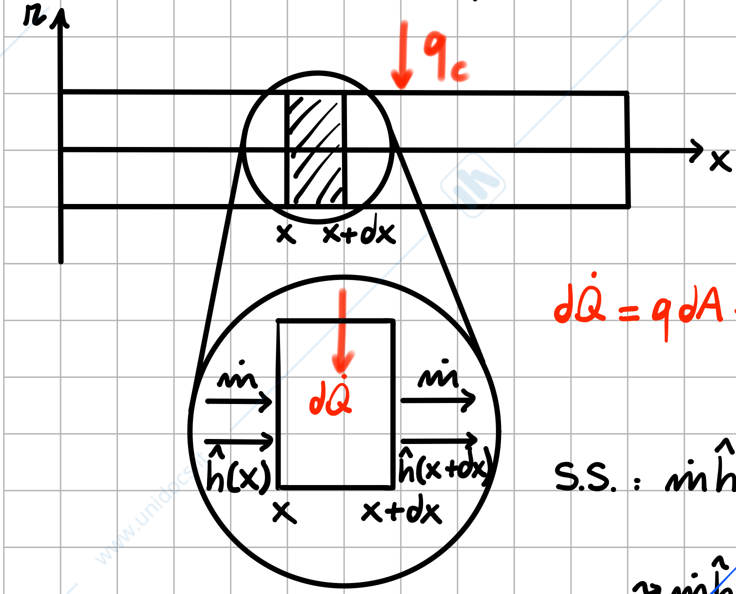
ANDAMENTO TEMPERATURA IN UN CONDOTTO:

Dopo aver introdotto la conduzione e la convezione in termini generali consideriamo un caso specifico da studiare: quello di un condotto.



H.P. $T(x,r) \approx T(x)$

$\hat{h}$ = entalpia

h = coefficiente

$d\dot{Q} = q\,dA = q \cdot P\,dx$ con P = perimetro della sezione trasversale

S.S. : $\dot{m}\hat{h}(x) + qP\,dx = \dot{m}\hat{h}(x+dx)$

$$\rightsquigarrow \cancel{\dot{m}\hat{h}(x)} + qP\,dx = \dot{m}\left[\cancel{\hat{h}(x)} + \frac{d\hat{h}(x)}{dx}dx + \cancel{o(dx^2)}\right]$$

$$qP\cancel{dx} = \dot{m}\frac{d\hat{h}}{dx}\cancel{dx}$$

dove $\hat{h} = \hat{h}_0 + c_p(T-T_0) \equiv (h_0 - c_pT_0) + c_pT$

sia per liquidi incomprimib. che per gas perfetti. La variaz. di pressione è trascurabile.

$$\Longrightarrow qP = \dot{m} \cdot \frac{d}{dx}\left[(\hat{h}_0 - c_pT_0) + c_pT\right]$$

$$qP = \dot{m}c_p\frac{dT}{dx}$$

$$\rightsquigarrow \frac{dT}{dx} = \frac{qP}{\dot{m}c_p}$$

dove abbiamo ricavato che la temperatura dipende direttamente sia dal flusso termico scambiato sia dalla portata con cui scorre il fluido nel condotto

Ora, abbiamo due casi notevoli che ci interessano:

1) q = cost.
2) T = cost.

1) $q = \text{cost.}$ ⇝ conosciamo q ed è costante

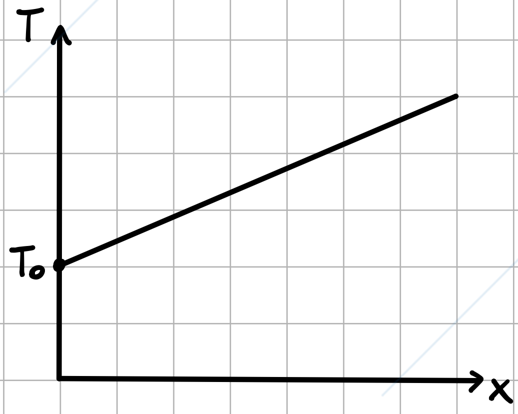
$$\frac{dT}{dx} = \frac{qP}{\dot{m} c_p} \rightsquigarrow dT = \frac{qP}{\dot{m} c_p} dx$$

integrando:

$$\int_{T_0}^{T} dT' = \int_0^x \frac{qP}{\dot{m} c_p} dx'$$

$$T - T_0 = \frac{qP}{\dot{m} c_p} x$$

$$\rightsquigarrow T(x) = T_0 + \frac{qP}{\dot{m} c_p} x$$



2) $T_w = \text{cost.}$ ⇝ conosciamo la temperatura della parete ed è costante

$$\frac{dT}{dx} = \frac{qP}{\dot{m} c_p} \qquad \text{con} \quad q = h(T_w - T_\infty)$$

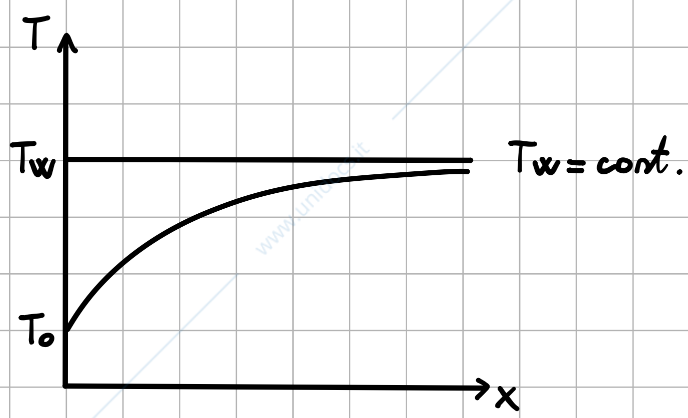
$$\Longrightarrow \frac{dT}{T_w - T} = \frac{hP}{\dot{m} c_p} dx$$

integrando:

$$\int_{T_0}^{T} \frac{dT}{T_w - T} = \int_0^x \frac{hP}{\dot{m} c_p} dx$$

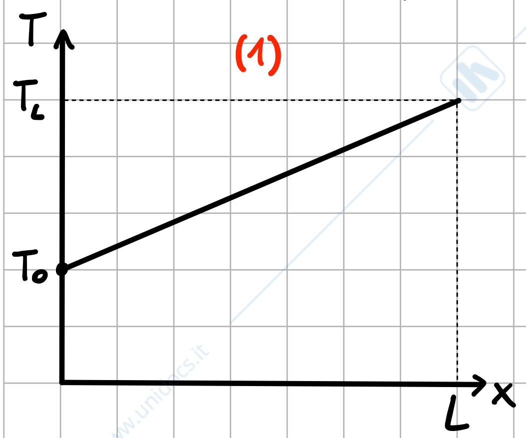
$$\rightsquigarrow \ln \frac{T_w - T}{T_w - T_0} = \frac{hP}{\dot{m} c_p} x$$

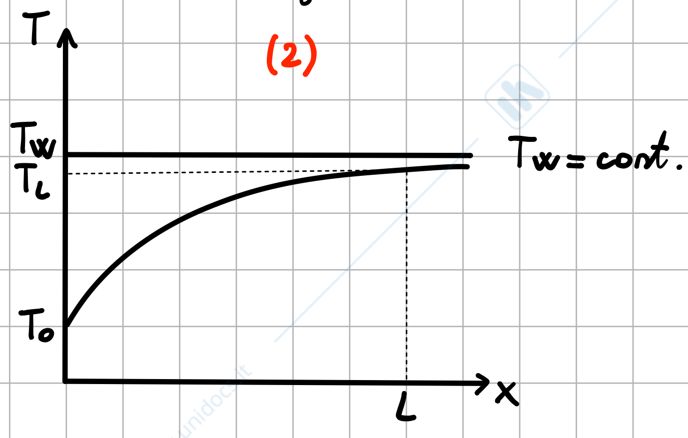
$$T = T_w + (T_0 - T_w) e^{-\frac{hP}{\dot{m} c_p} x}$$



Comunque, la temperatura che descriviamo noi NON è la temperatura puntuale del nostro condotto! Infatti, come ipotesi abbiamo considerato un modello 1-D in cui $T(x,r) \approx T(x)$. In sostanza, la temperatura che calcoliamo è una TEMPERATURA MEDIA. Non parliamo però di una media qualsiasi: la temperatura media che studiamo è definita in modo tale che ritorni il bilancio entalpico, e prende il nome di TEMPERATURA DI MISCELAMENTO ADIABATICO.

Questa temperatura di miscelamento adiabatico rappresenta la media sulla sezione del condotto della temperatura.
Possiamo quindi fare un ultima media sulla coordinata rimanente, cioè x:
⤳ consideriamo una porzione di condotto di lunghezza L:





T_m :/ $hPL\underbrace{(T_w - T_m)}_{\Delta T_m} = \dot{Q}_{in} \equiv \dot{m} c_p (T_L - T_0)$

= "è definita in modo che"

$\rightsquigarrow \Delta T_m = \frac{\dot{m} c_p}{hPL}(T_L - T_0)$ (1)

Nel caso (2): $T(L) = T_w + (T_0 - T_w) e^{-\frac{hPL}{\dot{m} c_p}}$

$$\rightsquigarrow \ln\frac{T_w - T_L}{T_w - T_0} = \frac{hPL}{\dot{m} c_p} \quad (2)$$

quindi, mettendo a sistema la (1) e la (2):

$$\Delta T_m = \ln\left(\frac{T_w - T_L}{T_w - T_0}\right) \cdot (T_L - T_0)$$

dove $\Delta T_m = T_w - T_m$

$$\rightsquigarrow T_m = T_w - \Delta T_m = T_w - \ln\left(\frac{T_w - T_L}{T_w - T_0}\right) \cdot (T_L - T_0)$$

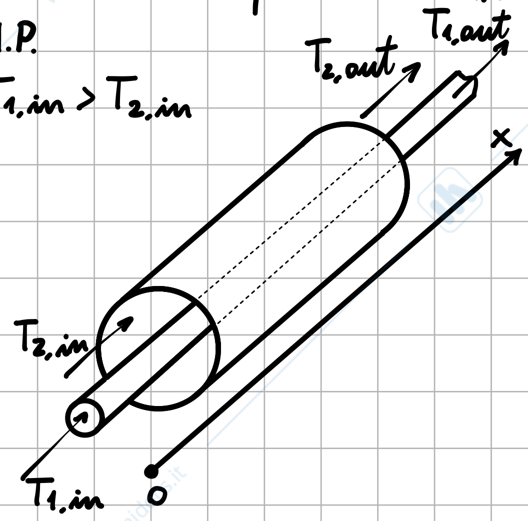
Nel caso (1) invece $T_m \equiv$ media aritmetica $= \frac{T_0 + T_L}{2}$

SCAMBIATORE DI CALORE:

Consideriamo un condotto in cui entra un fluido a temperatura $T_{1,in}$ ed esce a temperature $T_{1,out}$.

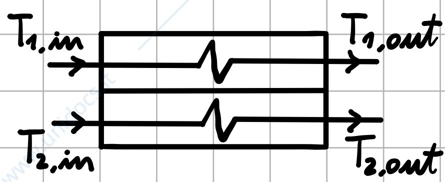
H.P.

$T_{1,in} > T_{2,in}$



Il condotto è poi ricoperto da un'altra tubazione in cui scorre un altro fluido a temperatura $T_{2,in}$ in ingresso e $T_{2,out}$ in uscita.

L'oggetto rappresentato è uno SCAMBIATORE DI CALORE:



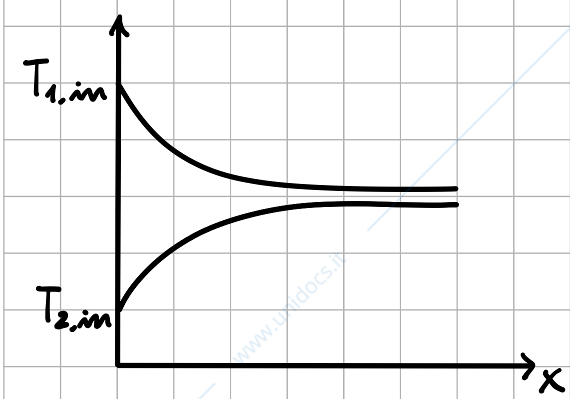
Esattamente come prima, vale l'ipotesi per cui $T(r,x) \approx T(x)$, e quindi la temperatura di cui parleremo sarà una media sulla sezione trasversale, che chiameremo come prima TEMPERATURA DI MISCELAMENTO ADIABATICO.

Siccome i due fluidi si muovono macroscopicamente, lo scambio avverrà per convezione.

Abbiamo due possibilità:

1) FLUSSI EQUICORRENTI:

A livello puramente qualitativo possiamo affermare che lo scambio termico sarà maggiore in $x=0$ e andrà pian piano diminuendo. Graficamente la temperatura si presenta, dunque, così:

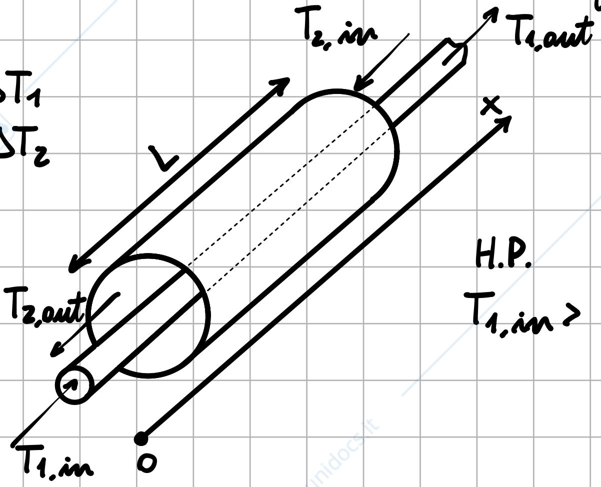


2) FLUSSI CONTROCORRENTE:

I flussi controcorrente sono leggermente più difficili da discutere qualitativamente, allora li tratteremo quantitativamente:
⤳ consideriamo un tratto di uno scambiatore di lunghezza L:

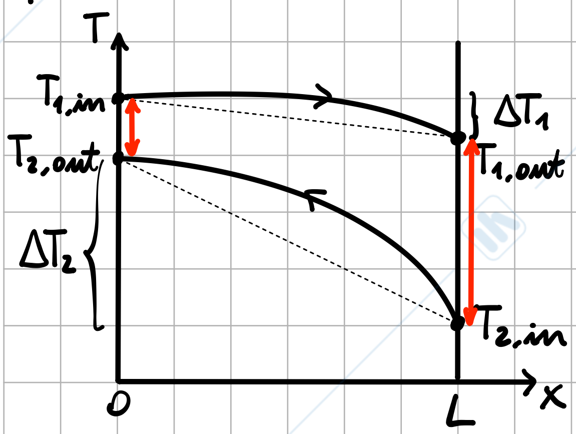
$$\dot{Q}_1 = \overbrace{\dot{m}\, c_{p_1}}^{c_1} \Delta T_1 = c_1 \Delta T_1$$
$$\dot{Q}_2 = \underbrace{\dot{m}\, c_{p_2}}_{c_2} \Delta T_2 = c_2 \Delta T_2$$

$$\leadsto \Delta T_2 = \frac{c_1}{c_2} \Delta T_1$$



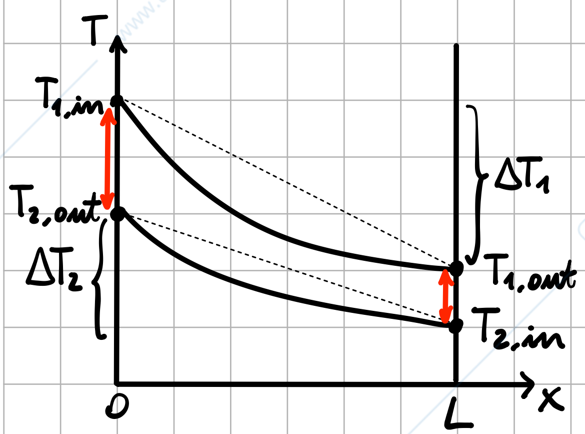
H.P.
$T_{1,in} > T_{2,in}$

Ipotizziamo che $c_1 > c_2 \Longrightarrow \Delta T_1 < \Delta T_2$:



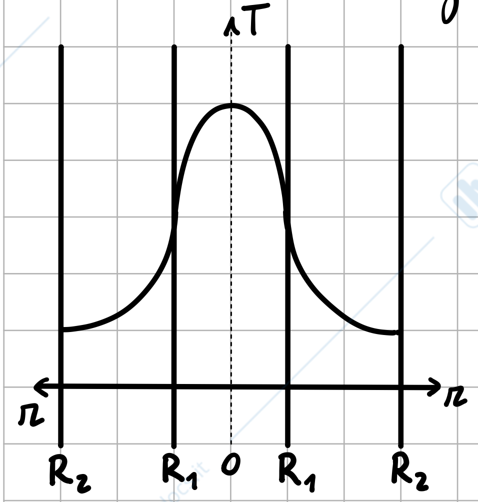
⤳ la pendenza delle curve è dovuta al fatto che lo scambio termico maggiore avviene in prossimità del <u>salto di temperatura</u> maggiore (quindi in L).

Se invece $c_1 < c_2 \Longrightarrow \Delta T_1 > \Delta T_2$:



Quelle disegnate sono le funzioni che descrivono la temperatura lungo l'asse dello scambiatore. In particolare, è la temperatura media sulle sezione per il fluido 1 e il fluido 2.

Cerchiamo ora di descrivere l'andamento di temperatura radiale dello scambiatore:
⇝ consideriamo la seguente sezione longitudinale dello scambiatore:

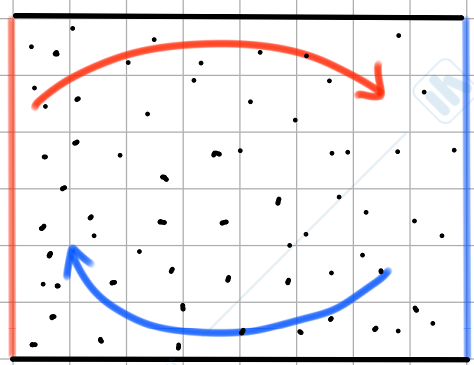


⇝ al centro si ha un massimo di temperatura, mentre ai bordi dei minimi.

NB: in $r=0$ $\frac{dT}{dr}=0$, ma per $r=R_2$ (cioè ai bordi) non è detto che la derivata si annulli: accade solo se la parete è adiabatica.

CONVEZIONE NATURALE:

L'ultima cosa di cui parlare per chiudere questo argomento è la descrizione matematica della convezione naturale:



$$\rho \overset{G.P.}{=} \frac{P}{R^*T} \rightsquigarrow \rho \propto \frac{1}{T}$$

⇝ masse fluide a temperatura maggiore avrà densità minore e sarà spinta verso l'alto (contrario per masse fredde)

$$q = h(T_w - T_\infty)$$

con $h = \tilde{f}(v, x, \rho, \mu, c_p, k)$

⇝ la difficoltà sta nel fatto che in questo caso la velocità non è arbitraria, e quindi non la conosciamo a priori.

$$\Longrightarrow \underbrace{\frac{hx}{k}}_{Nu} = \tilde{f}\left(\underbrace{\frac{\rho^2 g \alpha_p \Delta T L^3}{\mu^2}}_{Gr} ; \underbrace{\frac{\mu c_p}{k}}_{Pr}\right)$$

Gr = numero di Grashof (A MEMORIA!)

$$Nu = \tilde{f}(Gr, Pr) \rightsquigarrow Nu = c \cdot Gr^m Pr^n = c \cdot (Gr\, Pr)^n = c \cdot Ra^n$$

con Ra = numero di Rayleigh