da tabelle
$\mathbf{COP_{PC}}$ = Q_{Sup} / L_{In} = Q_{Sup} (Q_{Sup}-Q_{Inf}) = T_{Sup} (T_{Sup}-T_{Inf}) = 342 / (342-280) = **5.51**
$\mathbf{L_{OUT} / L_{IN}}$ = DH_{32} / DH_{41} = <u>m'</u>(289.23-264.07)/<u>m'</u>(2625.3-2176.1) = 25.15/449.25 = 17.86
NOTA: l'uso di vapore d'acqua nei cicli frigoriferi ha unicamente scopo didattico, è irreale. Spiegarne i motivi

5) In un impianto frigorifero a vapore (R134a) si ha una temperatura di evaporazione T_2 = -28 °C ed una pressione massima P_1 = 8 bar. Si chiede di determinare l'efficienza frigorifera del ciclo, la portata di fluido refrigerante, la potenza ceduta dal condensatore e l'entropia prodotta per irreversibilità nella valvola di laminazione sapendo che la potenza termica che deve essere asportata dalla sorgente inferiore è Q_F = 200 kW. [3.083, 264.86 kW; 0.053 kW/K]

6) Una pompa di calore operante con R134a fornisce 15 kW, necessari per mantenere un edificio alla temperatura T_C = 20 °C mentre l'ambiente esterno è a T_F = 5 °C. La pressione di funzionamento nell'evaporatore è P_2 = 2.4 bar mentre all'uscita del condensatore si ha liquido saturo a pressione P_1 = 8 bar. Determinare la portata di fluido refrigerante, la potenza meccanica richiesta dal compressore, l'efficienza della pompa di calore, l'efficienza di una pompa di calore che operi reversibilmente, l'entropia prodotta per irreversibilità nel sistema. [0.0852 kg/s, 2.13 kW, 7, 19.53, 4.79 W/K]

18 Aria umida

1) Aria umida (T_1 = 20°C, j_1 = 0.5) contenente 4 kg di aria secca viene miscelata adiabaticamente ed isobaricamente (P = 1 atm) con aria umida (T_2 = 35°C, j_2 = 0.6) contenente 7 kg di aria secca. L'aria umida risultante viene quindi raffreddata fino a 10°C

- Qual è la temperatura risultante dalla miscelazione?
- Qual è la temperatura di bulbo umido dell'aria umida risultante?
- Quanta acqua condensa nel raffreddamento?
- Quanto calore viene estratto nel raffreddamento?

N.B. si faccia uso del diagramma psicrometrico.

Soluzione

P = 101325 Pa $\quad$ h = 1.005 T + X (2501.3 + 1.82 T)

m_1 = 4 kg $\quad T_1$ = 20°C $\quad j_1$ = 0.5 $\quad P_{Sat}$ = 2339 Pa

m_2 = 7 kg $\quad T_2$ = 35°C $\quad j_2$ = 0.6 $\quad P_{Sat}$ = 5628 Pa

- ricordo la formula $X = 0.622\ j * P_{Sat} / [P_{Tot} - j_1 P_{Sat}]$
ricavo i titoli dei componenti e della miscela

X_1 = 0.622 * 0.5 * 2339 / (101325 - 0.5 * 2339) = 0.00726 $\quad [kg_V / kg_{AS}]$

X_2 = 0.622 * 0.6 * 5628 / (101325 - 0.6 * 5628) = 0.02144 $\quad [kg_V / kg_{AS}]$

$X_M = (m_1X_1 + m_2X_2) / (m_1 + m_2)$ = (4 * 0.00726 + 7 * 0.02144) / (4+7) = 0.0163 $\quad [kg_V / kg_{AS}]$

Calcolo l'entalpia dei componenti e della miscela

h_1 = 1.005 * 20 + 0.00726 * (2501.3 + 1.82 * 20) = 38.56 [kJ/kg]

h_2 = 1.005 * 35 + 0.02144 * (2501.3 + 1.82 * 35) = 90.23 [kJ/kg]

$h_M = (m_1h_1 + m_2h_2) / (m_1 + m_2)$ = (4 * 38.56 + 7 * 90.23) / (4+7) = 71.44 [kJ/kg]

trovo la temperatura della miscela

$T_M = (h_M - X_M\, 2501.3) / (1.005 + 1.82 * X_M)$ = (71.44 - 0.0163 * 2500) / (1.005 + 1.82 * 0.0163) =

T_M = 29.6°C

Sul diagramma:

Si rammenta che il diagramma non ha coordinate T-x. Si può notare che le isoterme sono leggermente divergenti in alto, a ventaglio. Le coordinate del grafico sono h-x, il sistema è cartesiano non ortogonale, l'angolo tra gli assi h-x è scelto in modo di avere le isoterme quasi verticali.

Punto 1: si trova partendo da T_{BU}=20 e salendo lungo l'isoterma fino a incrociare la curva j_1 =50%

Punto 2: si trova partendo da T_{BU}=35 e salendo lungo l'isoterma fino a incrociare la curva j_2 =60%.

Su tale punto si possono per esempio verificare x_2 @ 21.5 g/kg_{AS} = 0.0215 , h_2 @ 90. E' una buona verifica dei conti fatti, che sono più precisi.

Il punto M si trova sulla congiungente i punti 1 e 2, con distanze secondo la cosiddetta "regola della leva" (graficamente questo passaggio è spesso impreciso). Nel dubbio, considerare che nella miscela M devono prevalere le caratteristiche della massa preponderante (qui m_2), quindi deve essere più vicino a quest'ultima. Nel caso di masse uguali, si troverebbe a metà.

L'umidità relativa della miscela si calcola rapportando $P_{vap\_M} / P_{Sat@29.6}$, oppure $X_M / X_{Sat@29.6}$,

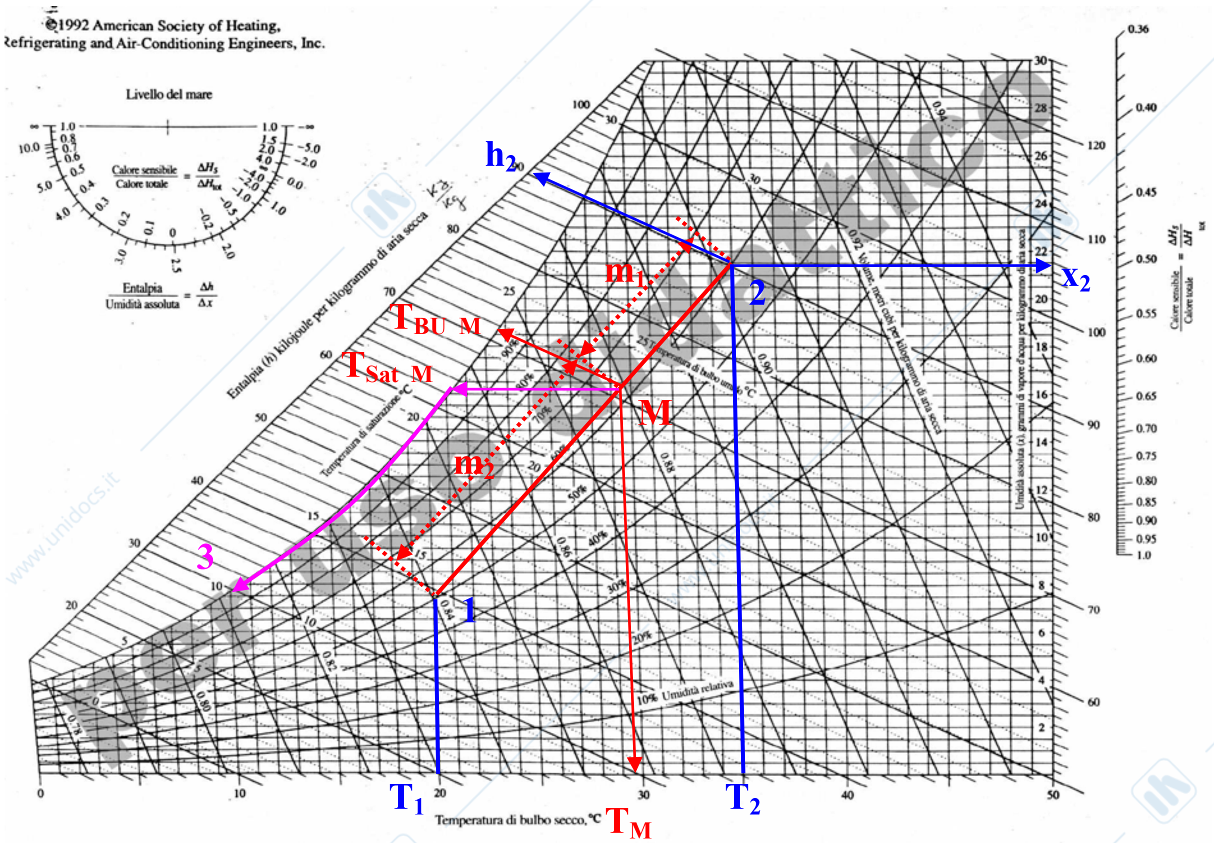
- Dal diagramma intersecando l'isoentalpica passante per il punto "M" con la curva di saturazione e poi scendendo si legge: **T_{BU} @ 24 °C**

- Raffreddando a x_M costante si incrocia la curva di saturazione, dove si legge la T_{Sat} di circa 21°C, che è la T_{Rug} della miscela M. Proseguendo nel raffreddamento a 10°C si ha condensazione.

A 10°C la P_{Sat} è 1227 Pa, a cui corrisponde un titolo

X_3 = 0.622 * 1227 / (101325 - 1227) = 0.00762 $[kg_V / kg_{AS}]$

La quantità che condensa è M_{AS} * (X_M - X_3) = 11 * (0.0163 - 0.00762) = **0.0955 kg_{acqua}**



- occorre calcolare l'entalpia della miscela di partenza, e di quella di arrivo tenendo conto anche dell'acqua condensata

h_M = (calcolata al punto 1) = 71.44 [kJ / kg_{AS}]

$h_{3(AS+Vap+Liq)}$ = 1.005 * 10° + 0.00762 (2501.3 + 1.82 * 10°) + (0.0163 – 0.00762) * 4.184 *10° = 29.63

Q = $DH_{Mix\text{-}Finale}$ = $M_{AS,M}$ (h_F – h_M) = 11 * (29.63 – 71.44) = -460 kJ (negativo perché uscente)

Notare il Dh del liquido, qui trascurabile data la bassa temperatura a cui si trova.

2) Una miscela di aria umida contenente 3 kg di aria secca con umidità relativa pari a 0.7 e temperatura pari a 30°C, viene miscelata adiabaticamente ed isobaricamente (P = 1 bar) con aria umida alla temperatura di 24°C ed umidità relativa pari a 50%, contenente 12 kg di aria secca. Successivamente l'aria ottenuta viene raffreddata isobaricamente fino a raggiungere una umidità assoluta pari a 0.008 kg / kg_{AS}

- Quanto vale l'umidità assoluta al termine della miscelazione?
- Quanto vale la temperatura di rugiada dell'aria umida ottenuta dalla miscelazione?
- Quale temperatura deve essere raggiunta per ottenere la deumidificazione richiesta?
- Quanto calore è necessario estrarre durante il raffreddamento?

Soluzione

- sono note le condizioni dei due flussi d'aria in termini di umidità relativa. Servono quelle assolute.

Dalla formula X = 0.622 * j * P_{Sat} / (p - j / P_{Sat})

X_1 = 0.622 * 0.7 * P_{Sat} (30°) / [100000 - 0.7* P_{Sat} (30°)] = 0.622 * 0.7 * 4246 / [100000 - 0.7* 4246] X_1 = 0.019 [kg_V / kg_{AS}]

X_2 = 0.622 * 0.5 * P_{Sat} (30°) / [100000 - 0.5* P_{Sat} (24°)] = 0.622 * 0.5 * 3003 / [100000 - 0.5* 3003] X_2 = 0.00948 [kg_V / kg_{AS}]

$X_m = (M_{AS,1} * X_1 + M_{as,2} * X_2) / (M_{AS,1} + M_{AS,2}) = (3 * 0.019 + 12 * 0.00948) / (3+12)$
X_m = 0.011384 $[kg_V / kg_{AS}]$

- La temperatura di rugiada è la temperatura alla quale la miscela diviene satura di vapore, quindi si calcola la pressione parziale del vapore della miscela data, e si trova la temperatura alla quale il vapore ha quella pressione di saturazione
$p_V = x * p_{TOT} / (0.622 + X)$
$P_{V,M} = X_M * P_T / (0.622 + X_M) = 0.011384 * 100000 / (0.622 + 0.011384) = 1795.6$ Pa
Interpolando fra (1500 Pa, 13.03°C) e (2000 Pa, 17.5°C) si ottiene $T_{R,M} = 15.7$ °C

- umidità assoluta 0.008 kg / kg_{AS} vuol dire che la pressione di vapore è
$P_{V3} = X_3 * P_{T3} / (0.622 + X_3) = 0.008 * 100000 / (0.622 + 0.008) = 1269.8$ Pa;
interpolando fra (1000 Pa, 6.98°C) e (1500 Pa, 13.03°C) si ottiene **T_3 = 10.2 °C**

- Poichè il raffreddamento è isobaro: $Q = \Delta H$
Non conosciamo la temperatura della miscela, quindi calcoliamo la somma delle entalpie delle due masse d'aria che si miscelano, e l'entalpia della miscela fredda più quella dell'acqua condensata
$Q = \Delta H = M_3 * h_3 - (M_1 * h_1 + M_2 * h_2)$ dove $M_3 = M_1 + M_2$

Con uso delle formule in kJ/kg

$h_1 = 1.005 * 30° + 0.019 (2501.3 + 1.84 * 30°) = 78.7$ $[kJ/kg_{AS}]$
$h_2 = 1.005 * 24° + 0.00948 (2501.3 + 1.84 * 24°) = 48.25$ $[kJ /kg_{AS}]$
$h_3 = 1.005 * 10.2° + 0.008 (2501.3 + 1.84 * 10.2°) = 30.41$ $[kJ /kg_{AS}]$
$h_{H2O,liq} = 4.184 * 10.2° = 42.68$ $[kJ/kg_{liq}]$ $\Rightarrow$ $42.68 * (0.011384-0.008)$ $kg_{liq}/kg_{AS} = 0.14$ $[kJ /kg_{AS}]$
Q $= 15 * h_3 + 15 * h_{H2O,liq} - 3 * h_1 - 12 * h_2$ $[kg_{AS}] * [kJ /kg_{AS}]$ = **-356.85 kJ**

Oppure in kcal/kg

uso la formula $h = 0.24\ T + X(597 + 0.44\ T)$ $[kcal/kg_{AS}]$
$h_1 = 0.24 * 30° + 0.019 (597 + 0.44 * 30°) = 18.79$ $[kcal/kg_{AS}]$
$h_2 = 0.24 * 24° + 0.00948 (597 + 0.44 * 24°) = 11.52$ $[kcal/kg_{AS}]$
$h_3 = 0.24 * 10.2° + 0.008 (597 + 0.44 * 10.2°) + (0.011384 - 0.008) * 1 * 10.2 = 7.29$ $[kcal/kg_{AS}]$
notare che $h_{H2O,liq} = 1 * 10.2° = 10.2$ $[kcal/kg_{H2O}]$
Q $= \Delta H = 15 * 7.29 - (3 * 18.79 + 12 * 11.52)$ = **-85.26 Kcal**

3) Una portata di aria umida pari a 500 m^3/h viene portata dalle condizioni (1) T = 30°C, $\varphi = 0.6$, alle condizioni (2) T = 26°C $\varphi = 0.5$

- Quanto vale la densità dell'aria in ingresso?
- Quanto vale la portata massica (espressa in kg a.s. / s) ?
- Quanta potenza termica deve essere asportata all'aria?
- Quanta acqua condensa in 10 ore di funzionamento?

Soluzione

- si considera p= 101325 Pa ,
sul diagramma si trova 0.88 m^3/kg, quindi la densità è l'inverso cioè 1.136 kg/m^3
oppure con le formule. Pressione di saturazione del vapore a 30°C: $P_{Sat}(30°C) = 4246$ Pa
$P_V = 0.6 * 4246 = 2548$ Pa
$P_{AS} = P_T - P_V = 101'325 - 2548 = 98'777$ Pa
$\rho_{AS} = p_{AS} / R_{AS}^* * T_1 = 98777 / (8314/28.9) / 303 = 1.133\ kg_{AS}/m^3$
$\rho_V = p_V / R_V^* * T_1 = 2548 / (8314/18) / 303 = 0.0182\ kg_V/m^3$
densità totale $\rho_{AU} = 1.133 + 0.0182 = 1.151\ kg_{AU}/m^3$
anche il titolo $X_1 = 0.622\ P_V / [P_T - P_V] = 0.0182/1.133 = 0.0161$

- 500 m^3/h sono 500 / 3600 = 0.139 m^3/s, a cui corrispondono 0.139 * 1.133 = 0.157 kg_{AS}/s

- La potenza termica asportata corrisponde alla differenza di flusso entalpico dell'aria secca e della condensa: $DH'_{tot} = H'_{(aria2+condensa2)} - H'_{(aria1)} = DH'_{aria12} + H'_{(condensa2)}$
per calcolarlo ci occorre sapere il titolo X prima e dopo il raffreddamento
P_{Sat} (26°C) = 3384 Pa
$X_2 = 0.622 * 0.5 * 3384 / (101325 - 0.5 * 3384) = 0.0106$
$DH'_{aria12} = m'_{AS}\ (\underline{h_2} - h_1) = 0.157 * [\ \underline{1.005 * 26 + 0.0106 * (2501.3 + 1.82 * 26\ )} - 1.005 * 30 - 0.0161 * (2501.3 + 1.82 * 30\ )\ ] = -2.85$ kW
$H'_{condensa2} = deltaX * m'_{AS} * c_{P\_acqua} * T_{condensa} = (0.0161-0.0106) * 0.157 * 4184 * 26 = 94W$
Q'tot = -2.85 + 0.1 = -2.75 , questa è la potenza termica da asportare idealmente.
Nota: non si è tenuto conto di come in realtà viene effettuata la deumidificazione, che se fatta tramite raffreddamento richiede di raffreddare l'aria sotto la Trugiada fino ad averla satura alll'umidità assoluta voluta, per poi riscaldarla fino a 26°C. Oppure raffreddare una opportuna parte dell'aria fino a temperatura molto bassa, e quindi miscelarla con l'altra parte a condizioni differenti. In tali casi la condensa scartata risulta più fredda.

- acqua condensata = differenza di titolo per flusso orario di aria per 10 ore
$Q_{H2O} = m * (X_2 - X_1) = (0.157 * 3600 * 10) * (0.0161-0.0106) = 31.1$ kg

4) Una portata pari a 800 m^3/h di aria umida (T = 13°C, j = 0.4) deve essere portata alle condizioni: T = 25°C, j = 0.55 (alla pressione costante di 1 atm).

- Qual è la portata massica in kg_{AS} / s?
- Quanta acqua liquida (a 15°C) deve essere iniettata in 1 ora?
- Quanta potenza termica deve essere fornita?
- Quanto vale la temperatura di rugiada dell'aria umida finale?

Soluzione

- T_1 = 13°C $P_{Sat,1}$ = 1514 Pa j_1= 0.4 X_1 = 0.00374 P_v = 1323 * 0.4 = 605 Pa
P_a = 101325 – 605 = 100719 Pa
$r_{as} = P / (R^* * T)$ = 100719 / (8314 / 28.9 * 286) = 1.224 kg_{as} / m^3
$r_{au} = r_{as}$ (1+X) = 1.224 * 1.00374 = 1.229 kg_{au} / m^3
800 m^3/h sono 800/3600 = 0.222 m^3/s
la portata massica di aria secca 0.222 * 1.224 = **0.272 kg/s**

- Occorre conoscere il titolo X prima e dopo il raffreddamento
T_2 = 25°C $P_{Sat,2}$ = 3169 Pa j_2 = 0.55 X_2 = 0.0109 P_v = 3169 * 0.55 = 1742 Pa
Portata acqua = $m'_{as} * (X_2 - X_1) = 0.272 * 3600 * (0.0109 - 0.00374) = 7.01\ kg_{H2O}/h$

- Occorre calcolare la differenza di entalpia per i due flussi
h = 1.005 T + x * (2501.3 + 1.82 T)
h_1 = 1.005 *13 + 0.00374 * (2501.3 + 1.82 * 13) = 22.50
h_2 = 1.005 *25 + 0.0109 * (2501.3 + 1.82 * 25) = 52.88
Q = m (h_2 - h_1) = 0.272 * (52.88 - 22.50) = 8.26 kW
Volendo si potrebbe raffinare considerando la temperatura dell'acqua liquida iniettata,

- Nella condizione 2 la pressione parziale del vapore vale 1742 Pa, che é la pressione di saturazione alla temperatura di 15.12ºC, ottenuta interpolando fra 15ºC e 20ºC. E' la temperatura di rugiada.

19a Flussi incomprimibili e perdite di carico in condotti

Questo paragrafo è un riassunto di quanto detto a lezione. Per spiegazioni più approfondite, fare riferimento al libro di testo.

Partendo dal 1°PdT per sistemi aperti, ed introducendo una serie di ipotesi e semplificazioni
- fluido incomprimibile. Per esempio acqua, oppure aria in impianti aeraulici (di climatizzazione) dove le variazioni di pressione sono minime e possono essere trascurate in molti calcoli, tipicamente di portate e perdite di carico
- moto unidimensionale, cioè la velocità del fluido in ogni sezione non varia nella sezione ma è approssimata al valor medio $w = 1/A \int_A w(A)dA$ su tale sezione
- condizioni stazionarie (termine di accumulo del volume di controllo nullo, quindi si conserva la portata massica $m'_{in} = m'_{out} = m'$, ed anche $m' = \rho wA$, ed essendo $\rho = cost$ si conserva anche quella volumetrica $V' = wA$, in qualunque sezione)
- unico potenziale quello gravitazionale (accelerazione g)
- mantenendo separati i termini u e pv (invece di unirli dell'entalpia)

1°PdT $m'_{in}(u+pv+w^2/2+gz)_{in} + L'_{in} + Q'_{in} = m'_{out}(u+pv+w^2/2+gz)_{out}$

È possibile dividere per m', usando i pedici 1 e 2 invece di in e out, ottenendo

$$u_1 + p_1v_1 + w_1^2/2 + gz_1 + l_{in} + q_{in} = u_2 + p_2v_2 + w_2^2/2 + gz_2$$

- considerando per il momento le trasformazioni tutte ideali, senza perdite, è possibile separare i termini energetici in calore e lavoro, ottenendo due equazioni indipendenti

Energia termica $\quad u_1 + q_{in} = u_2$

Energia meccanica $\quad p_1v_1 + w_1^2/2 + gz_1 + l_{in} = p_2v_2 + w_2^2/2 + gz_2 \quad$ [energia]

la seconda può essere presentata in vari modi,

moltiplicando per la densità $\rho = v^{-1}$ (che è costante) fornisce delle pressioni,

$$*\rho \qquad p_1\cancel{v\rho} + \rho w_1^2/2 + \rho gz_1 + \rho l_{in} = p_2\cancel{v\rho} + \rho w_2^2/2 + \rho gz_2 \qquad \text{[pressione]}$$

dove il termine di lavoro entrante è spesso $l_{in} = v\Delta p_{in}$, quindi ρ e v si semplificano

invece divisa per g fornisce delle quote (altezza),

$$/g \qquad p_1v/g + w_1^2/2g + \cancel{g}z_1/\cancel{g} + l_{in}/g = p_2v_2/g + w_2^2/2g + \cancel{g}z_2/\cancel{g} \qquad \text{[altezza]}$$

si semplifica il dovuto, si chiamerà $\gamma = \rho g$, sostituendo $l_{in}/g = v\Delta p_{in}/g = \Delta p_{in}/\rho g = \Delta p_{in}/\gamma$

si ottengono tre equazioni che rappresentano la conservazione dell'energia meccanica, in diverse unità di misura, che sono di uso abituale in diverse materie

energia	$p_1v_1 + w_1^2/2 + gz_1 + l_{in} = p_2v_2 + w_2^2/2 + gz_2$	[J/kg]
pressione	$p_1 + \rho w_1^2/2 + \rho gz_1 + \Delta p_{in} = p_2 + \rho w_2^2/2 + \rho gz_2$	[Pa]
altezza	$p_1/\gamma + w_1^2/2g + z_1 + \Delta p_{in}/\gamma = p_2/\gamma + w_2^2/2g + z_2$	[m]

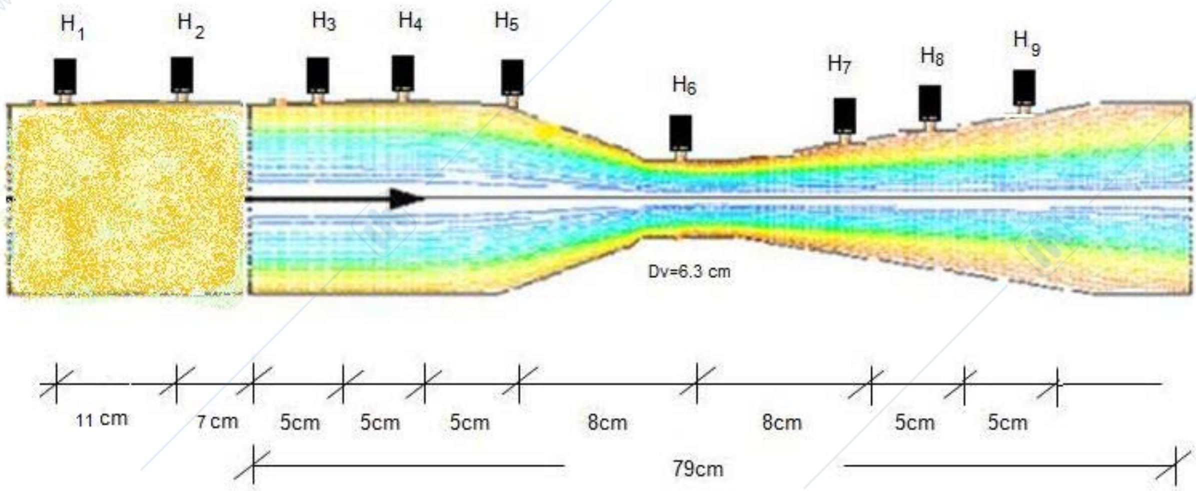
Equazione di Bernoulli

L'ulteriore semplificazione di non avere lavoro entrante porta all'equazione di Bernoulli, di conservazione dell'energia che può essere espressa in una qualunque delle tre forme, in idraulica sovente la terza

$$p/\gamma + w^2/2g + z = costante \qquad \text{[m]}$$

Tubo (o condotto) Venturi

E' un tubo con una restrizione, detta gola, opportunamente raccordata con un convergente ed un divergente, tra le applicazioni è usato per misurare le portate di fluidi, nei carburatori per aspirare il combustibile.



Dette A_1 la sezione piena (a monte e a valle) e A_2 quella ristretta, il condotto sia sufficientemente corto oppure orizzontale per cui $\Delta z=0$, resta

$p_1+ \rho w_1^2/2 = p_2 + \rho w_2^2/2$ cioè $p_1 - p_2 = \rho(w_2^2 - w_1^2)/2 = \rho\, w_1^2/2\,(w_2^2 / w_1^2 - 1)$

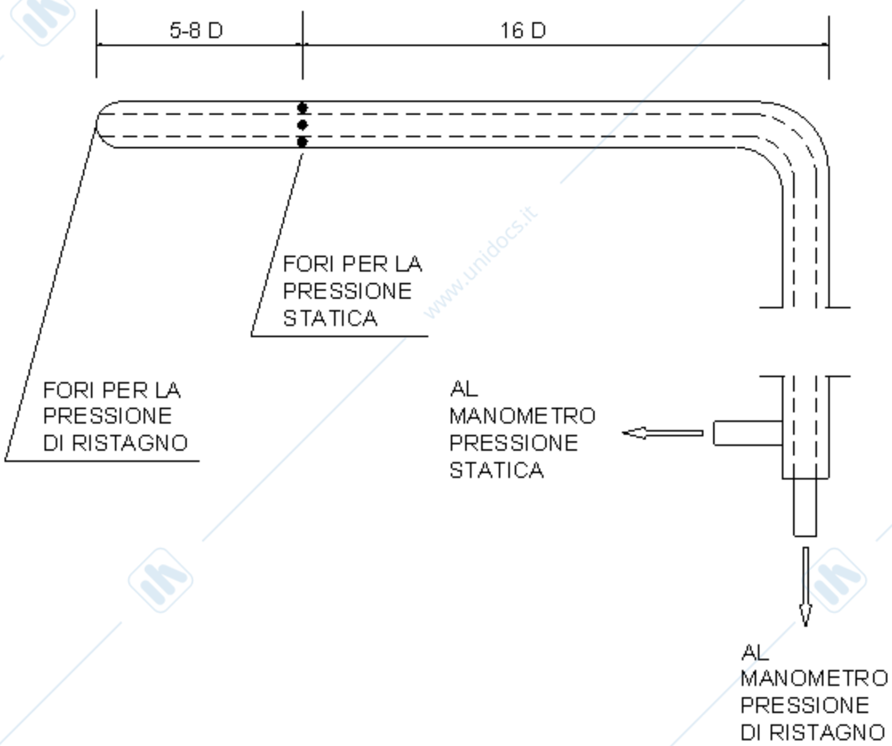
dalla conservazione della portata introducendo $\rho w_1 A_1 = \rho w_2 A_2$, cioè $w_2/w_1 = A_1/A_2$, si ottiene

$\Delta p = \rho\, w_1^2/2\,(A_1^2/A_2^2 - 1)$

Per cui il ΔP risulta proporzionale alla densità, al quadrato della portata (m' w_1) e al quadrato del rapporto tra le sezioni massima e minima. Verifica: se $A_2=A_1$, il tubo non ha strizione, $\Delta P=0$.

Tubo di Pitot

Si realizza tramite due tubi concentrici, inseriti in un fluido in moto relativo. Nei tubi non vi è flusso poiché la seconda estremità è chiusa dai sensori di pressione. Il tubo interno è aperto frontalmente, per cui "sente" la pressione totale (di ristagno) del fluido impattante, cioè tutta l'energia cinetica del flusso si converte in pressione. Il tubo esterno è aperto lateralmente e "sente" solamente la pressione statica.



Valgono le relazioni

$p_2 = p_1+ \rho w_1^2/2$, $\Delta p = \rho w^2/2$, $w = (2\,\Delta p / \rho)^{1/2}$

Ugello

Ha normalmente lo scopo di fornire velocità ad un flusso. Nell'ipotesi di incomprimibilità, quindi di conservazione del prodotto w*A, la velocità è massima in corrispondenza della sezione minima, quindi è spesso conformato come un condotto convergente (in caso di flusso di gas comprimibile e supersonico sarebbe un convergente-divergente, ma questo è oltre i limiti dell'idraulica). Valgono le stesse relazioni del Venturi.

Se l'ugello origina da un serbatoio dove le sezioni sono sufficientemente grandi da poter essere considerate infinite e la velocità nulla, $A_1 \to \infty$, $w_1 \to 0$, chiamando w la velocità alla sezione minima, resta:

$$\Delta p = \rho\, w_2^2/2\,(1 - A_2^2/A_1^2) = \rho\, w^2/2$$

Invertendo $w = (2\,\Delta p / \rho)^{1/2}\ (1 - A_2^2/A_1^2) = (2\,\Delta p / \rho)^{1/2}$, detta velocità di Bernoulli

Sostituendo $p = \rho\, g\, Z$, si ottiene $w = (2\,\rho\, g\, \Delta z / \rho)^{½} = (2\, g\, \Delta z)^{½}$

Portata di un ugello

Nella realtà la portata di un ugello è inferiore a quella teorica che si otterrebbe con $w_{Bernoulli}$.

Poiché la velocità media è inferiore a quella massima teorica, e il flusso risente della geometria di ingresso per cui mostra una strizione ed è come se sfruttasse un'area inferiore a quella disponibile, si introducono dei coefficienti correttivi C_{Area} e $C_{Velocità}$ il cui prodotto fornisce $C_{Portata}$ o $C_{Efflusso}$, spesso unico valore noto sperimentalmente. Si ottiene

$$m' = C_{eff}\,\rho\, W_{Bernoulli}\, A_{Nominale} = C_{eff}\,\rho\,(2\,\Delta p/\rho)^{1/2} A_N = C_{eff}\,(2\,\rho\,\Delta p)^{1/2} A_N$$

Per un imbocco circolare a spigolo vivo sono noti $C_{Area} \cong 0.66$, $C_{Eff} \cong 0.6$ (varia con Reynolds)

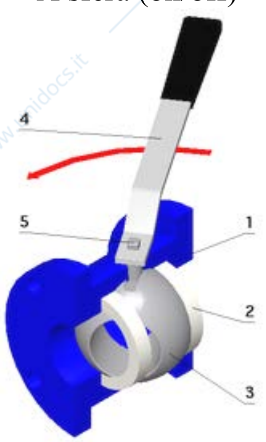
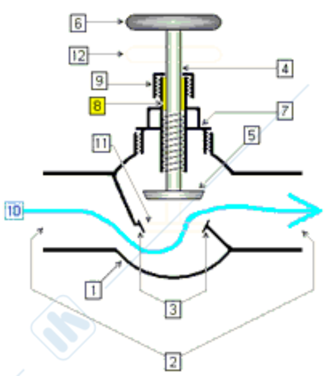
Per imbocchi con smusso, $C_{Eff} \cong 0.7 \div 0.8$

Per imbocchi conici lunghi, $C_{Eff} \cong 0.9$

Per imbocchi ben raccordati ("trombette di ammissione" dei motori), $C_{Eff} \cong 0.95 \div 1$

Valvola

E' un condotto con la sezione ristretta variabile, ne esistono moltissime varianti (da Wikipedia). Lo scopo può essere intercettare totalmente on fluido (on/off) oppure regolarne la portata.

A sfera (on/off)	A globo (rubinetto)	A farfalla
		

Valgono le relazioni

$$m' = C_{eff}\,\rho\, W_{Bernoulli}\, A_{Nominale} = C_{eff}\,\rho\,(2\,\Delta p/\rho)^{1/2} A = C_{eff}\,(2\,\rho\,\Delta p)^{1/2} A$$

$$V' = C_{eff}\, W_{Bernoulli}\, A_{Nominale} = C_{eff}\,(2\,\Delta p/\rho)^{1/2} A$$

Commercialmente, allo scopo di semplificare i conti, sono indicati dei coefficienti volumetrici, usualmente K_V (USA) o C_V (Europa), formulati per acqua o aria, che raccolgono tutti i fattori "costanti" (A, C_{eff}, ρ) e i coefficienti di conversione, per cui risulta

$V' = K_V * \Delta p^{1/2}$ (V'=GPM, p=PSI) oppure $V' = C_V * \Delta p^{1/2}$ (V'=m³/h, p=Bar)

I coefficienti hanno dimensioni proprie, fare attenzione che cambiando le unità di misura, occorre convertire anche i coefficienti.
Attenzione a non confondere $C_{Volumetrico}$ con $C_{Velocità}$, a volte entrambi abbreviati con C_V.

Perdite di carico

Rimuovendo l'ipotesi di flusso ideale (al momento mantenendo la pompa come macchina ideale) introduciamo le perdite di pressione (o di carico, termine più idraulico) lungo le tubazioni, che per attrito degradano l'energia meccanica ad energia interna (termica). Le perdite nelle tre forme dell'equazione dell'energia saranno espresse con le opportune dimensioni (la simbologia varia molto a seconda dei testi e delle materie).

Partendo dalla conservazione dell'energia (1° PdT per sistemi aperti stazionari)

$$u_1 + p_1v_1 + w_1^2/2 + gz_1 + l_{in} + q_{in} = u_2 + p_2v_2 + w_2^2/2 + gz_2$$

si separa il lavoro l_{in} fornito dalla pompa in due parti, dette l_{Cons} quello necessario per bilanciare i tre termini conservativi e l_{PC} quello che verrà dissipato dalle perdite di carico,

si sostituisce $l_{in} = l_{Cons} + l_{PC}$ ottenendo

$$u_1 + p_1v_1 + w_1^2/2 + gz_1 + l_{Cons} + l_{PC} + q_{in} = u_2 + p_2v_2 + w_2^2/2 + gz_2$$

ora è possibile evidenziare e separare i termini che contribuisco alle variazioni della sola energia interna (spesso come temperatura)

(a) $u_1 + l_{PC} + q_{in} = u_2$, introdurli al secondo termine e semplificare

$$\underline{u_1} + p_1v_1 + w_1^2/2 + gz_1 + l_{Cons} + l_{PC} + \underline{q_{in}} = \underline{u_1} + l_{PC} + \underline{q_{in}} + p_2v_2 + w_2^2/2 + gz_2$$

restano così solo i termini che riguardano l'energia meccanica e le perdite di carico

(b) $p_1v_1 + w_1^2/2 + gz_1 + l_{in} = p_2v_2 + w_2^2/2 + gz_2 + l_{PC}$

Le due equazioni (a) e (b) permettono di fare i bilanci "del calore" e "del lavoro" in modo indipendente, e comunicano tra di loro tramite il solo termine dell'energia dissipata L_{PC}.

Si riporta la sola equazione delle quantità meccaniche nelle tre unità di misura:

energia meccanica	$p_1v_1 + w_1^2/2 + gz_1 + l_{in} = p_2v_2 + w_2^2/2 + gz_2 + \mathbf{l_{PC}}$	[J/kg]
pressione	$p_1 + \rho w_1^2/2 + \rho gz_1 + \Delta p_{in} = p_2 + \rho w_2^2/2 + \rho gz_2 + \mathbf{\Delta p_{PC}}$	[Pa]
altezza	$p_1/\gamma + w_1^2/2g + z_1 + \Delta p_{in}/\gamma = p_2/\gamma + w_2^2/2g + z_2 + \mathbf{\Delta z_{PC}}$	[m]

Se inoltre la pompa non è ideale, introdurrà un lavoro maggiore $L_{in\_re} = L_{in}/\eta$, dove la parte in più è dissipata immediatamente nel fluido (per attrito delle pale) come ulteriore energia interna.
Le perdite di carico nelle condotte vengono suddivise in concentrate e distribuite.

Concentrate: dovute a fattori locali, come variazioni improvvise della sezione, curve, giunzioni e biforcazioni, valvole

Distribuite: dovute all'attrito sulle pareti di lunghe condotte

Sono normalmente espresse come frazione dell'energia cinetica specifica del flusso

Perdite Concentrate: $K * [w^2/2;\ \rho w^2/2;\ w^2/2g]$

Il coefficiente K si trova tabulato per varie geometrie usuali, espresso su grafici o in funzione di semplici relazioni tra grandezze note (rapporto di aree, angoli di deviazione etc)

Perdite Distribuite $[l_{PC};\ \Delta p_{PC};\ \Delta z_{PC}] = f\ L/D\ [w^2/2;\ \rho w^2/2;\ w^2/2g]$

Il coefficiente f (a volte λ) è funzione del N° di Reynolds; per tubi non cilindrici, si usa il diametro idraulico D_{idr}=4A/Perimetro. f varia in funzione della rugosità delle superfici: si distinguono tubi lisci e tubi scabri aventi come parametro la rugosità relativa al diametro ($\varepsilon_{rel} = \varepsilon/D$). E' espresso in forma esplicita o implicita a seconda dei valori, con formule o graficamente nell'abaco di Moody.

Per una linea di condotte di diametro variabile con giunzioni e curve, si ottiene quindi

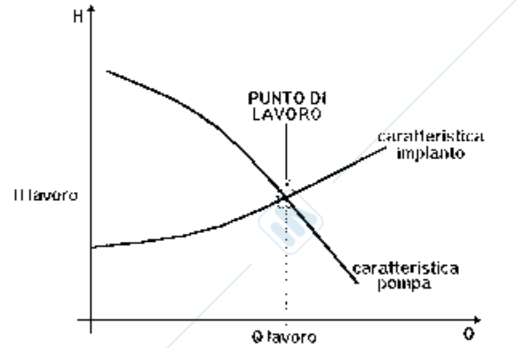
$$\Delta P_{PC\text{-}tot} = \Sigma_i\ f_i\ L_i/D_i\ \rho w_i^2/2 + \Sigma_j\ k_j\ \rho w_j^2/2$$

Le perdite concentrate sono indicate a volte come numero di diametri equivalenti, cioè ad ogni singolarità j corrisponde una perdita di carico pari a N volte L/D; ciò facilita i calcoli delle perdite di carico in una linea a diametro costante, perché nei calcoli sostituisce ogni singolarità con una lunghezza equivalente.

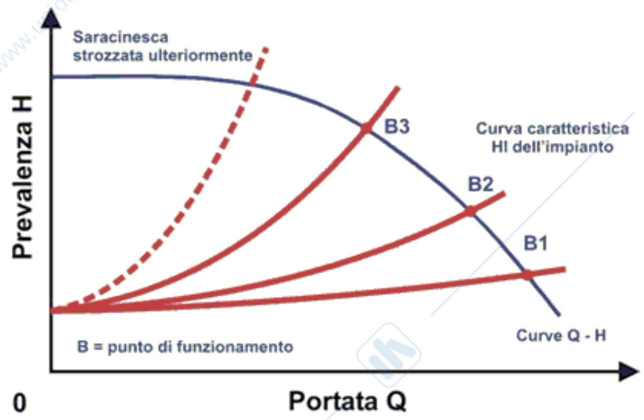
Curve caratteristiche, punto di lavoro

La caratteristica di un impianto viene espressa come perdita di pressione (etc..) in funzione della portata; è l'equivalente elettrico di una resistenza, può avere una parte fissa (quota da superare) ed una quadratica (perdite di carico). La caratteristica di una pompa viene espressa come pressione o carico fornito in funzione della portata, spesso ha come parametro la velocità (RPM); è l'equivalente elettrico di un generatore non ideale. Rappresentandole sullo stesso grafico, l'incrocio delle due curve individua il punto di funzionamento.

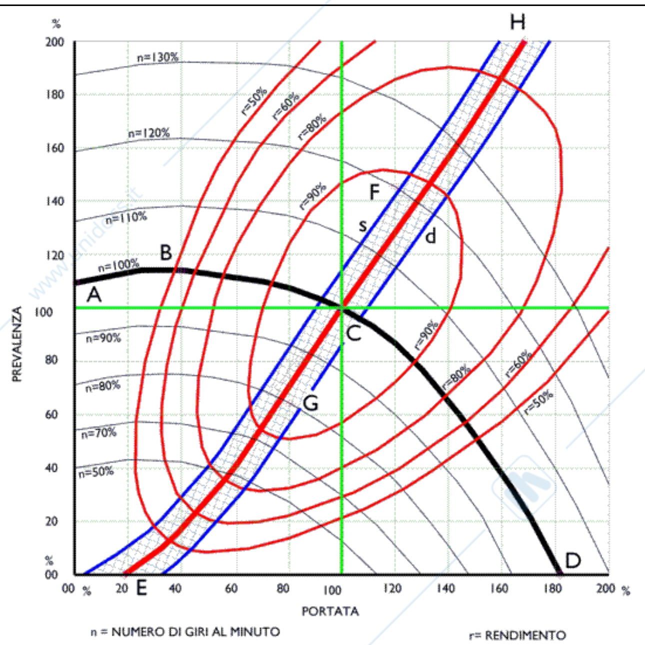
Punto di lavoro



La regolazione (p.e. per variare la portata) può essere effettuata modificando una o entrambe le curve caratteristiche a seconda delle possibilità, tipicamente su quella dell'impianto azionando una valvola, o su quella della pompa variandone la velocità.



Regolazione su curva impianto
Blu = pompa
Rosso = impianto a varie aperture della valvola di regolazione



Regolazione su curva pompa
Valori delle curve in % rispetto ai valori nel punto di ottimo C
Curve nere = caratteristica della pompa a vari regimi
Rossa banda blu = caratteristica impianto con margini di errore
Linee rosse = iso-rendimento 90% 80% …
La regolazione avvierne variando la velocità della pompa, che è stata scelta accoppiandola correttamente all'impianto in modo che il punto di lavoro si trova sempre nella zona di miglior rendimento per ciascun regime

19b Impianti idraulici, esercizi

1) Una pompa centrifuga con le seguenti curve caratteristica e di rendimento (H[m], Q[m³/s]):

$$H_p = 26 + 2\,Q - 85\,Q^2$$
$$\eta = 1 - 0.3\,Q - Q^2$$

è installata sul circuito di raffreddamento di un condensatore predisposto per assorbire una potenza termica di 15 MW. L'acqua calda, dopo avere attraversato il condensatore viene inviata ad una torre di raffreddamento. L'ingresso dell'acqua nella torre è posto in una vasca il cui pelo libero, a pressione atmosferica, è mantenuto ad una quota $h_1 = 7$ m. L'acqua viene raffreddata nella torre e viene raccolta sotto di essa in una vasca il cui pelo libero, a pressione atmosferica, è mantenuto ad una quota $h_2 = 2$ m. La pompa aspira l'acqua da tale vasca e la reinvia al condensatore il cui attraversamento causa una perdita di carico concentrata pari a 5 quote cinetiche. Considerato che il circuito, costituito da tubi di diametro costante pari a D = 300 mm e lunghezza di 25 metri a monte e 40 metri a valle della pompa, si valutino il punto di funzionamento, la potenza assorbita dalla pompa e l'incremento di temperatura dell'acqua nell'attraversamento del condensatore.

2) Il funzionamento di una pompa centrifuga in rotazione alla velocità di rotazione di 1500 Rpm e che elabora olio diatermico è descritto dalla curva caratteristica:

Q (m^3/h)	H (m)	η(%)
0	31	
50	30.6	44
100	29.4	70
150	27.4	78
200	24.6	75
250	21	70

L'impianto è definito da un dislivello geodetico di 18 m, le tubazioni hanno un diametro D = 10 cm e una lunghezza complessiva di 25 m. Si ipotizzi la curva di impianto parabolica e si determini il punto di funzionamento e la potenza assorbita dalla macchina.

3) Un impianto di ventilazione è costituito da una tubazione a sezione quadrata di lato 20 cm e rugosità relativa pari a 6 ‰ in cui scorre aria a temperatura ambiente. La tubazione ha lunghezza complessiva L = 50 m e presenta perdite concentrate pari a 10 m. Ipotizzando una portata richiesta pari a 100 m^3/h calcolare la prevalenza che il ventilatore di alimentazione deve fornire e la relativa potenza se il rendimento della macchina è 0.78

4) Una rete di teleriscaldamento urbano è alimentata con acqua calda pressurizzata a 130°C, 10 bar che ritorna alla centrale a 75 °C dopo aver subito perdite di carico concentrate sulla linea pari a 40 m.c.a.. L'attraversamento degli scambiatori di calore della centrale comporta una perdita di carico aggiuntiva di 10 m.c.a. . Le tubazioni hanno diametro D = 60 cm e lunghezza complessiva 1 km e coefficiente di perdita $\lambda = 0.03$. L'acqua della rete è movimentata da una pompa avente la curva caratteristica $H = 118 - 75Q^2$ e di rendimento $\eta = 0.5 + 0{,}47Q - 0{,}148Q^2$. I rendimenti organico ed elettrico dei motori che azionano le pompe (all'incirca costanti al variare della portata) sono rispettivamente 98% e 94%. Determinare la potenza elettrica assorbita dalla pompa di circolazione nel punto di funzionamento e determinare l'incremento di temperatura del liquido a causa di tutte le dissipazioni dell'impianto.

- L'istallazione della pompa alla mandata della rete (a valle dello scambiatore di calore) è una buona idea?
- Inoltre, la portata diretta al teleriscaldamento è scaldata tramite uno scambiatore di calore in controcorrente da un flusso di vapore saturo alla temperatura di 140°C. All'uscita dello scambiatore il fluido scaldante è in condizioni di liquido saturo. Sapendo che il coefficiente di scambio termico tra tubazione e acqua è ha=2200 W/m^2K e quello tra tubazione e vapore è hv= 500 W/m^2K, determinare il diagramma di scambio termico, la portata di vapore necessaria a scaldare il fluido diretto al teleriscaldamento e la superficie dello scambiatore.

20 Temi d'esame

1) In un tubo (D_{int}= 2.5cm, spessore = 5 mm, lunghezza L=5 metri) costruito in ghisa (r_g=7200 kg/m^3, c_{P_g}= 469 J/kg.K, l g=60 W/m.K), scorre 1 l/s di acqua a 60°C. Determinare il coefficiente di convezione lato interno h_{int}. Relazione per il numero di Nusselt in cilindri a sezione circolare:

moto laminare Nu = 3.66

moto turbolento Nu = 0.023 * $Re^{0.8}$ $Pr^{1/3}$ (valida 0.7<Pr<160, Re>10'000)

Soluzione (TEMA D'ESAME del 14 gennaio 2008)

Ipotesi: poiché è esperienza comune che un tubo di metallo in aria percorso da acqua calda scotta come la stessa acqua, è lecito supporre che le temperature dell'acqua e del tubo in ogni suo punto siano molto prossime ($T_{pareteInterna}$ = $T_{pareteEsterna}$ = $T_{liquido}$ = **T_{film} = 60°C**)

Acqua a 60°C, 1 kg/s, r_{H2O}=985 kg/m^3, l_{H2O} = 0.648, m_{H2O} = 0.000501, Pr = 3.24

D=2.5cm = 0.025m, A= pD^2/4=4.9 cm^2, m'= r w A fi **w**= 1/985/(0.00015625) = 2.07 m/s

Re = 985 * 2.07 * 0.025 / 0.000501 = **101'700** il moto è chiaramente turbolento (all'interno di tubi, il limite è Re>2500÷4000, Re = r w D / m, la lunghezza da usare è il diametro interno)

Nu = 0.023 * $Re^{0.8}$ $Pr^{1/3}$ = 0.023 * $101'700^{0.8}$ $2.69^{1/3}$ = **324**

Nu = h D / l fi **h** = 324*0.648 / 0.025 = **8'404 W/m²K** (la lunghezza da usare è il diametro)

A posteriori si potrà verificare che DT_{acqua} @0.05 gradi tra ingresso e uscita: trascurabile.

2) Il tubo dell'esercizio precedente viene rivestito di materiale isolante (spessore s_{is}=2cm, l_{is}=0.4 W/m.K) e si trova in un ambiente a 20°C con coefficiente di convezione h_{est}=10 W/m²K. Determinare la quantità di calore dispersa, la temperatura esposta all'aria. Specificare le ipotesi e/o semplificazioni adottate. Dire se è stata una buona scelta di rivestire il tubo con questo isolante.

Soluzione (TEMA D'ESAME del 14 gennaio 2008)

R_{conv_int}=1/($h_{int}A_{int}$)=1/8400/(p*0.025*5) = 0.0003 **@ 0**

R_{tubo} =ln(0.0175/0.0125) / (2p*5*60) = 0.00018 **@ 0** (confermano le ipotesi aftte all'esercizio 1)

R_{is}= ln(r_2/ r_1)/(2pLl) = ln(3.75 / 1.75) / (2*p *5*0.4)= 0.7621/12.56 = **0.0607**.

R_{conv_est}= 1/hA = 1/(10*p*0.075*5) = **0.0849**, S=**R_{tot}= 0.1456**

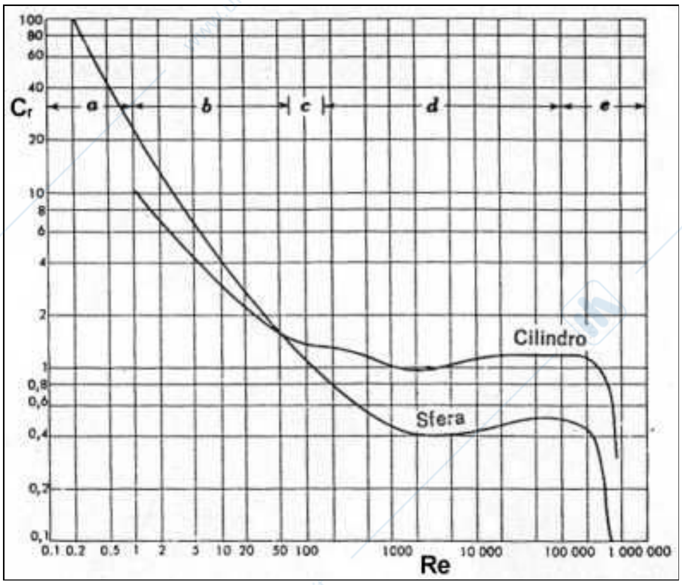
Q' = DT/R_{tot} = 40/0.1456 = **275W**. **DT_{is}**=275*0.0607 = **16.7°C**. **DT_{Aria}**=40-26.4= **23.3°C**.

T_{est}= 43.3°C. $D_{critico}$ = 8 cm fi $D_{attuale}$= 7.5 cm, ora disperde di più, cattiva scelta!

Meglio senza questo isolante, o con molto più spessore, o con un isolante migliore (l_{is}=0.1 p.e.)

3) Per il tubo isolato dell'esercizio precedente verificare il reale valore del coefficiente di convezione h_{est}, e la forza totale esercitata sul tubo, nei casi in cui la velocità dell'aria esterna sia 1 e 10 m/s in direzione perpendicolare al tubo.

Campo Re	Nu=
0.4 , 4	0.989 $Re^{0.330}$ $Pr^{1/3}$
4 , 40	0.911 $Re^{0.385}$ $Pr^{1/3}$
40 , 4'000	0.683 $Re^{0.466}$ $Pr^{1/3}$
4'000 , 40'000	0.193 $Re^{0.618}$ $Pr^{1/3}$
40'000 , 400'000	0.027 $Re^{0.805}$ $Pr^{1/3}$



Soluzione (TEMA D'ESAME del 14 gennaio 2008)

Aria a 300K, r_{Aria}=1.177 kg/ m^3, l_{Aria} = 0.0261, m_{Aria} = 0.000'018'5, Pr_{Aria} = 0.712

D_{tot} = 2.5+1+4= 7.5 cm

3a)$\mathbf{Re_{aria1}}$ = $\rho_{aria}\, w_{aria1}\, D_{aria} / \mu_{aria}$ =1.177*1*0.075/ 0.000'018'5 = **4'772** $\Rightarrow$ C_D=1.1
$\mathbf{Nu_1}$ = 0.193 * $4772^{0.618}$ $0.712^{1/3}$ = **32.3**
$Nu_1 = h_1\, D_{esterno} / \lambda_{aria}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{h_1}$ = 32.3 * 0.0261 / 0.075 = **11.2 W/m²K**
$\mathbf{F_1}$= C_D ½ρ_{aria} w^2 $A_{frontale}$= C_D ½ρ w^2 D*L= 1.1*0.5*1.2*1^2*0.075*5 = **0.25N** (=0.05 N/m)

3b) $\mathbf{Re_{aria10}}$ = $\rho_{aria}\, w_{aria2}\, D_{aria} / \mu_{aria}$ = 1.177*10*0.075/ 0.000'018'5 = **47'716** $\Rightarrow$ C_D=1.2
$\mathbf{Nu_{10}}$ = 0.027 * $47716^{0.805}$ $0.712^{1/3}$ = **140.7**
$Nu_{10} = h_{10}\, D_{esterno} / \lambda_{aria}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{h_{10}}$ = 140.7 * 0.0261 / 0.075 = **48.9 W/m²K**
$\mathbf{F_{10}}$= 1.2*0.5*1.2*10^2*0.075*5 = **27N** (=5.4 N/m)

4) Per il tubo isolato dell'esercizio 2 calcolare l'energia dispersa per irraggiamanto. Considerare i coefficienti di emissività di tutte le superfici pari a 0.9.

Soluzione (TEMA D'ESAME del 14 gennaio 2008)

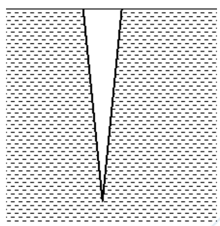
Ipotizzo la superficie dell'ambiente esterno a temperatura ambiente, e abbastaza grande da risultare infinita ($\Rightarrow$ resistenza termica nulla).
T_{sup}= 43.3°C, T_{amb}=20°C, **Q'**= 0.9 * (π*0.075*5)* 5.67*10^{-8} ($316.4^4 - 293^4$) = **159W**

5) Affinchè un certo frigorifero (parallelepipedo cm 60x60x160) rientri nella classe energetica A il calore che in tutto entra attraverso le pareti deve essere inferiore a 100W. Ipotizzando $T_{esterno}$=25°C, $T_{interno}$=4°C, $h_{esterno}$=5W/m²K, $h_{interno}$=3W/m²K, pareti in acciaio (spessore 0.8 mm, altri dati come la ghisa dell'esercizio 1), determinare lo spessore di isolante da utilizzare (λ_{is}=0.1 W/m.K). Specificare le ipotesi o semplificazioni adottate.

Soluzione (TEMA D'ESAME del 14 gennaio 2008)

Considero la superficie globale del frigorifero, ed approssimo $S_{interno}=S_{esterno}$ supponendo che lo spessore di isolante risulterà sufficientemente ridotto da mantenere l'approsimazione accettabile. Parete costituita da due lamiere di acciaio con intercapedine di isolante. **Area_tot = 4.56** m²
Q'/A=Φ=100/4.56=21.9 W/m². Φ =ΔT/R_{sp} da cui R_{sp}= (25-4)/21.9 = 0.9576 K.m²/W.
R_{tot_sp}= 0.9576 = $1/h_{int} + 1/h_{est} + s_{Al}/\lambda_{Al} + s_{Al}/\lambda_{Al} + s_{is}/\lambda_{is}$ $\Rightarrow$ s_{is}/λ_{is}= 0.9576 – 1/5 – 1/3 – 2*0.0008/60 = 0.4242 $\Rightarrow$ $\mathbf{s_{is}}$= 0.4242*0.1 = 0.042m = **42mm**

6) in una parete viene praticato un foro conico avente h = 4 D , determinarne il fattore di vista verso l'esterno.



Soluzione (TEMA D'ESAME del 14 gennaio 2008)

Per il calcolo della superficie laterale del cono A_L, sia a = $[(1/2\ D)^2 + h^2]^{0.5}$ = $(0.25D^2+16D^2)^{0.5}$= 4.031D, A_L =πD*4.03D /2 = 2.016πD^2
superficie di base A_B = 0.25πD^2 fittizia, messa come "tappo piano" al foro permette di calcolare i fattori F_{BB}=0 (è piana), da cui F_{BL}=1, per cui A_B* F_{BL} = A_L * F_{LB} da cui
$F_{LB} = A_B * F_{BL} / A_L$ = 0.25$\underline{\pi D^2}$ * 1 / 2.016$\underline{\pi D^2}$= 0.124. $\mathbf{F_{L-Esterno} = F_{LB}}$ **=0.124**

7) (Es 4.2) Il tetto di un edificio a parallelepipedo (pianta 10x20 m, altezza 5 m, dati in comune con l'esercizio 2) si trova a 5°C, il vento soffia a 30 km/h, la temperatura dell'aria è 0°C. Determinare l'energia asportata per convezione dal solo tetto. Specificare con un disegno la direzione del vento scelta.

lastra piana, Re :	Nu (es1)	C_f (es2)
Re < 500'000	0.664 $Re^{1/2}$ $Pr^{1/3}$	1.328 / $Re^{1/2}$
Re > 500'000	(0.037 $Re^{4/5}$ -871) $Pr^{1/3}$ (0.6<Pr<60, 5*10^5<Re<10^7)	0.037 / $Re^{1/5}$
Re >> 500'000	0.037 $Re^{4/5}$ $Pr^{1/3}$ (0.6<Pr<60, 5*10^5<Re<10^7)	

Soluzione (TEMA D'ESAME del 5 febbraio 2008):

T_{film}=2.5°C=275K, da tabelle ρ=1.3, λ=0.0241, μ=0.000'0172, Pr=0.718 (valori approssimati ottenuti a T simili sono accettabili), w=8.3 m/s,

- vento a 90°: Re= 1.3*8.3*10/0.000'0172= 6'273'256 Si trova (3^a relazione) Nu= 9087, (2^a relazione Nu= 8303, la differenza è del 10%), **h**=8303*0.0241/10= **20 W/m^{2}K**. Q' = h A ΔT =20* 200 * 5 = **20 kW (22 kW)**
- Vento //: Re= 1.3*8.3*20/0.000'0172= 12'546'512 (3^a relazione). Si trova Nu_2= 15035, (Nu_3= 15823, diff 5%), **h**=15035*0.0241/20= **18 W/m^{2}K** . Q' = h A ΔT =18* 200 * 5 = **18 kW (19 kW)**

8) L'edificio del punto 1 è investito dal vento a 150 km/h. Confrontare la spinta sulla facciata più grande con vento orizzontale ad essa perpendicolare (approssimare C_D=1), con l'attrito sul tetto.

Soluzione (TEMA D'ESAME del 5 febbraio 2008):

Spinta sulla facciata F_{facc}= ½ ρ w^2 A = 0.5* 1.3 * 42^2 * 5*20 = 112'800 N =(1128 N/m^2)
Attrito sul tetto: Re= 31'366'280 , C_f= 0.037 / $Re^{1/5}$= 0.00117, $F_{tetto//}$= C_f ½ ρ w^2 A= 267 N (1.34 N/m^2). Non è questa che preoccupa.

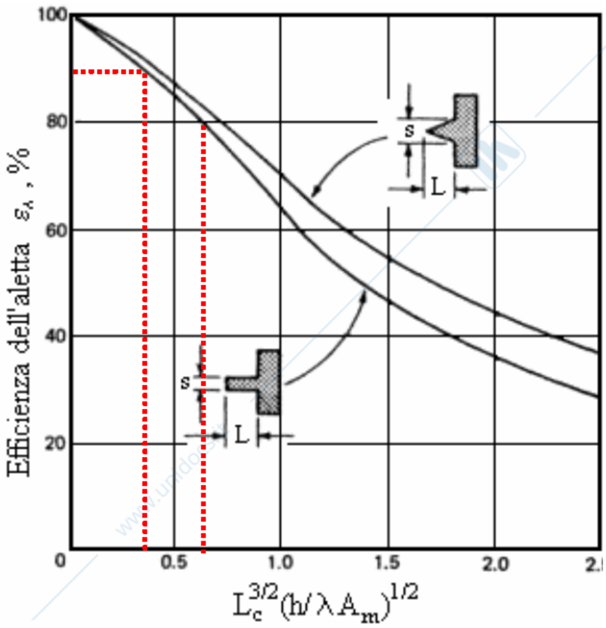
9) Il coefficiente di vista di un cerchio rispetto ad un altro (detti r_1 e r_2 i raggi), tra loro coassiali e paralleli (distanza h), è dato dalla seguente formula: detti $R_1=r_1/h$, $R_2=r_2/h$, $X=1+(1+R_{22})/R_{12}$ F_{12}= 1/2 $\{X - [X^2 - 4(R_2/R_1)^2]^{0.5}\}$. Per una lamiera arrotolata a cilindro (senza basi) avente D=1m, h = 0.5 m, ε=0.8, T=100°C, che si trova in un locale T=20°C, ε=0.8, determinare l'energia scambiata per irraggiamento.

Soluzione (TEMA D'ESAME del 5 febbraio 2008):

occorre calcolare l'energia scambiata tra superficie esterna e ambiente: fattore di vista 1, si può scegliere un ambiente di area sufficientemente grande da essere considerata infinita, per cui
Q'$_{est-amb}$= $\sigma(T_C^4-T_A^4)$ / $[(1-\varepsilon_C)/(A_C\varepsilon_C) + 1/(A_C F_{C-A}) + (1-\varepsilon_A)/(A_A\varepsilon_A)] \cong A_C F_{C-A} \varepsilon_C \sigma(T_C^4-T_A^4) = \pi$ *D h*1*0.8*5.67*(3.73^4-2.93^4) = **853 W**
L'energia scambiata tra superficie interna e ambiente: occorre calcolare il fattore di vista F_{L-A}= $F_{L-(B1+B2)}$= 2 F_{L-B} a cui si puo arrivare per reciprocità di F_{B-L}, complemento di F_{B-B} .
$R_1=R_2=1$, X=3, $F_{B-B}=F_{12}$= 1/2{3 – [9– 4]$^{0.5}$}= 0.38
F_{B-L}= 1– F_{B-B}=0.62
$A_B F_{B-L}$= $A_L F_{L-B}$ da cui **F_{L-B}** = $A_B F_{B-L}/A_L$
= $\pi D^2/4$ * 0.62 / πDh = 1/4 * 0.62 / 0.5 = **0.31**
Q'$_{int-amb}$= $A_L F_{L-est} \varepsilon_C \sigma(T_C^4-T_A^4)$ = (2*0.31) Q'$_{est-amb}$ = 0.62*853 W = 529W
Calore totale per irraggiamento: 529+853 W= **1'382 W**
NB: per chi volesse fare i conti in un colpo unico, ricordarsi che si sommano le conduttanze in parallelo, e le resistenze in serie.

10) (es2.3) Per raffreddare un componente elettronico che deve dissipare 100W, senza superare i 60°C in un ambiente a 40°C, si usano alette rettangolari in alluminio (ρ=2700 kg/ m^3, cP=900 J/kg.K, λ=200 W/m.K), spessore s=1mm, larghezza w=60mm, convezione forzata tale che h=50 W/m^{2}K. Determinarne la lunghezza L che dia efficienza minima del 90%, ma che non superi i 4 cm per motivi di ingombri. Determinare quindi il numero di alette necessarie. (Nel grafico, capire cos'è A_m)

Grafico	**L_c**	**A_m**
Rettangolari	L + s/2	L * s
triangolari	L	L * s/2



Soluzione (TEMA D'ESAME del 5 febbraio 2008):

Prima possibilità: si verifichi subito l'efficienza per aletta da L=4 cm: $L_c = 0.04 + 0.001/2 = 0.0405$, parametro $L_c^{3/2}\ [h/\lambda /L/s)]^{1/2} =$
$= 0.0405^{3/2} * [50/200/0.04/0.001)]^{1/2} =$
$= 0.00815 * 6250^{1/2} = 0.644$
da cui efficienza circa 80%. 4 cm sono troppi.

Per risolvere L, si può approssimare $L_c \cong L$ e semplificare la formula
$L_c^{3/2}\ [h/\lambda /L/s)]^{1/2} = L^{3/2}\ h^{1/2}\ \lambda^{-1/2}\ L^{-1/2}\ s^{-1/2} = L^1\ h^{1/2}\ \lambda^{-1/2}\ s^{-1/2}$
Da cui risulta che il parametro è lineare con L. Visto l'andamento abbastanza lineare dell'efficienza fino a 80%, si deduce che l'efficienza 90% si trova per L dimezzata, cioè circa 2 cm.

Risolvendo la ricerca di L_{aletta} come inizio, con l'approssimazione $L^1\ h^{1/2}\ \lambda^{-1/2}\ s^{-1/2}$: sul grafico si trova che per η=90% il parametro vale circa 0.35. Da cui $L^1\ h^{1/2}\ \lambda^{-1/2}\ s^{-1/2} = 0.35$
$L^1 = 0.35\ h^{-1/2}\ \lambda^{1/2}\ s^{1/2} = 0.35 * 50^{-1/2}\ 200^{1/2}\ 0.001^{1/2} = 0.022$ m = 2.2 cm

A questo punto $Q' = \eta\ h\ A_{tot}\ \Delta T$ numericamente <u>100</u> = 0.90 * <u>50</u> * n * (<u>2</u>*0.0225*0.060)*20 da cui n= 41.15, intero superiore è 42 alette. Non sono stati considerati coefficienti di sicurezza (sporcamento, perdita efficienza ventole etc).

11) Un tubo (D_{est}=10cm, D_{int}=8.5cm, lunghezza 6m) di acciaio (ρ=7870 kg/ m^3, c_P=450 J/kg.K λ=70 W/m.K) dopo la trafilatura si trova a 160°C; viene lasciato all'aria (T_{aria}=20°C, convezione h=5 W/m^{2}K): dopo quanto tempo può essere maneggiato senza problemi?

Soluzione (TEMA D'ESAME del 5 febbraio 2008):

Si verichi tramite il numero di Biot se il problema può essere affrontato con il metodo dei parametri concentrati. Come prima approssimazione in $Bi = hL/\lambda$ si può scegliere L=spessore=7.5mm, poiché la massa da raffreddare è quella dell'acciaio, e la superficie attraverso cui si raffredda è principalmente quella esterna (il tubo è così lungo e stretto che all'interno circola poca aria, se non la si forza), lo spessore abbastanza piccolo rispetto al diametro. Si ottiene Bi= 5*0.0075/70 = 0.0005, verificato. Sarebbe stato possibile scegliere L=Volume_corona_cilindrica/area_esterna.

Per maneggiarlo si scelga per esempio T_{finale}=30°-40°C, ΔT_{finale}=10°-20°C, $\Delta T_{t=0}$=140°C, $\Delta T_{finale}/\Delta T_{t=0} = e^{-t/\tau}$, $\tau = \rho\ V\ c_P\ /\ (h\ A) = \rho * \underline{\pi}(D_2^2 - D_1^2)/4 * \underline{L} * c_P\ /\ (5 * \underline{\pi}\ D\ \underline{L})$ = 7870 * (0.1^2-0.085^2) * 450 / (4 * 5 * 0.1) = **4900s**

T_{finale} = 30, **t** = - ln(10/140)*τ= 2.64*4900 s = **12900 s = 3h35'**.
T_{finale} = 40, **t** = - ln(20/140)*τ= 1.94*4900 s = **9535 s = 2h40'**.

12) In un edificio la temperatura interna è 22°C (coefficiente di convezione h_{int} = 6 W/m^2.K), quella esterna 0°C (coefficiente di convezione h_{est} = 14 W/m^2.K). Le pareti sono in laterizio semplice (spessore 30 cm, conducibilità λ_m= 0.7 W/m.K), le finestre in doppio vetro (spessore s_V = 4 mm conducibilità λ_V= 1.3 W/m.K) separate da intercapedine d'aria (moti convettivi assenti). Dall'interno dell'edificio sono più caldi i muri o i vetri delle finestre?

Soluzione (TEMA D'ESAME del 5 febbraio 2008):

Si confronti la resistenza termica (specifica per semplicità) dove c'è la parete ($R_{par} = 1/h_{int} + s_p/\lambda_p + 1/h_{est}$ = 1/6 + 0.3/0.7 + 1/14 = 0.667 K.m^2/W), con la resistenza delle finestre, scelto lo spessore dello strato d'aria (p.e. 15 mm), la cui conducibilità si ricava dalle tabelle per una temperatura all'incirca intermedia tra esterno ed interno (λ=0.0246), si ottiene: $R_{fin} = 1/h_{int} + s_v/\lambda_v + s_a/\lambda_a + s_v/\lambda_v + 1/h_{est}$ = 1/6 + 0.004/1.3 + 0.015/0.0246 + 0.004/1.3 + 1/14 = 0.854 K.m^2/W. In tal caso la resistenza termica della finestra è maggiore di quella della parete, quindi il flusso termico inferiore ($Q'sp = \Delta T/R_{tot} \Rightarrow \Phi_{par}$=22/0.667 = 33 W/m^2, Φ_{fin}=22/0.854 = 25.8 W/m^2). Si possono quindi calcolare le temperature delle superfici interne, oppure semplicemente ragionando stabile quale strato convettivo abbia ΔT maggiore: poiché $\Phi = \Delta T_{conv}/R_{conv}$ risulta $\Delta T_{conv} = \Phi * R_{conv}$ con R_{conV} uguale nei due casi ($1/h_{int}$) e flusso diverso che determina la differenza: $\Delta T_{conv\_par} = \Phi_{par} * R_{conv} > \Delta T_{conv\_fin} = \Phi_{fin} * R_{conv}$ per cui la parete è più fredda della finestra. Numericamente:

DT_{conv_par} = 33*1/6= 5.5°C, $\mathbf{T_{par}}$ = 22-5.5 = **16.5**
DT_{conv_fin} = 25.8*1/6= 4.3°C , $\mathbf{T_{fin}}$ = 22-4.3 = **17.7 (+ calda)**

13) Ricavare il valore del raggio critico in materiale conduttore termico a geometria cilindrica, spiegandone il significato e l'uso.

Soluzione (TEMA D'ESAME del 5 febbraio 2008):

Si trova l'espressione simbolica della resistenza termica R_{tot} per uno tubo di materiale dato (dati: r_{int}, r_{est}, L, l; dove r_{est} sia variabile) con all'esterno condizioni convettive (dati: h). Si annulli la derivata prima di R_{tot} rispetto a r_{est}, ciò fornisce un valore dove, con altri semplici ragionamenti, c'è un minimo di R_{tot}, quindi un massimo di dispersione di calore. Al disopra di tale valore, l'aggiunta di spessore aumenta la resistenza termica, al di sotto la diminuisce. Se la cosa sia positiva o negativa dipende dallo scopo dell'applicazione.

14) metodi numerici: per una geometria 2D variabile nel tempo, per una generica cella a magliatura quadrata, ricavare l'equazione per una iterazione con un metodo del primo ordine, e spiegare cause e limiti dovuti ai problemi di instabilità.

Soluzione (TEMA D'ESAME del 5 febbraio 2008):

Dal 1° principio della termodinamica, considerando il lavoro nullo, si ottiene Q_{in}=DU, da applicare ad una cella generica (m,n) di lati Dx=Dy, altezza ininfluente Dz, volume V=Dx*Dy*Dy, massa m=r*V, che riceve calore per generazione interna g' (W/m^3) e per flussi conduttivi dalle celle adiacenti (Q_{con} = $DT_{spaziale}$ * l * A / L * Dt). I bilanci danno nell'intervallo temporale Dt=t^{i-1}-t^i,

$Q_{generato\_in}$= g'* Dx Dy Dz * Dt

$Q_{conduzione\_x\_in}$= ($T_{m,n}^i$ -$T_{m-1,n}^i$) * l * DyDz / Dx * Dt $Q_{\_..x+Dx\_in}$= ($T_{m,n}^i$ -$T_{m+1,n}^i$) *…

$Q_{conduzione\_y\_in}$= ($T_{m,n}^i$ -$T_{m,n-1}^i$) * l * DxDz / Dy * Dt $Q_{\_..y+Dy\_in}$= ($T_{m,n}^i$ -$T_{m,n+1}^i$) *…

DU = r DxDyDz c_P ($T_{m,n}^{i+1}$ -$T_{m,n}^i$)

da esplicitare rispetto a $T_{m,n}^{i+1}$

stabilità: l'energia in ingresso per conduzione dalle 4 celle adiacenti, per esempio più fredde, nell'intervallo Dt non deve mai far diventare la $T_{m,n}$ superiore alle T delle 4 celle adiacenti. Verrebbe violato il secondo principio delal termodinamica.

15) Una piastra d'acciaio inox (r=7800 kg/ m^3, c_P=450 J/kg.K, l=16 W/m.K) di spessore 0.2 m, inizialmente alla temperatura uniforme T_0 = 20 °C, è riscaldata in un forno fino a che il centro raggiunge la temperatura T = 500 °C. La temperatura del forno è T_{forno} = 800 °C ed il coefficiente di convezione vale h= 150 W/(m^{2}K). Determinare: il tempo necessario per raggiungere al centro la temperatura desiderata, la temperatura raggiunta in superficie.

Soluzione (TEMA D'ESAME del 5 febbraio 2008):

Si calcoli il numero di Biot: per una parete che scambia calore su entrambe le facce la L caratteristica è il semispessore L=0.1m. Bi=hL/l = 150*0.1/16 = 0.9375, i coefficienti da utilizzare sono l_1= 0.8397 A_1=1.1131. La temperatura adimensionalizzazioni siano: X=x/L, q=($T_{X,t}$-$T_¥$)/($T_{X,0}$-$T_¥$), condizioni iniziali $T_{X,0}$ =20, $q_{X,0}$ =1, si cercano t tale che $T_{X=0,t}$ = 500 , $q_{0,t}$ =(500-800)/(20-800)=0.385, e la $T_{X=1,t}$ nello stesso istante.

$q_{0,t}$ = A_1 exp(-l_1^2 t) 0.385=1.1131 exp(-0.8397^2 t) 1.0617=0.8397^2 t   t=1.506

t= 1.506 = a t / L^2 t= L^2 t /a= 0.01*1.506/ (16/7800/450) = 3300s, cioè **55 minuti**

in tale istante, la temepratura alla superficie è , $q_{1,t}$ =0.385*cos(0.8397rad) = 0.257

quindi invertendo l'adimensionalizzazione (T-800) = 0.257*(20-800) si ottiene $\mathbf{T_{superficie}}$**=599**.

16) In un edificio i condotti dell'aria condizionata che arrivano in ciascuna bocchetta hanno sezione cm 20x40, (Taria=10°C, velocità 1 m/s), il coefficiente di convezione esterno ai condotti è quello dominante per la dispersione del freddo e vale 5 W/m^{2}K. Determinare la lunghezza dei condotti che fa perdere al flusso di aria fredda il 50% della sua capacità frigorifera.

Soluzione (TEMA D'ESAME del 5 febbraio 2008):

Il condotto può essere considerato come uno scambiatore di calore di superficie incognita S=PxL (Perimetro x Lunghezza). Per risolvere il problema delle temperature non esplicitate, si possono scegliere per esempio $T_{ambiente}$=30°C, cosicchè $T_{uscita\_bocchette}$=20°C (il ΔT dell'aria fredda rispetto all'ambiente passa da 20 a 10°C, è perso il 50% della capacità frigorifera).

m'= ρ w S = (P/R/T) w S = 101325/(8314/29)/283 * 1 * 0.2*0.4 = 1.25 * 0.08 = 0.100 kg/s.

il calore fornito al flusso è m' c_P ΔT = 0.1 kg/s * 1004 J/kg.K* 10 K = 1004 W

il flusso ha T_{in}=10 T_{out}=20, l'aria ambiente è sempre a 30°C, il ΔT_{ML}= (20-10)/ln(20/10)= 10/ln2= 14.4 °C (se si usasse una media lineare risulterebbe 15).

Sarà quindi Q' = h A ΔT_{ML} , cioè 1004 = 5 * (0.4+0.2)*2 * L * 14.4 da cui L= 11.6 metri.

Considerare h_{tot}=h_{est} vuol dire considerare trascurabili la resistenza termica delle pareti (generalmente metallo sottile, in questo caso non isolato) e la resistenza da convezione interna al tubo (flusso in moto turbolento, coefficienti elevati, resistenza bassa)

Risolvendo con il metodo ε-NTU si ottiene

$0.5=e^{-NTU}$, -ln(0.5)=NTU=h P L / (m' c_P) da cui L=0.693*0.1*1004 / (5*1.2) = 11.6 m

17) In un tubo d'acciaio (L=10 metri, Dint=50mm, spessore 6 mm, c_{P_acc}= 450 J/kg.K, λ_{acc}= 60 W/m.K, ρ_{acc}= 7900 kg/ m^3) scorre acqua calda (T=60°C, hconv=2000 W/m^{2}K); il tubo è rivestito da 20 mm di isolante ($\lambda$is= 0.2 W/m.K), ed è circondato da un ambiente con aria a 10°C, con coefficiente di convezione 10 W/m^{2}K. Determinare la perdita di calore, le temperature alle varie interfacce, se la scelta dell'isolante è stata fatta bene.

SOLUZIONE (TEMA D'ESAME del 26 Febbraio 2008)

Raggi: r_1=0.025, r_2=0.031, r_3=0.051

$R_{tot}=1/h_{int}A_{int}+ \ln(r_2/r_1)/(2\pi L\lambda_{acc})+ \ln(r_3/r_2) /(2\pi L\lambda_{is}) + 1/h_{est}A_{est}$

R_{tot}=1/(2000*2π*0.025*10) +ln(31/25)/(2π*10*60)+ ln(51/31)/(2π*10*0.2) +1/(10*2π*0.051*10)

R_{tot}=1/(2000*2π*0.025*10) +ln(31/25)/(2π*10*60)+ ln(51/31)/(2π*10*0.2) +1/(10*2π*0.051*10)

R_{tot}=0.00032+0.000'057+0.0396+0.031=0.071

Q'=$\Delta T/R_{tot}$= 50/0.071=**702W**

ΔT_{Conv_int}=702*0.00032=0.2°C $\Rightarrow$ $_{Tint\_acc}$=**59.8°C**

ΔT_{Acc}=702*0.000'057=0.04°C (trascurabile) $\Rightarrow$ T_{est_acc}=**59.76°C**

ΔT_{Is}=702*0.0396=27.8°C $\Rightarrow$ T_{est_is}=**31.96°C**

ΔT_{Conv_est}=702*0.031=21.75°C $\Rightarrow$ $_{Taria}$=10.2°C (accettabile per approssimazioni)

R_{cr}=λ/h=0.2/10= 0.02m (=20mm) **scelta isolante OK**, infatti il raggio dell'isolante e maggiore del critico (confrontare lo spessore dell'isolante è un errore).

18) Per raffreddare un componente elettrico a 120°C, in un ambiente a 40°C, si vogliono usare delle alette in lega di alluminio (c_P= 850 J/kg.K, λ= 180 W/m.K, ρ= 2900 kg/ m^3), aventi spessore 2 mm, larghezza 50 mm, con coefficiente di convezione h=10 W/m^{2}K. Determinare la lunghezza alla quale possono essere considerate infinite, e il calore dissipato da una tale aletta.

SOLUZIONE (TEMA D'ESAME del 26 Febbraio 2008)

P=(50+2+50+2)/1000 = 0.104 perimetro

S= 0.05*0.002 = 0.0001 m^2 sezione trasversale

m = $(hP / \lambda S)^{0.5}$= 7.6

$\theta=T(x)-T_\infty$, $\theta=\theta_0\, e^{-mx}$

si assuma che la temperatura dell'aletta abbia raggiunto quella ambiente quando θ/θ_0 sia prossimo a zero, per esempio 0.05 o 0.01 (95% o 99% del ΔT annullato, vuol dire Testremità= 44 o 40.8°C, oltre tale lunghezza la superficie presente dà ormai poco contributo allo smaltimento)

e^{-mx} =0.05, mx = 3 (le solite 3 o 5 distanze), **x**=3/7.6=**0.39m**

La potenza smaltita può essere ricavata

- dal flusso dentro all'aletta infinita misurato alla base
  Ricordando Q' = - l S dT/dx, dq/dx = d(q$_0$ e^{-mx})/dx= q$_0$ e^{-mx}*(-m),
  Q'$_{x=0}$ = l S m q$_0$ e^{-m0} = 180 * 0.0001 *7.6 * (120-40) = **11 W**
- oppure dall'integrale dello smaltimento convettivo,
- o dai grafici si ottiene l'efficienza dell'aletta di lunghezza calcolata rispetto all isoterma
- oppure calcolando l'efficacia dell'aletta infinita rispetto alla base di sezione S isoterma,
  e= (l P/hS)$^{0.5}$ = (180*0.104/10/0.0001)$^{0.5}$= 136.8 (questa efficacia è rapportata alla sezione)
  Q' = h S DT e = 10 * 0.0001 * 80 * 136.8 **= 10.9W**

19) Le alette descritte nell'esercizio precedente sono investite da un flusso d'aria a 10 m/s parallelo alla loro larghezza. Determinare il coefficiente di convezione.

lastra piana, Re < 500'000	Nu = 0.664 Re$^{1/2}$ Pr$^{1/3}$
lastra piana, Re > 500'000	Nu = (0.037 Re$^{4/5}$ -871) Pr$^{1/3}$ (0.6<Pr<60, 5*10^5<Re<10^7)

SOLUZIONE (TEMA D'ESAME del 26 Febbraio 2008)

T$_{film}$= una media tra T$_{aria}$ =40°C e T$_{media_letta}$=80, quindi 60°C è accettabile, dalle tabelle
r=1.076 kg/m^3, l=0.0283 w/m.K, c$_P$=1007 J/kg.k, m=1.99*10^{-5}, Pr=0.708
Re si misura secondo la direzione del flusso, 50mm
Re = 1.076 * 10 * 0.05 / (1.99*10^{-5}) = 27'000
Nu = 0.664 * 27'000$^{1/2}$ *0.708$^{1/3}$ = 97 = h L / l ,
h = 97*0.0283/0.05 = 55 W/m^{2}K

20) In una acciaieria si produce a ciclo continuo tondino per cemento armato avente diametro 15 mm (c$_{P_acc}$= 450, l$_{acc}$= 60 W/m.K, r$_{acc}$= 7900 kg/ m^3); il tondino viaggia nello stabilimento alla velocità di 2 m/s, esce da una lavorazione a 600°C, percorre 60 metri in un ambiente a 40°C, e poi subisce un'altra lavorazione che deve essere effettuata a meno di 200°C. Determinare il coefficiente di convezione minimo da garantire lungo i 60 metri per ottenere il raffreddamento richiesto. Specificare le ipotesi adottate.

SOLUZIONE (TEMA D'ESAME del 26 Febbraio 2008)

Modo1) Supponiamo che la temperatura non cambi lungo il diametro (da verificare poi), se trascuro il calore scambiato in direzione assiale, lo smaltimento avviene solo per convezione, ogni tratto di tondino si comporta come corpo a T omogenea (L$_C$=D/4). Il tempo di esposizione all'aria è 30 secondi (60 metria 2 m/s), quindi T=T$_¥$+(T$_0$-T$_¥$)e$^{-t/t}$ dove t = r L$_C$ c$_P$ / h = 7900 * 0.016/4 * 450/h
(200-40)=(600-40) e$^{-30/(7900*0.016/4*450/h)}$
ln [(200-40)/(600-40)] = -30/(7900*0.016/4*450/h)
h = 1.25/30 *(7900*0.015/4*450) = **555**
verifica Bi secondo il diametro= h L$_C$ / l = 555 * 0.015/4 / 60 = 0.034 : OK
Modo2) si veda il tondino come uno scambiatore di calore, il calor da smaltire è
Q' = m' c$_P$ DT = r w A c$_P$ DT = 7900 * 2 * p 0.015^2/4 * 450 * (600-200) = 502'321 W
Da smaltire Q' = h A DT$_{ML}$, quindi
h = Q'/(p D L) / [(560-160)/ln(560/160)] = 502'321 /(p 0.015* 60)/319 = 557 W/m^{2}K

21) Un cilindro (F=30cm, h=1m, e=0.8, T=200°C) è rinchiuso in un cubo (L=1.5m, , e=0.8, T=20°C); tra i due è fatto il vuoto. Determinare la potenza termica scambiata, spiegare l'effetto del vuoto.

SOLUZIONE (TEMA D'ESAME del 26 Febbraio 2008)

Vuoto= elimina la convezione naturale, resta solo l'irraggiamento
A$_{cil}$= p D L + 2*p D^2/4= p *0.3 *1 + 2*p *0.3^2/4 = 1.08 m^2
A$_{cubo}$= 6 L^2 = 6 * 1.5^2= 13.5 m^2
Q' = s*(T$_{cil}^4$ – T$_{cubo}^4$) / [(1- e$_{cil}$)/(A$_{cil}$ e$_{cil}$) + 1/(A$_{cil}$ F$_{12}$) + (1- e$_{cubo}$)/(A$_{cubo}$ e$_{cubo}$)] =
Q' = 5.67*(4.73^4 - 2.93^4) / [0.2/(1.08*0.8) + 1/1.08 + 0.2/(13.5*0.8)] = 2420/1.176 = 2058W

22) Un termoconvettore da riscaldamento deve fornire 400 W. L'acqua in ingresso a 55°C si raffredda di 4°C, l'efficienza come scambiatore in contro-corrente è del 70%, l'aria entra in contatto a 20°C, il coefficiente di scambio tra i fluidi è h_{TOT}=10 W/m^{2}K. Determinare le portate dei fluidi, e la superficie di scambio necessaria.

SOLUZIONE (TEMA D'ESAME del 26 Febbraio 2008)

(disegnare un grafico aiuta molto)

Dall'efficienza deduco che il ΔT_{aria}= ΔT_{max_aria} * 0.7 = (55-20)*0.7 = 24.5°C, T_{out_aria}=44.5°C

Q' = m' c_P ΔT da cui m'$_{acqua}$= 400 /4184 /4 = 0.0239 kg/s m'$_{aria}$= 400 /1005 /24.5 = 0.0162 kg/s

T_{out_acqua}=51°C, ΔT_1= 55-44.5=10.5 ΔT_2= 51-20=31

ΔT_{ML}= (31-10.5)/ln(31/10.5) = 18.9°C

A = Q' / h / ΔT_{ML}= 400/10/18.9 = 2.11 m^2

23) Una piastra di cemento (spessore 6 cm, c_P= 1000 J/kg.K, λ= 0.8 W/m.K, ρ= 2800 kg/ m^3) inizialmente a 20°C viene introdotta in una sauna a 90°C, dove il coefficiente di convezione vale 10 W/m^{2}K. Determinare dopo quanto tempo la superficie si tova a 60°C, e la temperatura al centro della piastra allo stesso istante.

SOLUZIONE (TEMA D'ESAME del 26 Febbraio 2008)

Verifico Biot = hL/λ = 10 * (0.06/2) / 0.8 = 0.375, dalle tabelle ottengo λ_1 = 0.5753, A_1 = 1.0547,

Formula per parete piana (L = semispessore)

τ=Fo=αt/L^2 è l'incognita (α= $\lambda/\rho/c_P$, L=0.03 m)

$(T_{x/L=1} - T_\infty)/(T_i - T_\infty) = A_1 \exp(-\lambda_1^2\ \tau) * \cos(\lambda_1 * x/L)$

$(60-90)/(20-90) = 1.0547 \exp(-0.5753^2\ \tau) * \cos(0.5753 * 1)$

$\ln[30/70/1.0547 / \cos(0.5753)] = -0.5753^2\ \tau$ **τ=2.19**

$\tau = 2.19 = \lambda/\rho/c_P * t / 0.03^2$

t = 2.19 * 2800 * 1000 / 0.8 * 0.0009 = 6700s = 115' **= 1h55'**

al centro $(T_{x/L=0} - T_\infty)/(T_i - T_\infty) = A_1 \exp(-\lambda_1^2\ \tau) * \cos(\lambda_1 * 0/L)$

$(T_{centro}-90)/(20-90) = 1.0547 \exp(-0.5753^2 * 2.19)$

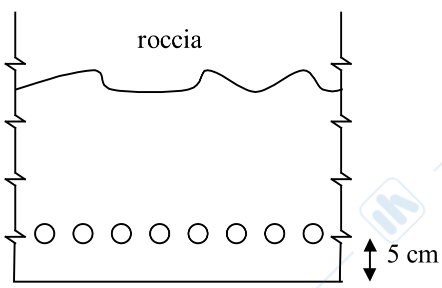
per non rifare conti si può sfruttare

$(T_{centro}-90)/(20-90) = (60-90)/(20-90) / \cos(0.5753 * 1)$

$(T_{centro}-90) = (60-90) / 0.839$

T_{centro}=54.2°C

24) In una galleria a sezione rettangolare larga 4 m scoppia un incendio. Il soffitto è la struttura più sollecitata dal calore: è costituito da uno strato di cemento armato, sul lato superiore a contatto con la roccia, che può sostenere il carico a cui è soggetto fintanto che i ferri dell'armatura inferiore non raggiungono la temperatura alla quale si snervano, in questo caso 300°C. Considerare i gas a contatto con il soffitto come aria alla temperatura di 600°C, determinare il coefficiente di convezione naturale (in assenza di questo, procedere con il valore cautelativo h=10), quindi determinare se dopo 3 ore di permanenza a tali temperature il soffitto può resistere ancora. Per ogni problema specificare come si intende affrontarlo (il metodo, le semplificazioni usate per ricondurlo ad un modello noto, le ipotesi adottate).



Soluzione - Esame del 10 marzo 2005

Si adotterà un modello di parete inizialmente isoterma, posta a contatto con un fluido a temperatura data. Si deve per prima cosa trovare una correlazione che fornisca il coefficiente di convezione. In mancanza di correlazioni più appropriate, si può adottare l'ipotesi che il soffitto si comporti come la

superficie inferiore di una piastra fredda a contatto con gas caldi (pag 456 Chengel, piastra orizzontale caso a) anche se la presenza delle pareti verticali potrebbe modificare il fenomeno rispetto a quello schematizzato in loro assenza; in tal caso la dimensione d caratteristica è pari alla larghezza della galleria. Non è corretto usare lo schema di cavità rettangolare (p.461) poiché non vi è differenza di temperatura tra le pareti della cavità, cioè il caldo non arriva dal pavimento.
La relazione da usare è del tipo Nu = a Ra^b. Per calcolare il numero di Ra dell'aria a 600°C si trovano (p 676) ρ=0.589, c_P=1051, λ=0.0456, α=7.37*10^{-5}, μ=3.03*10^{-5}, ν=5.15*10^{-5}, Pr=0.698.
Per la parete si considera la temperatura iniziale di 20°C, da cui Ra = g β DT d^3 / ν^2 * Pr = 9.81 * 1/873 * 580 * 4^3 / (5.15*10^{-5})^2 * 0.698 = 1.1 * 10^{10}. Si considera la relazione Nu=0.15 $Ra^{1/3}$, anche se si è appena fuori dal campo di validità della relazione: si ottiene Nu = hd/λ_{aria} = 718, da cui h = 718 * 0.0456 / 4 = 8.2 W/m^{2}K.
A questo punto si può considerare il soffitto come parete a spessore semi-infinito (grafico a pag 392, la presenza della roccia, che ha caratteristiche simili al cemento armato, rende possibile questa ipotesi), con l'armatura alla posizione x=0.05m dalla superficie. Gli altri dati sono: coefficiente di convezione h = 8.2 W/m^{2}K, per il calcestruzzo ρ=1860 kg/m^3, λ=0.72 W/m.K, c_P = 780 J/kg.k, α= λ / (ρ c_P) = 5*10^{-7}.
Dopo 3 ore = 10'800 s, si hanno: il parametro h(α t)$^{0.5}$/λ = 0.83, f = 0.5 x / (α t)$^{0.5}$= 0.34, dal grafico 1-θ = 0.3, T(x) = 194°C, quindi la struttura regge ancora.

25) Una bombola da sub (www.luxfercylinders.com, capacità 12 litri, peso 18.1 kg a vuoto, corpo cilindrico con diametro 204 mm, altezza 635 mm, in alluminio ρ=2700 kg/ m^3, c_P=900 J/kg.K, λ=210 W/m.K) viene riempita di aria e a fine carica si trova a 232 bar di pressione, 60ºC. La bombola viene poi lasciata raffreddare all'aria (T_{aria}= 25ºC, coefficiente di convezione 5 W/m^{2}K). Determinare dopo quanto tempo si può considerare che la bombola sia a temperatura ambiente, verificare e discutere le ipotesi usate, calcolare la generazione di entropia nel raffreddamento.

Soluzione (esame del 7 settembre 07)

Bisogna considerare il calore ceduto dal metallo e dall'aria. Metallo Q_M= m_M c_{PM} DT = 18.1 * 900* |-35| = 570'150 J. La massa di aria è m_A = p V / R T = 23'200'000 *0.012 / (8314/29) / 333 = 2.92kg, Q_A= m_A c_V DT = 2.92 * 8314/29*5/2 * 35 = 73'249 J. Si nota che il calore della massa di alluminio è predominante; Q_{TOT}= 643'000 J. La variazione di entropia dell'ambiente è +Q/Tamb = 2159 J/K. La variazione di entropia di gas + bombola è -Q/$T_{MedioLogaritmico}$ = -643'000 / (333-298)/ln(333/298) = 643'000 / 315 = -2041 J/K (i due contributi si possono calcolare separatamente tramite integrazione di dS= m c dT)
Il tempo di raffreddamento si deduce dalla formula a parametri concentrati, predendo t= 3÷5 τ, dopo aver verificato il numero di Biot. Per una stima dello spessore delle pareti delal bombola si può calcolare Volume/Area, dove il volume è calcolabile da massa/densità, e l'area dai dati geometrici circa 0.5 m^2. Lo spessore risulta circa 2 cm, per cui Bi<<0.1. L'aria all'interno si può considerare per moti convettivi isoterma con le pareti. La formula generica è τ= ρ V c / h A = m c / h A. In questo caso si può calcolare τ per il caso di bombola vuota, quindi m = m_M, poichè è il metallo predominante, ed eventualmente correggerlo a posteriori. τ_M=18.1 * 900 / 5 / 0.5 = 6516 s. Considerando che l'aria apporta 73'249/570'150 = 13% di energia in più, sarà τ= 6516*1.13 = 7300s.
Oppure rendendosi conto del significato fisico di m*c che è una capacità termica, si usa la capacità termica totale τ= (m_M*c_M + m_A * c_{VA})/ hA giungendo a risultati simili

26) In un edificio la temperatura interna è 22°C (coefficiente di convezione hint = 5 W/m^2.K), quella esterna 5°C (coefficiente di convezione hest = 14 W/m^2.K). Le pareti sono in mattoni semplici, le finestre in doppio vetro (spessore s_{Vetro} = 4 mm ciascuno, conducibilità λ_V= 1.4 W/m.K) separate da un'intercapedine d'aria (h_{int} = 1 W/m^{2}K su entrambi i lati). Se l'umidità dell'aria all'interno è del 70%, si avrà condensazione sui vetri?

Soluzione (esame del 7 settembre 07)

Occorre calcolare la temperatura della superficie interna del primo vetro della finestra
$R_{TOT}= 1/h_{int} + s/l + 1/h_V + 1/h_V+ s/l +1/h_{est} = 1/5 +0.004/1.4 +1 +1 +0.004/1.4 +1/14 = 2.27\ m^2K/W$
Il flusso perso è $\Phi = \Delta T/ R_{TOT} =17/2.27 = 7.49\ W/m^2$. Il $\Delta T_{int}= 7.49*(1/5) = 1.5$ºC.
A 22ºC la pressione di saturazione del vapore è 2645Pa, quindi la pressione di vapore nell'ambiente è 2645*0.7 = 1851Pa. Alla superficie del vetro si hanno 20.5ºC, cui corrisponde una pressione di saturazione di 2413 Pa, superiore a quella presente, quindi il vapore non condensa.

27) Una bombola contiene V =40_litri di azoto alla pressione P_1=160 bar relativi e temperatura pari a quella ambiente T_{amb}=30°C. La bombola ha una perdita e lentamente si svuota. Quanto vale la variazione di entropia del gas? Specificare le ipotesi adottate.

Traccia - TEMA D'ESAME del 20 novembre 2007

L'ipotesi di gas perfetto biatomico fa commettere errori modesti, poiché la pressione inizia ad essere alta e comparabile con la pressione critica dell'azoto. La lentezza del processo fa si che sia isotermo. Non è adiabatico perché il gas espandendosi si raffredderebbe, e riceve calore per restare isotermo. La variazione di entropia è quella data dall'espansione del gas, la parte che resta nella bombola e la parte fuoriuscita. Si determina la massa del gas a bombola piena (7.05 kg). A bombola "vuota" resterà all'interno P=1 Atm, T=Tamb (trasformazione isoterma perché lenta), quindi m_{dentro}=0.051kg, ΔS_{dentro}=74.3J/K. La massa fuoriuscita arriva a P_{finale}=0.78 Atm (pressione parziale dell'azoto nell'aria), ΔS_{uscita}=10'726 J/K. Sommare i due ΔS.
Altra ipotesi accettabile: anche nella bombola a equilibrio raggiunto si ha aria, quindi tutto l'azoto si espande fino a 0.78 bar.
Ipotesi errata: l'azoto si espande fino a pressione ambiente. Sarebbe valida in un pianeta con atmosfera di solo azoto.

28) Un flusso di acqua calda V' =3.8_ litri/s alla temperatura T_1=50°C è buttato in un lago che si trova a T_2=21°C. Calcolare l'entropia prodotta e la quantità di energia che si potrebbe produrre sfruttando tale sorgente. Specificare le ipotesi adottate.

Traccia - TEMA D'ESAME del 20 novembre 2007

Ipotesi: l'acqua in questo stato è un liquido, con c_P= 4184 J/kg.K. La potenza termica ceduta dal flusso al lago vale Q'= m' c_P ΔT = 461'077 W. ΔS_{flusso}= m c_P $\ln(T_2/T_1)$ = -1495.7 J/K, ΔS_{lago}=+1568.3 J/K, ΔS_{TOT}=+72.6 J/K. Energia producibile: termica pari al Q', meccanica pari al lavoro perso = T_{amb} ΔS_{TOT}=21'347W.

29) Un condizionatore mantiene un ufficio a T_{uff} =21 °C, mentre l'ambiente esterno è a T_{est}=27 °C. Per scambiare il calore l'evaporatore necessita di ΔT_{EV} =14 °C di deltaT tra il fluido di lavoro e l'aria, il condensatore necessita di ΔT_{COND} =35°C tra la temperatura di condensazione del fluido e l'aria. Il motore che lo aziona ha potenza di 400 W, l'efficienza del condizionatore è il 55% di quella ideale. Disegnare uno o più schema per raffigurare il circuito e le temperature principali, specificare le trasformazioni che hanno luogo, quantificare i flussi di calore e lavoro, determinare il COP reale della macchina.

Traccia - TEMA D'ESAME del 20 novembre 2007

Si disegnano i componenti del frigorifero: compressore, condensatore (caldo), valvola di laminazione, evaporatore (freddo). Il condensatore si trova all'esterno dell'edificio, ha temperatura T_{COND}=27+35=59°C = 332K. L'evaporatore freddo all'interno T_{EV}= 21-14= 7°C = 280K. Idealmente avrebbe COP=Q_{INF}/L = Q_{INF}/(Q_{SUP} - Q_{INF}) = T_{INF}/(T_{SUP} - T_{INF}) = $T_{INF}/\Delta T$ = 280/52 = 5.38. Il COP reale è il 55% cioè 2.96. Quindi Q_{INF} = COP*L = 2.96*400 = 1185W. Q_{SUP} = Q_{INF} + L = 1585W.

30) Un flusso di aria scorre in un tubo cilindrico (D= 2_cm), entra nelle condizioni P_1= 4 bar relativi, T_1= 30 °C, w_1= 100m/s; all'uscita si misurano P_2= 2 bar relativi, T_2= 28 °C. Quantificare l'eventuale scambio di calore. Specificare le ipotesi adottate.

Traccia - TEMA D'ESAME del 20 novembre 2007

Condotto orizzontale, variazione di energia potenziale trascurabile. Aria considerata gas perfetto biatomico (ipotesi molto prossima alla realtà). Nel sistema aperto stazionario non c'è scambio di lavoro (da un tubo non si estrae lavoro). Q'=m' $\Delta(h+e_{CIN})$. La portata si calcola da m'= ρ_1 w_1 A = $P_1/(R*T_1)$ * w_1 π $D^2/4$ = 501325/(8314/29*303) * 100 * π $0.02^2/4$ = 0.181 kg/s. Calcolando ρ_2 si ottiene w_2 , oppure $P_1/(R*T_1)$ * w_1 *A= $P_2/(R* T_2)$ * w_2 *A da cui $w_2 = w_1 *P_1 /T_1 /P_2 *T_2$ = 100 *5.01/303 /3.01*301 = 165 m/s. Quindi Q' = 0.181* (-2*1005 +165^2/2 -100^2/2) = 6600 W

31) Una turbina a gas lavora secondo il ciclo Joule-Brayton approssimabile come chiuso, in cui evolve aria inizialmente alle condizioni T_1=25°C, P_1=1bar. Noti il rapporto di compressione manometrico β = 13.5 , i rendimenti di compressore e turbina entrambi η_{COMP}= η_{TURB}=_86%, la temperatura massima raggiunta durante il ciclo T_{MAX}= 1050 °C, determinare i punti del ciclo, il rendimento del ciclo η_I. Disegnare il grafico rappresentante il ciclo nel piano T-s.

Traccia - TEMA D'ESAME del 20 novembre 2007

Si considera l'aria come gas perfetto; tutti i ΔT sono considerati in valore |assoluto|. $T_{2id}=T_1*\beta^{R/Cp}$ = 298*$13.5^{2/7}$ = 627K. ΔT_{12id}= 329. ΔT_{12Re}= $\Delta T_{12id}/\ \eta_{Comp}$ = 329/0.86= 382. T_2= 298+382= 680K. $T_{4id} = T_1\ T_3\ /\ T_{2id}$ = 298*1323/627 = 629K. ΔT_{34id}= 629-1323 = 694. ΔT_{34Re}= ΔT_{34id}* η_{Turb} = 694*0.86= 597. T_4= 1323-597= 726K.

$\eta_I = (L_{turb}-L_{comp})/Q_{in}$= (597-382) / (1323-680) = 0.33

32) In un ciclo Rankine ideale evolve vapore d'acqua. La pressione di condensazione è P_{cond} =0.2 bar, la pressione di evaporazione P_{ev} = 150 bar, la temperatura massima del ciclo T_{max} = 600 °C. Determinare i rendimenti del ciclo η_I e η_{II} (quest'ultimo calcolato sulle temperature estreme del ciclo). Riportare il ciclo sul diagramma allegato

33) Un impianto di condizionamento centralizzato raffreddata a pressione atmosferica un flusso di aria (m' =350 kg_{AS}/ora, T_1=34°C e u.r. = 75%) fino a T_2=16°C. Determinarne la temperatura di rugiada iniziale, l'energia da asportare, e quanta acqua viene condensata. Riportare il percorso della trasformazione sul diagramma allegato.

Traccia - TEMA D'ESAME del 20 novembre 2007

Si calcola la pressione di saturazione a 34°C P_{SAT1}, il 75% è P_{VAP1}= P_{SAT1}*0.75. La temperatura di rugiada è quella a cui la pressione di saturazione eguaglia quella di vapore trovata: T_{rug1} tale che $P_{SAT,Trug}$= P_{VAP1}. Si calcolano poi il titolo di vapore nei due punti 1 e 2 X_1 e X_2 , la differenza fornisce la quantità di condensato, quindi condensa $m'_{H2O,Cond}$ = 350*(X_1-X_2). L'energia da asportare è quella necessaria per raffreddare l'aria $m'_{as}(h_2-h_1)$ più quella per condensare e raffreddare il liquido separato $m'_{H2O,Cond}*\Delta h_{H2O,Cond}$, dove questo $\Delta h_{H2O,Cond}$ si calcola tra le condizioni vapore saturo a 34°C e liquido saturo a 16°C.

34) Un recipiente contenente 2 litri di azoto (gas perfetto) inizialmente a P_1 =10 bar, T_1 =20°C, viene scaldato a pressione costante fino a raggiungere il volume di 3 litri, e poi a volume costante fino a raggiungere P_3=20 bar. Determinare la quantità di calore necessaria per l'operazione, ed il lavoro svolto dal gas.

SOLUZIONE - Tema D'esame del 26 Febbraio 2008.

prima cosa: convertire le T in Kelvin

La massa di azoto è: **m=** P V / (R T) = 1'000'000 * 0.002 / (8314/28 * 293) = **0.023 kg**

1-2) il volume aumenta da 2 a 3 litri a pressione costante, quindi T_2=1.5T1=293*1.5=439.5K

Q_{12}= m c_P ΔT_{12} = 0.023 * 7/2*(8314/28) * (439.5-293) = **3502 J**;

L_{12}=P*DV= 1'000'000*(0.001) = 1000 J uscente
(Q_{12}-L_{12}=DU_{12} dove verifica: DU_{12}= m c_V DT_{12} = 0.023 * 5/2*(8314/28) * (439.5-293) = 3501 J;
2-3) il pressione raddoppia, quindi anche la T: T_3= 879K
Q_{23}= m c_V DT_{23} = 0.023 * 5/2*(8314/28) * (879-439.5) = **7504 J; L_{23}=0**
Verifica 1-3) DU_{13}= m c_V DT_{13} = 0.023*5/2*(8314/28)*(879-293)= 10'005 J (=Q_{12}+Q_{23}+Q_{12}+L_{23})

35) Un flusso di aria calda di 600 m^3/h a temperatura T_1 =22°C è rilasciato nell'ambiente a che si trova a T_2 =5°C. Calcolare l'entropia prodotta, e le quantità di energia termica buttata e di energia meccanica che si potrebbe produrre sfruttando tale flusso. Specificare le ipotesi adottate.

SOLUZIONE - Tema D'esame del 26 Febbraio 2008.

Notare che il flusso è il ricambio d'aria in un locale da 300m^3, con 2 ricambi/ora (ρ =1.20, m'=0.2 kg/s). Energia termica buttata: m' c_P DT = ρ V' c_P DT = P/(R T) *V' *c_P *DT=
Q' = 101'325 /(8314/29) /295 *600/3600 *7/2 *(8314/29) *(5-22) = **-3406W (persa dal flusso).**
Entropia DS'= +|Q'|/T_{amb} – |Q'|(T_{ML_aria}) = 3406W/278K – 3406W / [(295-278)/ln(295/278)]
DS'$_{tot}$= 12.25– 3406 /286.4 = **0.359 W/K.**
Lavoro perso = T_{amb}*DS = 0.359 * 278 = 100W (come una macchina di Carnot tra 286.4 e 278).
Alternativa1: trovare DS'$_{aria}$ come m' c_P ln(T_2/T_1)
Alternativa2: trovare il Q'$_{2\_rev}$ che renda DS'$_{tot}$= 0, la differenza è il lavoro reversibile perso

36) In un sistema di condizionamento l'aria raffreddata a T_1=10°C e satura di vapore si mescola a pressione atmosferica con una quantità uguale di aria a T_2=22 °C e u.r.$_2$= 6□%. Calcolare numericamente temperatura, umidità assoluta (g/kgas) e relativa (%) della miscela formatasi. Riportare tutti i punti sul diagramma psicrometrico allegato.

SOLUZIONE - Tema D'esame del 26 Febbraio 2008.

	T	Psat	UR	Pvap	x [kg_v/kg_{as}]	h [kJ/kg_{as}]
1	10°C	1227.6 Pa	100%	1227.6 Pa	0.007628	29.27
2	22	2671	60%	1602.6	0.009996	47.51
M					0.008812	38.39

Da h_M e x_M ottengo T_M=16.01°C, P_{sat}=1832Pa, P_{vap}=1415, UR=77%

37) Un motore opera secondo il ciclo Otto ideale, utilizzando aria inizialmente a condizioni T_1=100°C, P_1 = 1.5bar. Dati il rapporto di compressione volumetrico r_v = 16, e sapendo che per ogni kg di aria vengono usati 77 g di benzina (PCI = 44'000 kJ/kg), determinare i punti del ciclo e il suo rendimento energetico η_I. Disegnare il grafico delle trasformazioni nel piano P-V.

SOLUZIONE - Tema D'esame del 26 Febbraio 2008.
(prima cosa: convertire le T in Kelvin)
T_1=373K, P_1=1.5bar
T_2=T_1*$16^{1.4-1}$=**1131K,** **P_2**=1.5*$16^{1.4}$=**72.75 bar**
Dati sufficienti per calcolare **η_I,** = 1-T_1/T_2 = **67%**
Energia introdotta q_{in}= 0.077 [kg_b/kg_a] * 44'000 [kJ/kg_b]= **3388 kJ/kg_{aria}**
Da q=Du=c_V DT a volume costante, si otterrebbe DT_{23}= 3388 /(5/2*8.314/29) = 4727K
T_3=4297+937=**5858K**, (l'ipotesi di gas perfetto qui non sarebbe più valida da molto)
P_3=p_2 * T_3/T_2 = 72.75*5858/1131= **377 bar**
T_4=$T_1$$T_3$/$T_2$= 373*5858/1131=**1931K,** **P_4**= $P_3$$V_3$/$T_3$* T_4/V_4=251*1931/5858*(1/16)=**7.8bar** (in realtà, per perdite e comportamenti non ideali, le temperature difficilmente superano i 2500K)

38) Un condizionatore ha efficienza COP=3, sottrae 2000W termici per mantene un ufficio a 24°C, mentre l'ambiente esterno è a 34°C. Determinare i flussi energetici, il rendimento di secondo principio, disegnare uno schema dei componenti ed indicare le trasformazioni che avvengono.

SOLUZIONE - Tema D'esame del 26 Febbraio 2008.
(prima cosa: convertire le T in Kelvin)
Q_{in}=2000W, dalla definizione $COP_F = COP_{Cond} = Q_{in\_inf}/L \rightarrow L_{in}$=2000/3=667W, Q_{out}=2667W
$COP_{id}=Q_{in}/L_{in\_id}=T_{inf}/\Delta T$=297/10=29.7, η_{II}=3/29.7=10%

39) In una pentola a pressione tarata per sfiatare a 1 bar relativo di sovrappressione si trovano 2 litri di acqua inizialmente a 20°C. Fornendo la potenza termica di 3 kW, determinare dopo quanto tempo non ci sarà più l'acqua liquida. Disegnare un grafico della temperatura all'interno della pentola in funzione del tempo, estendendolo leggermente oltre l'esaurimento dell'acqua.

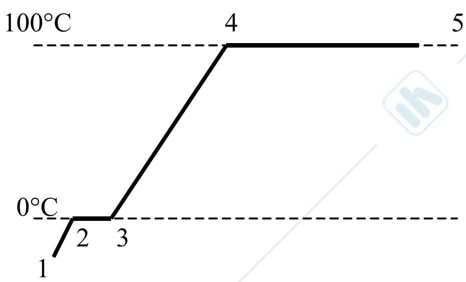
SOLUZIONE - Tema D'esame del 26 Febbraio 2008.
Approssimazioni: non ci sono perdite di calore (pesante), si trascurano il metalo della pentola e l'aria presente inizialmente nella pentola alla chiusura, la pressione iniziale diversa dalla finale.
Dalle tabelle T_{sat_2bar}=120.33°C
$Q_{riscaldamento} = m\, c_P\, \Delta T$ = 2 [kg] * 4.21 [kJ/kg.K] * 100.33 = 844.8 kJ
$Q_{evaporazione} = m\, \Delta h_{120}$ =2 [kg] * 2202 [kJ/kg] = 4404 kJ
(oppure da tabelle: $\Delta H = m(h_{vap\_2bar} - h_{liq\_20°C})$)
Q_{tot}= 844.8 + 4404 = 5249 kJ = Q' * t da cui **t**=5249kJ / 3kW = 1750s= **29 minuti**

40) (Es 8.1) In un condotto di ventilazione di un tunnel stradale (sezione cm 50x80) scorre aria, aspirata a T_1=10°C, pompata tramite tre batterie di ventilatori da 2 kW ciascuna, all'uscita si misura T_2=14°C, w_2= 30m/s. Quantificare in quantità e direzione l'eventuale scambio di calore. Specificare le ipotesi adottate.

SOLUZIONE - Tema D'esame del 26 Febbraio 2008.
ρ= P/RT = 101325/8314*29/283=1**.25 kg/m^3**
m'=1.25 * 30 *0.5*0.8 = **15 kg/s**
l'aria si può ipotizzare proveniente da altro sistema che già le fornisce una velocità $w_1 \approx w_2$, altre ipotesi possono essere accettabili.
1° pricipio per sistemi aperti: $Q'_{IN} + L'_{IN} = \Delta H'$ ($+\Delta E_{CIN}'$ se presente) = $m'\, c_P\, \Delta T_{1 \rightarrow 2}$
Q'=15 * 1.004*4 – 6 [kW] = **54.24 kW** entranti nel flusso. E' il caso per esempio di aria aspirata dall'esterno freddo, e che prima di arrivare alle bocche di immissione si scalda lungo il condotto, poiché questo si trova in un ambiente più caldo, e per esempio non è isolato termicamente.

41) La massa m = 3 kg di ghiaccio (c_P= 2220 J/kg.K allo stato solido, entalpia di fusione = 333 kJ/kg) viene portata dalla temperatura iniziale T_i= -3°C (P=ambiente) fino a completa ebollizione. Determinare l'energia necessaria all'operazione e la variazione di entropia. Disegnare un grafico della temperatura in funzione del tempo (ipotizzare di scaldare usando una potenza costante).

SOLUZIONE (tema d'esame del 9 Maggio 2008)
Il grafico indicativo mostra le 4 trasformazioni, la "potenza costante" assieme all'ipotesi $c_P \cong cost$ fa sì che 12 e 34 siano rette, il rapporto tra i due c_P (circa 2) è pari al rapporto dei coefficienti angolari. P=ambiente serve per ricavare T_{45}=100°C.



Le quantità di calore scambiato sono:
$q_{12} = c_{Pghiaccio}\, \Delta T_{12}$ = 2220*3 = 6660 J/kg
$q_{23} = \Delta h_{fusione}$ = 333'000 J/kg
q_{34}, ipotizzando c_P=costante (risulterà un piccolo errore): $q_{34} = c_{Pliq}\, \Delta T_{34}$ = 4184*100 = 418'400 J/kg
$q_{45} = \Delta h_{EV}$ (da tabelle)= 2'257'000 J/kg
oppure si calcola $q_{35} = \Delta h_{35}$, da tabelle h_5=2'676'100, $h_3 = u_3 + P_3 * v_3$ = 0 + 100'000*0.001=100 J/kg
$Q_{15} = m\,(q_{12} + q_{23} + q_{35})$ = 9047 kJ
$\Delta s_{12} = c_{Pghiaccio} \ln(T_2/T_1)$ = 2220*ln(273/270) = 24.5 J/(kg.K)

$Ds_{23}= q_{23}/T$ = 333'000/273= 1219.8 J/(kg.K)
Ds_{34}, (c_P=costante): = $c_P \ln(T_4/T_3)$ = 4184 ln(373/273) = 1305.9 (oppure = q_{34}/ T_{ML_34})
Ds_{45}, = $q_{45} / T_{4=5}$ = 2'257'000 /373 = 6050.9
oppure Ds_{35}= (da tabelle) = 7354.9 – 0 = 7354.9 J/(kg.K)
DS_{15}= m S Ds_i = 25.8 KJ/(kg.K)

42) Una bombola da sub (peso 10 kg, in alluminio c_P= 880 J/kg.K) della capacità V=12 litri viene riempita di miscela 25% azoto e il restante ossigeno, fino alla pressione di P=170 bar assoluti, alla $T_{bombola}$=60°C; determinare la massa dei due gas. Quando la bombola viene immersa in acqua a 10°C, calcolare il calore scambiato e la variazione di entropia totale. Specificare le ipotesi adottate

SOLUZIONE (tema d'esame del 9 Maggio 2008)

Se si usa l'equazione dei gas perfetti, si sa di commettere un errore di qualche % a causa dell'alta pressione.
Dall'equazione P_{gas} V = m_{gas} R_{gas} T, usando le pressioni parziali
(0.6 P) m_{N2}= (17000000*0.25) * 0.012 / (8314/28) / (60+273) = 0.52
(0.6 P) m_{O2}= (17000000*0.75) * 0.012 / (8314/32) / (60+273) = 1.77
Q = S (m c DT) = usando c_V per i gas, DT è lo stesso –50°C
Q = (10*880 + 0.52*5/2*8314/28 + 1.77*5/2*8314/32)*(-50) = (8800 + 386 + 1149)*(-50) =
= -516.6 kJ (il calore esce)
$DS_{bombola\_gas}$ = $Q_{bombola}/T_{ML}$ = -516'577 / [(283-333)/ln(283/333)]= -516.577/307.3 = -1680.9 J/K
DS_{acqua} = Q_{acqua}/T_{acqua} = +516'577 / 283= 1825.4 J/K
DS_{tot} = 1825.4 –1680.9 = 144.5 J/K

43) Un flusso di aria compressa percorre un tubo ($D_{interno}$=2 cm) lungo vari metri, entrandovi alle condizioni T_1=24°C, P_1=3 bar relativi, w_1= 130 m/s, ed uscendo a T_2= -18°C, w_2= 323 m/s. Calcolare la portata d'aria, le restanti condizioni di uscita, se e quanto vi sia stato scambio di calore, la variazione di entropia del gas.

SOLUZIONE (TEMA D'ESAME del 9 Maggio 2008)

	T	w	P	r kg/ m^3	A (m^2)	m'
1	297	130	4.01	4.71	0.000707	0.1924
2	255	323	**1.39**	**1.90**	"	"

Si calcoli il flusso massico
m'= r_1 w_1 A = P/(R T) *w + $pD^2/4$ = (401125/(8314/29)/297) * 130 * $p0.02^2/4$ = 0.1924 kg/s
la costanza della portata e della sezione permette di calcolare r_2, quindi P_2
r_1 w_1 A= r_2 w_2 A da cui r_2=1.92, P_2= 1.39 bar assoluti
dal 1° principio q-l=D(h + e_{cin}+ e_{pot}), dove l=0 + e_{pot}=0, si ottiene
q_{IN}= $c_P(T_2-T_1)$ + ($w_2^2/2$ - $w_1^2/2$)= 1.005*(255-297) + (323^2-130^2)= 1504 J/kg
Q' = q_{IN} * m' = 1504*0.1924 = 289 W (avrebbe potuto risultare negativo con altri dati)
DS' = m' [c_P ln (T_2/T_1) – R ln (P_2/P_1)]
= 0.1924 * 8317/29 * [7/2 ln (255/297) – ln (1.39/4.01)] = 13.08 W/K

44) Un frigorifero mantiene la temperatura T_{int}=0°C mentre quella dell'ambiente è T_{amb}=20°C, l'evaporatore necessita di una differenza di temperatura di DT_{ev}=10°C per scambiare calore, il condensatore di DT_{cond}=23°C. L'efficienza è il 60% di quella di una macchina ideale che lavora tra le stesse temperature estreme del ciclo (calcolare i COP). La macchina è azionata da un motore elettrico che assorbe in media 200 W, calcolare i flussi di calore. Disegnare uno schema del frigorifero.

SOLUZIONE (tema d'esame del 9 Maggio 2008)

L'evaporatore è quello che riceve calore all'interno del frigorifero, permette di calcolare la T_{minima} ciclo = 0-10 = -10°C = 263K. Il condensatore esterno, più caldo dell'ambiente permette di calcolare la $T_{massima}$ 20+23=43°C= 316K.

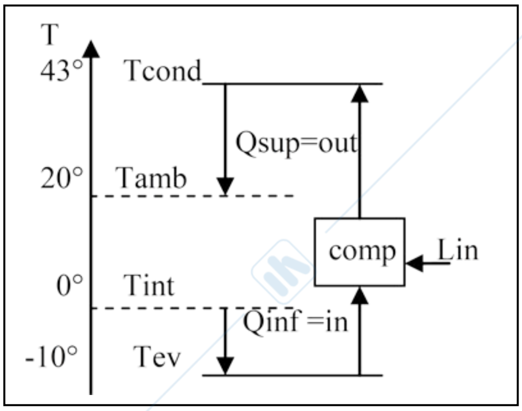
$COP_{ideale} = T_{inf}/DT = 263/53 = 4.96$

$COP_{reasle} = 4.96*0.6 = 2.98$

$L'_{IN}=200$, $Q'_{IN} = L'*COP = 200*2.98 = 595W$,

$Q'_{OUT} = 595+200 = 795W$

Il diagramma delle temperature è riportato. Per lo schema del frigorifero fare riferimento al libro di testo.



45) Una turbina a gas a ciclo Brayton schematizzabile come ciclo chiuso utilizza aria che entra nel compressore a pressione ambiente e T=25°C. Il rapporto di compresione è b=10, la temperatura massima raggiunta T_{max}=1000°C. Determinare i punti del ciclo ideale, e di quello più simile al reale avente rendimenti di compressore e turbina pari a h_{comp} =0.8, h_{turb} =0.95. Per il ciclo reale determinare i rendimenti di 1° e 2° principio. Rappresentare il ciclo nel piano T-s.

SOLUZIONE (tema d'esame del 9 Maggio 2008)

$T_1=298$ $T_{2id} = T_1 * (P_2/P_1)^{R/Cp} = 298 * (10)^{2/7} = 575.3$ K $DT_{12,id} = 575.3-298 = 277.3$

$DT_{12,re} = DT_{12,id} / h_{comp} = 277.3/0.8 = 346.7$

$T_{2re} = T_1 + DT_{12,re} = 298+346.7 = 644.7$ K

$T_3 = 1273$ K $T_{4id} = T_3 * (P_4/P_3)^{R/Cp} = 298 * (0.1)^{2/7} = 659.3$

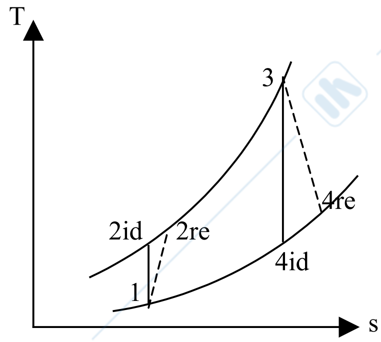
$|DT_{34,id}| = 1273-659.3 = 613.7$

$DT_{34,re} = DT_{34,id} * h_{turb} = 583.0$

$T_{4re} = T_3 - DT_{34,re} = 1273 – 583 = 690.0$ K

$h_1 = (l_{Turb} - l_{Comp})/q_{IN} = (c_P DT_{34,re} - c_P DT_{12,re})/(c_P DT_{23}) =$

$=(613.7 – 346.7) / (1273-644.7) = 37.6\%$



h_C (di confronto calcolato tra le T estreme del ciclo T_1 e T_3) = 1- 298/1273 = 76.6%

$h_2 = h_1/ h_C = 49.1\%$ dice quanto il ciclo sfrutta le sorgenti di calore T_1 e T_3.

Nel piano T-s si disegnano due isobare (ricordare s=log(T) + cost , ottenute per traslazione), due isoentropiche, e le trasformazioni reali tratteggiate (l'entropia aumenta, in entrambe $T_{re} > T_{id}$)

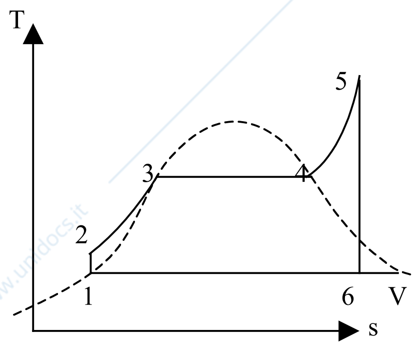
46) Determinare i punti di un ciclo Rankine a vapore d'acqua, date le temperature minima e massima e la pressione massima, considerare pompa e turbina isoentropici. Calcolare i rendimenti di 1° e 2° principio del ciclo. Disegnare il ciclo nel piano T-s.

Dati: Tmin=35°C, Pmax=100bar, Tmax=550°C

SOLUZIONE (tema d'esame del 9 Maggio 2008)

Sono riportati in tabella i dati essenziali, il grafico a destra; i punti 1 e 2 sul grafico dovrebbero essere quasi coincidenti ($T_1@T_2$); segmento 1-6 = 79.7% di 1-V

	P [kPa]	T °C	Titolo	h [kJ/kg]	S[kJ/kg.K]
1	**5.628**	**35**	0	**146.68**	**0.5053**
2	10000	~35	nd	156.69	**0.5053**
(3)	(10000)	**(311)**	(0)		
(4)	(10000)	**(311)**	(1)		
5	**10000**	**550**	nd	**3500.9**	**6.7561**
6	5.628	35	0.797	2073.1	6.7561
V=saturo	**5.628**	**35**	1	**2565.3**	**8.3531**



Procedimento. In **grassetto** i dati che si trovano sulle tabelle.
Tra (parentesi) i dati non necessari al calcolo, ma utili per tracciare il grafico.
Da tabella si trovano P_1, h_1, s_1, v_1
Dh_{12}= v DP_{12} (acqua liquida @ fluido incomprimibile con v_1@v_2@0.001 m^3/kg, usando P=[kPa] fi h=[kJ]), da cui si ricava h_2. Il Dh_{12} è già il lavoro entrante da usare nel rendimento. In condizioni ideali T_2=T_1, nella realtà T_2@T_1: un leggero aumento di temperatura è causato dalla modestissima comprimibilità della'cqua, un'altro aumento facilmente calcolabile se la pompa non è isoentropica.
E' grave (e comune) errore confondere il punto 2 col 3.
Nel grafico i punti 1 e 2 dovrebbero essere praticamente sovrapposti, il 2 viene disegnato spostato verso l'alto per mostrare meglio che la trasformazione 12 è isoentropica.
I dati in 3 e 4 non sono necessari per i conti, ma conoscere la T aiuta a tracciare il grafico
Da tabella si trovano h_5, s_5, h_V, s_V,
$s_6 = s_5$ permette di trovare $x_6 = (s_6-s_1)/(s_V-s_1)$
x_6 permette di trovare $h_6 = (1-x)h_1 + x\, h_V$. Usare almeno 2 meglio 3 cifre significative per mantenere precisione al successivo conto di h_6.
$q_{in} = h_5-h_2$ = 3344.21 kJ/kg
$l_{nu} = |h_6-h_5| - (h_2-h_1)$ = 1417.77 kJ/kg
$h_1 = l_{nu} / q_{in}$ = 42.4% (quanto calore viene trasformato in lavoro, rendimento di primo principio o rendimento termodinamico). E' un indice di qualità della trasformazione calore/lavoro, non permette di distinguere tra la qualità delle fonti energetiche e la qualità del ciclo usato.
h_C (di confronto tra 35°C e 550°C) = 1-307/823 = 62.6% (massimo lavoro ottenibile tra T_1 e T_5 di disponibilità delle fonti energetiche, usando un ciclo di Carnot). E' un indice di qualità delle fonti energetiche.
$h_2 = h_1 / h_C$ = 67.7% (quanto del lavoro idealmente ottenibile - tramite un ciclo di Carnot - viene veramente ottenuto dal nostro ciclo Rankine). E' un indice di qualità del ciclo Rankine.

Ulteriori temi d'esame con testi, risultati numerici e soluzioni vengono caricati sul sito del docente www.araneo.biz.