

Problema 1

Un serbatoio profondo $h = 20.4$ m è completamente colmo d'acqua. Sul fondo è praticato un piccolo foro circolare, di sezione molto più piccola della sezione orizzontale del serbatoio. Nel serbatoio il livello viene mantenuto costante versando 12.5 l/s di acqua.

1. Si calcoli la pressione sul fondo del serbatoio;
2. si determini la velocità con cui l'acqua fuoriesce dal serbatoio;
3. si calcoli il diametro del foro di uscita.

(Si assuma la densità dell'acqua pari a $\rho = 1.00$ g/cm³, e l'accelerazione di gravità pari a $g = 9.81$ m/s)

Problema 2

Una massa $m = 2.0$ kg è appesa ad un filo inestensibile e di massa trascurabile, lungo $d = 1.0$ m. Essa oscilla con elongazione massima iniziale $\alpha = 10^\circ$ e a causa dell'attrito si osserva che dopo $\Delta t = 60$ s è praticamente ferma in posizione verticale. Si assuma l'approssimazione di piccole oscillazioni. Calcolare:

1. il modulo della velocità massima del corpo;
2. la tensione massima a cui viene sottoposto il filo;
3. il numero di oscillazioni compiute prima di arrestarsi.

Problema 3

Un campione di rame di massa $m_R = 100$ g viene riscaldato fino ad una temperatura T_0 ignota. Il campione viene poi inserito in un calorimetro fatto di rame e di massa $m_C = 150$ g, contenente $m_A = 200$ g di acqua. Inizialmente il calorimetro e l'acqua sono in equilibrio termico alla temperatura $T_1 = 16$ °C. Dopo l'inserimento del campione di rame, tutto il sistema raggiunge un nuovo equilibrio alla temperatura $T_2 = 38$ °C. Quando si pesa il sistema, si osserva che è evaporata una massa $m_E = 1.2$ g di acqua. Si calcoli la temperatura T_0 . Si trascuri ogni scambio di calore con l'esterno. (Calore specifico del rame: $c_R = 387$ J/(kg K); calore specifico dell'acqua: $c_A = 4186$ J/(kg K); calore latente dell'acqua: $\lambda = 2.26 \cdot 10^6$ J/kg)

Problema 4

Un condensatore di capacità $C_1 = 3.0$ μ F viene caricato collegandolo ad una batteria da $V_0 = 24$ V, e poi viene scollegato da essa. In un secondo momento, si collega un condensatore di capacità C_2 in parallelo ad esso, e la differenza di potenziale scende a $V_{1,2} = 8.0$ V. Si determini:

1. l'energia elettrostatica immagazzinata in nel condensatore C_1 prima di collegare C_2 .
2. la capacità C_2 ;
3. la carica depositata su ciascun condensatore dopo il collegamento in parallelo;
4. il lavoro speso dalle forze elettrostatiche, dopo il collegamento del condensatore C_2 , per caricare quest'ultimo.

Soluzione problema 1

1. Per $p_0 = 1 \text{ atm} = 1.01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ pressione atmosferica, applichiamo Stevino:

$$p = p_0 + \rho gh = 3.01 \text{ Pa}$$

2. Applichiamo Bernoulli tra la superficie superiore del liquido e l'esterno del serbatoio in prossimità del foro:

$$p_0 + \rho gh = p_0 + \frac{1}{2}\rho v^2 \implies v = \sqrt{2gh} = 20.0 \text{ m/s}$$

3. La portata deve essere costante. In prossimità della superficie superiore $P = 6.00 \text{ l/s}$ e in fondo al serbatoio si ha $P = Sv$ per cui

$$d = 2\sqrt{S/\pi} = 2\sqrt{\frac{P}{\pi v}} = 2.82 \text{ cm}$$

Soluzione problema 2

1. $\alpha = \pi \frac{10^\circ}{180^\circ}$. La differenza tra la quota massima e la quota in posizione verticale è $h = d(1 - \cos \alpha)$. L'energia meccanica si conserva. Riferiamo l'energia potenziale rispetto alla massa nella posizione verticale del pendolo. Alla quota massima $v = 0$ e $E = U = mgh$. Al passaggio lungo la verticale $E = K = \frac{1}{2}mv^2$ e v è massima. Quindi $v = \sqrt{2gh} = 0.55 \text{ m/s}$
2. La tensione è massima al passaggio lungo la verticale. L'accelerazione verticale è nulla. La tensione eguaglia la somma di peso e forza centrifuga: $T = mg + mv^2/d = 20 \text{ N}$.
3. Siamo in condizioni di piccole oscillazioni: il periodo di ogni oscillazione è $\tau = 2\pi\sqrt{d/g}$. Il numero di oscillazioni compiute è dunque $n = \Delta t/\tau = 30$.

Soluzione problema 3

Nel raggiungere l'equilibrio il campione cede calore $Q_R = m_{RCR}(T_2 - T_0)$. Tale calore serve in parte ($Q_E = m_{ECA}(100^\circ\text{C} - T_1) + \lambda m_E = 2.71 \cdot 10^3 \text{ J}$) a far evaporare una massa m_E di acqua e per il resto a scaldare il calorimetro ($Q_C = [m_{CCR} + (m_A - m_E)c_A](T_2 - T_1) = 1.96 \cdot 10^4 \text{ J}$). Se non ci sono scambi di calore con l'esterno:

$$Q_R + (Q_E + Q_C) = 0 \implies T_0 = T_2 + \frac{Q_E + Q_C}{m_{RCR}} = 625^\circ\text{C}$$

Soluzione problema 4

1. $U_1 = \frac{1}{2}C_1V_0^2 = 8.6 \cdot 10^{-4} \text{ J}$.
2. Carica depositata su C_1 : $Q = C_1V_0 = 72 \text{ }\mu\text{C}$. Collegando C_2 , la carica totale non cambia. La capacità equivalente del parallelo è pari a $C_{eq} = Q/V_{1,2} = 9.0 \text{ }\mu\text{F}$. D'altronde $C_{eq} = C_1 + C_2 \implies C_2 = 6.0 \text{ }\mu\text{F}$.
3. $Q_1 = C_1V_{1,2} = 24 \text{ }\mu\text{C}$; $Q_2 = C_2V_{1,2} = 48 \text{ }\mu\text{C}$.
4. Energia elettrostatica immagazzinata nel parallelo $C_1 + C_2$ dopo il collegamento: $U_{1,2} = \frac{1}{2}C_{eq}V_{1,2}^2 = 2.9 \cdot 10^{-4} \text{ J}$. Il lavoro necessario al processo di carica di C_2 è quindi $U_1 - U_{1,2} = 5.7 \cdot 10^{-4} \text{ J}$.