

ESAME DI FISICA 2<sup>a</sup> PARTE

# FORZE ELETTRICHE, CAMPI ELETTRICI

CAPITOLO 19

Le **CARICHE ELETTRICHE** hanno le seguenti importanti proprietà:

1. in natura esistono due specie di cariche, **POSITIVE** e **NEGATIVE**, con la proprietà che cariche di segno OPPOSTO si ATTRAGGONO reciprocamente e cariche dello STESSO segno si RESPINGONO reciprocamente
2. la forza fra particelle cariche varia come l'inverso del quadrato della loro distanza
3. la carica elettrica si **CONSERVA**
4. la carica è **QUANTIZZATA**

RICORDA:  
 CARICA ELETTRONICA =  $-e = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$   
 CARICA PROTONE =  $+e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

È possibile per una carica elettrica muoversi da un posto a un altro all'interno di un oggetto: tale moto delle cariche si dice **CONDUZIONE ELETTRICA**. È conveniente classificare i materiali secondo la capacità delle cariche di muoversi al loro interno:

- **CONDUTTORI** sono quei materiali nei quali le cariche si muovono quasi liberamente;
- **ISOLANTI** sono quei materiali nei quali le cariche non si muovono liberamente;
- **SEMICONDUCTORI** hanno proprietà a metà tra i 2 tipi precedenti; ci sono cariche libere di muoversi ma meno che in un conduttore.

**LEGGE DI COULOMB** = descrive il modulo della forza elettrostatica fra due cariche puntiformi di carica  $q_1$  e  $q_2$  e separate da una distanza  $r$

$$F_e = K_e \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

dove  $K_e$  è la **COSTANTE DI COULOMB** =  $8,9876 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$   
 si può scrivere anche

$$K_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

dove  $\epsilon_0$  è la **COSTANTE DIELETTICA DEL VUOTO** =  $8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$

- la legge è valida esattamente solo per cariche puntiformi o particelle
- se  $q_1$  e  $q_2$  hanno lo stesso segno ( $q_1 \cdot q_2 > 0$ ) → FORZA RESPULSIVA  
 $q_1$  e  $q_2$  hanno segno opposto ( $q_1 \cdot q_2 < 0$ ) → FORZA ATTRATTIVA
- può essere espressa vettorialmente:  $\vec{F}_{12} = K_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12}$   $\hat{r}_{12}$  è il versore unitario diretto da  $q_1$  a  $q_2$
- se sono presenti più di 2 cariche → **PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE**: la forza risultante su ciascuna particella è uguale alla somma vettoriale delle forze dovute a tutte le altre particelle

**CAMPO ELETTRICO** = esiste in un punto dello spazio se una carica di prova positiva  $q_0$  posta in quel punto subisce una forza elettrica. Il campo elettrico è definito come:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0}$$

N/C  
oppure V/m

da cui si ricava

$$\vec{F}_e = q\vec{E}$$

per una particella con carica  $q$  posta nel campo  $\vec{E}$

• la direzione è la stessa della forza di cui una carica di prova positiva risente quando viene posizionata nel campo

$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

CAMPO ELETTRICO GENERATO DA UNA CARICA PUNTIFORME

$$\vec{E} = k_e \sum \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

distanze e - direzioni dal punto in cui deve calcolare il campo

CAMPO ELETTRICO GENERATO DA UN NUMERO FINITO DI CARICHE PUNTIFORMI

Il campo elettrico in un certo punto di una distribuzione continua di carica è:

$$\vec{E} = k_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{n}$$

dove  $dq$  è la carica su un elemento della distribuzione di carica e  $r$  è la distanza dell'elemento dal punto in esame

Si può assumere che la carica sia uniformemente distribuita lungo una linea, su una superficie o in un volume:

• se una carica  $Q$  è uniformemente distribuita in un volume  $V$ , la **DENSITÀ DI CARICA PER VOLUME**  $\rho$  è definita da

$$\rho = \frac{Q}{V} \quad \text{C/m}^3$$

• se  $Q$  è uniformemente distribuita su una superficie di area  $A$ , la **DENSITÀ SUPERFICIALE DI CARICA**  $\sigma$  è definita da

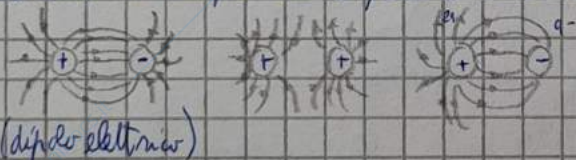
$$\sigma = \frac{Q}{A} \quad \text{C/m}^2$$

• se  $Q$  è uniformemente distribuita lungo una linea di lunghezza  $l$ , la **DENSITÀ LINEARE DI CARICA**  $\lambda$  è definita da

$$\lambda = \frac{Q}{l} \quad \text{C/m}$$

Le **LINEE DI CAMPO ELETTRICO** sono utili per descrivere il campo elettrico in qualunque regione dello spazio. Il vettore campo elettrico  $\vec{E}$  è sempre tangente alle linee di campo in ogni punto. Inoltre, il numero di linee di campo per unità di area su una superficie perpendicolare alle linee di campo è proporzionale al modulo di  $\vec{E}$  in quella regione. Le regole per disegnarle sono le seguenti:

- le linee di campo devono avere origine dalle cariche positive e terminare sulle cariche negative. Nel caso di un campo di carica di un tipo, alcune linee inizieranno o termineranno all'infinito.
- il numero di linee di campo disegnate che escono da una carica positiva o che entrano in una carica negativa è proporzionale alla carica.
- due linee di campo non si possono intersecare.



### MODELLO DI ANALISI: MOTO DI PARTICELLE CARICHE IN UN CAMPO ELETTRICO UNIFORME

La forza elettrica è l'unica forza agente sulla particella, applicando la 2° legge di Newton:

$$\vec{F}_e = q\vec{E} = m\vec{a} \quad \text{e la sua accelerazione è } \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

Se  $\vec{E}$  è uniforme (costante in modulo, direzione e verso), l'accelerazione è costante e possiamo applicare il modello del moto uniformemente accelerato per descrivere il moto della particella.

Se la carica della particella è:

- positiva  $\rightarrow$  acc. nel verso del campo elettrico
- negativa  $\rightarrow$  acc. nel verso opposto a quello del campo elettrico

**FLUSSO ELETTRICO** = è proporzionale al numero di linee di campo elettrico che attraversano una superficie. In formula:

$$\Phi_e = EA \quad \text{se l'area è } \perp \text{ alla direzione del campo}$$

$$\Phi_e = EA \cos \theta \quad \text{se la linea è a un'angolo } \theta \text{ con il campo elettrico uniforme}$$

con campo elettrico uniforme

più in generale, il flusso attraverso una superficie è dato da:

$$\Phi_E = \int_{\text{superficie}} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

In generale, il valore di  $\Phi_E$  dipende sia dalla configurazione del campo sia dalla particolare superficie.

**TEOREMA DI GAUSS** = dice che il flusso totale del campo elettrico  $\Phi_E$  attraverso una qualunque superficie chiusa (gaussiana) è uguale alla carica totale contenuta all'interno della superficie divisa per  $\epsilon_0$ :

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

è valido per il campo elettrico generato da un sistema di cariche o da una distribuzione continua di carica qualunque.

**SUPERFICIE GAUSSIANA** = superficie chiusa in cui ogni porzione soddisfa una o più delle seguenti condizioni:

1. dalla simmetria si deve dedurre la costanza del campo elettrico nella porzione di superficie
2. il prodotto scalare si può esprimere come un semplice prodotto algebrico  $E dA$  essendo  $\vec{E}$  e  $d\vec{A}$  paralleli
3. il prodotto scalare è zero perché  $\vec{E}$  e  $d\vec{A}$  sono perpendicolari
4. si può dedurre che il campo è zero nella porzione considerata della superficie

Un conduttore in **EQUILIBRIO ELETTROSTATICO** (non c'è movimento di cariche nel conduttore) ha le seguenti proprietà:

- 1) il campo elettrico all'interno del conduttore è nullo dovunque, indipendentemente dal fatto che il conduttore sia pieno o che sia cavo
- 2) se il conduttore è isolato e porta una carica elettrica, la carica sta sulla sua superficie esterna
- 3) il campo elettrico in un punto appena al di fuori di un conduttore carico è  $\perp$  alla superficie del conduttore e ha intensità  $\sigma/\epsilon_0$ , dove  $\sigma$  è la densità superficiale di carica in quel punto
- 4) su un conduttore di forma irregolare, la carica tende ad accumularsi in punti in cui il raggio di curvatura della superficie è minimo

# POTENZIALE ELETTRICO e CAPACITÀ

CAPITOLO 20

Quando una carica positiva di prova  $q_0$  viene spostata fra i punti A e B in un campo elettrico  $\vec{E}$ , la **VARIAZIONE DI ENERGIA POTENZIALE** del sistema carica-campo è:

$$\Delta U = -q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad \text{se } \vec{E} \text{ è costante} \quad \Delta U = q_0 \Delta V = -q_0 \vec{E} \cdot \vec{s} = -q_0 E d$$

La **DIFFERENZA DI POTENZIALE**,  $\Delta V$ , fra i punti A e B in un campo elettrico  $\vec{E}$  è definita come la variazione di energia potenziale divisa per la carica di prova  $q_0$ :

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q_0} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$d\vec{s}$  è lo spostamento tra i 2 punti dello spazio  
unità di misura  $V$  (volt) =  $1 \frac{J}{C}$

Il lavoro fatto da un agente esterno per spostare la carica  $q$  attraverso il campo elettrico con velocità costante è:

$$W = q \Delta V$$

$$\text{ELETTRON VOLT (eV)} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot \text{V} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

La differenza di potenziale fra due punti A e B in un campo elettrico uniforme  $\vec{E}$  è:

$$\Delta V = -E \int_A^B ds = -Ed \quad d \text{ è il modulo del vettore spostamento tra A e B}$$

**SUPERFICI EQUIPOTENZIALI** = sono superfici sulle quali il potenziale elettrico è costante, esse sono  $\perp$  alle linee di campo elettrico.

Il potenziale elettrico di una carica puntiforme  $q$  a una distanza  $r$  dalla carica è:

$$V = k_e \frac{q}{r} \quad \text{per un insieme di cariche puntiformi basta sommare i vari potenziali algebricamente}$$

L' **ENERGIA POTENZIALE ELETTRICA DI UNA COPPIA DI CARICHE PUNTFORMI** separate da una distanza  $r_{12}$  è:

$$U = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

che rappresenta il lavoro necessario per portare le cariche da una distanza di separazione infinita a una distanza di separazione  $r_{12}$ :  
 $- q_1, q_2 > 0 \rightarrow U > 0 \rightarrow$  ci vuole un lavoro per avvicinarle  
 $- q_1, q_2 < 0 \rightarrow U < 0 \rightarrow$  lavoro negativo per allontanarle

Se il potenziale è noto in funzione delle coordinate  $x, y, z$ , le componenti del campo elettrico si possono ottenere dalla derivata cambiata di segno del potenziale rispetto alle coordinate:

$$E_x = - \frac{\partial V}{\partial x} \quad E_y = - \frac{\partial V}{\partial y} \quad E_z = - \frac{\partial V}{\partial z}$$

Il **POTENZIALE ELETTRICO DI UNA DISTRIBUZIONE CONTINUA DI CARICA** è:

$$V = k_e \int \frac{dq}{r}$$

Ogni punto sulla superficie di un conduttore carico in equilibrio elettrostatico si trova allo stesso potenziale. Inoltre, il potenziale è costante ovunque all'interno del conduttore ed è uguale al suo valore sulla superficie.

Un **CONDENSATORE** è un dispositivo per immagazzinare carica. Un condensatore carico consiste di due conduttori carichi con cariche uguali e di segno opposto con una differenza di potenziale  $\Delta V$  fra essi. La **CAPACITÀ**  $C$  di un condensatore è definita come il rapporto fra il valore assoluto della carica  $Q$  su ciascun conduttore e il valore assoluto della differenza di potenziale  $\Delta V$ :

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \quad \text{si misura in } F \text{ (faraday)} = 1 \text{ C/V} \quad * \quad (\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V)$$

• Se due o più condensatori sono collegati in parallelo, la differenza di potenziale ai capi di ciascuno di essi deve essere la stessa. La **CAPACITÀ EQUIVALENTE** di un insieme di condensatori **IN PARALLELO** è:

•  $(Q_{tot} = Q_1 + Q_2)$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

• Se due o più condensatori sono collegati in serie, la carica su ognuno di essi è la stessa e la **CAPACITÀ EQUIVALENTE** del collegamento **IN SERIE** è:

•  $(Q_1 = Q_2 = Q_3)$   
•  $(\Delta V_{tot} = \Delta V_1 + \Delta V_2)$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

Per caricare un condensatore è necessaria dell'energia, poiché il processo di carica è equivalente a trasferire cariche da un conduttore a potenziale più basso a un altro a potenziale più alto. L'**ENERGIA POTENZIALE ELETTROSTATICA**  $U$  **IMMAGAZZINATA** nel condensatore è:

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} Q \Delta V = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2 \quad \text{per condensatore piano: } U = \frac{1}{2} (E_0 A d) E^2$$

DENSITÀ DI ENERGIA:  $u_0 = \frac{1}{2} E_0 E$  (energia per unità di volume)

Quando un materiale **DIELETTRICO** (non conduttore) viene inserito fra le armature del condensatore, la capacità generalmente aumenta di un fattore adimensionale  $k$ , chiamato **CONSTANTE DIELETTRICA**. E cioè:  $C = k C_0$

$C_0$  capacità senza dielettrico

nel caso di un condensatore piano:  $C = k \frac{\epsilon_0 A}{d}$

vantaggi del dielettrico: aumenta la capacità del condensatore  
fornisce un supporto meccanico fra le armature, diminuendo la distanza  
aumenta la diff. di potenziale massima di funzionamento del condensatore

\* **CONDENSATORE PIANO**:  $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$

**CONDENSATORE CILINDRICO**:  $C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\frac{2k_0 Q}{\epsilon} \ln(\frac{b}{a})} = \frac{\epsilon}{2k_0 \ln(\frac{b}{a})}$

**CAPACITÀ SFERA CARICA ISOLATA**:  $C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi \epsilon_0 R}} = \frac{4\pi \epsilon_0 R}{1} = 4\pi \epsilon_0 R$

# CORRENTE e CIRCUITI A CORRENTE CONTINUA CAPITOLU 21

**CORRENTE ELETTRICA** = è definita come la rapidità con la quale la carica elettrica fluisce attraverso una superficie. Se  $\Delta Q$  è la carica che attraversa la superficie nel tempo  $\Delta t$ , la **CORRENTE MEDIA** è:

$$I_{\text{med}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad A (\text{ampere}) = 1 \frac{C}{s}$$

Se la rapidità varia nel tempo, la **CORRENTE Istantanea** sarà:  $I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}$

La corrente in un conduttore viene espressa in termini del moto dei portatori di carica mediante la relazione:

$$I_{\text{med}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{(n A \Delta x) q}{\Delta t} = \frac{(n A v_d \Delta t) q}{\Delta t} = n q v_d A$$

( $\Delta x = v_d \Delta t$ ) dove:  $-v_d$  è la **VELOCITÀ DI DERIVA** -  $A$  è l'area della sezione del conduttore  
 $-n$  è la densità dei portatori di carica -  $q$  è la carica

La **DENSITÀ DI CORRENTE**  $J$  nel conduttore è definita come la corrente per unità di area:

$$J = \frac{I}{A} = n q v_d \quad A/m^2$$

La **RESISTENZA**  $R$  di un conduttore è definita come il rapporto tra la differenza di potenziale ai capi del conduttore e la corrente:

$$R = \frac{\Delta V}{I} \quad \Omega (\text{ohm}) = 1 \frac{V}{A}$$

Se la resistenza è indipendente dalla tensione applicata, il conduttore obbedisce alla **LEGGI DI OHM** (resistenza costante in un grande intervallo di tensioni), e i conduttori che obbediscono a questa legge vengono detti **OHMICI**.

Un **RESISTORE** è un semplice elemento circuitale che fornisce una specifica resistenza in un circuito elettrico:

$$\Delta V = IR \quad (\text{la tensione ai capi del resistore è il prodotto della resistenza e della corrente nel resistore})$$

Se il conduttore ha una sezione uniforme di area  $A$  e una lunghezza  $l$ , la sua resistenza è data da:

$$R = \rho \frac{l}{A} \quad \text{dove } \rho \text{ è la } \text{RESISTIVITÀ} \text{ del materiale del quale è fatto il conduttore}$$

Il reciproco della resistenza è definito come **CONDUCIBILITÀ**  $\sigma = \frac{1}{\rho}$

La resistenza di un conduttore varia con la temperatura in maniera approssimativamente lineare:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha (T - T_0)] \quad \text{dove } \rho_0 \text{ è la resistenza alla temperatura di riferimento } T_0 \text{ e } \alpha \text{ è il } \text{COEFFICIENTE TERMICO DELLA RESISTIVITÀ}$$

La variazione della resistenza con la temperatura è:  $R = R_0 [1 + \alpha (T - T_0)]$

$$\alpha = \frac{1}{\rho_0} \frac{\Delta \rho}{\Delta T}$$

**(SUPERCONDUTTORI)** = classe di metalli e composti per i quali la resistenza diventa zero al di sotto di una particolare temperatura  $T_c$ , nota come **TEMPERATURA CRITICA**

In un modello classico della conduzione elettronica nei metalli, gli elettroni vengono trattati come molecole di un gas. In assenza di campo elettrico, la velocità media degli elettroni è zero. Quando si applica un campo elettrico, gli elettroni si muovono (in media) con una **VELOCITÀ DI DERIVA**  $\vec{v}_d$  data da:

$$\vec{v}_d = \frac{q\vec{E}}{m_e} \tau$$

dove  $\tau$  è il tempo medio tra le collisioni con gli atomi del metallo:  $\tau = \frac{l_{med}}{v_{med}}$  → cammino libero medio / velocità media

La resistività del materiale secondo questo modello è data da:

$$\rho = \frac{m_e}{n e^2 \tau}$$

$n$  è il numero di elettroni liberi per unità di volume ed  $e$  è la carica dell'elettrone =  $1,602 \cdot 10^{-19}$  C

$$n = \frac{N_A \rho}{M}$$

(deriva da  $I = \frac{n e^2 E}{m_e} \tau A = \frac{E}{\rho} A$ )

Se ai capi di un conduttore viene mantenuta una differenza di potenziale  $\Delta V$ , la **POTENZA**, o energia per unità di tempo fornita ad un elemento del circuito è:

$$P = I \Delta V$$

Poiché la differenza di potenziale ai capi di un resistore è  $\Delta V = IR$ , possiamo esprimere la potenza fornita a un resistore nella forma:

$$P = I^2 R = \frac{(\Delta V)^2}{R}$$

La **f.e.m.** di una batteria equivale alla tensione ai suoi capi quando la corrente è zero. A causa della caduta di potenziale attraverso la **RESISTENZA INTERNA**  $r$  di una batteria, la **TENSIONE AI TERMINI** della batteria è minore della f.e.m. quando circola una corrente nella batteria.

$$\Delta V = E - I r \rightarrow E = IR + I r \rightarrow I = \frac{E}{R+r} \rightarrow I E = I^2 R + I^2 r$$

**RESISTORI IN SERIE** = la **RESISTENZA EQUIVALENTE** di un insieme di resistori collegati in serie:

$$I = I_1 = I_2 \text{ e } \Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 \quad R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

**RESISTORI IN PARALLELO** = la **RESISTENZA EQUIVALENTE** di un insieme di resistori collegati in // è:

$$\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2 \text{ e } I = I_1 + I_2 \quad \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

Circuiti elettrici complessi costituiti da più di una maglia possono essere analizzati più facilmente usando due semplici regole, dette **LEGGI DI KIRCHHOFF**:

1) **REGOLA DEI NODI** = in ogni nodo, la somma delle correnti deve essere zero:

$$\sum_{\text{nodi}} I = 0$$

• è un enunciato della **CONSERVAZIONE DELLA CARICA ELETTRICA**

- la corrente entrante nel nodo è considerata positiva  $+I$ , mentre la corrente uscente dal nodo è considerata negativa  $-I$

2) **REGOLA DELLE MAGLIE** = la somma delle differenze di potenziale ai capi di ciascun elemento all'interno di un percorso chiuso (maglia) deve essere zero:

$$\sum_{\text{maglia}} \Delta V = 0$$

• consegue dalla **CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA**

• quando si applica la seconda legge si utilizza la seguente convenzione sui segni:

- se un resistore viene percorso nel verso della corrente, la variazione di potenziale  $\Delta V$  ai capi del resistore è  $-IR$
- se un resistore viene percorso in senso opposto,  $\Delta V = +IR$
- se una sorgente di f.e.m. viene attraversata nel verso della p.e.m. (da neg a pos), la variazione di potenziale è  $+E$
- se è attraversata in senso opposto (da pos a neg), la caduta di tensione è  $-E$

**CIRCUITI RC** = circuito contenente un collegamento in serie di un resistore e di un condensatore

Se un condensatore viene caricato con una batteria di f.e.m.  $E$  attraverso un resistore  $R$ , la carica sul condensatore e la corrente nel circuito variano nel tempo secondo le espressioni:

$$q(t) = Q (1 - e^{-t/RC})$$

$$I(t) = \frac{E}{R} e^{-t/RC}$$

dove  $Q = CE$  è la carica massima sul condensatore e il prodotto  $RC$  viene detto **costante di tempo** del circuito:

$$\tau = RC$$

(in fase di carica) (e esponenziale)

Se un condensatore carico viene scaricato su un resistore  $R$ , la carica e la corrente decrescono esponenzialmente nel tempo secondo le espressioni:

$$q(t) = Q e^{-t/RC}$$

$$I(t) = -\frac{Q}{RC} e^{-t/RC}$$

(in fase di scarica) (e esponenziale)

# FORZE e CAMPI MAGNETICI CAPITOLO 22

La **FORZA MAGNETICA** che agisce su una carica  $q$  che si muove con una velocità  $\vec{v}$  in un **CAMPO MAGNETICO** esterno  $\vec{B}$  è:

$$\vec{F}_B = q \vec{v} \times \vec{B}$$

- $\cdot T(\text{Tesla}) = 1 \text{ N} \cdot \text{s} / \text{C} \cdot \text{m}$
- $\cdot \vec{F}_B \perp \vec{B}, \vec{F}_B \perp \vec{v}$  - pollice  $\vec{v}$
- $\cdot$  direzione: regola mano dx: - medio  $\vec{B}$
- pollice  $\vec{F}_B$

il suo modulo è dato da:

$$F_B = |q| v B \sin \theta$$

$\theta$  è l'angolo tra  $\vec{v}$  e  $\vec{B}$

(il lavoro fatto da  $F_B$  è zero perché  $F_B \perp \vec{v}$ )

Una particella di massa  $m$  e carica  $q$  che si muove con velocità  $\vec{v}$  perpendicolarmente ad un campo magnetico uniforme  $\vec{B}$  segue una traiettoria circolare:

$$r = \frac{m v}{q B}$$

raggio

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{q B}{m}$$

$\omega$ : angolare o **Frequenza**  
DEL CICLOTRONE

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{q B}$$

periodo del moto

Una carica che si muove con velocità  $\vec{v}$  in presenza di un campo elettrico  $\vec{E}$  e di un campo magnetico  $\vec{B}$  subisce sia  $f$  elettrica che magnetica. La forza totale agente sulla particella è la somma vettoriale:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

detta **FORZA DI LORENTZ**

di cui considero 3 applicazioni:

1) **SELETTORE DI VELOCITÀ**

$$v = \frac{E}{B} \quad (F_B = F_e)$$

raggio curvatura

2) **SPEKTROMETRO DI MASSA**

$$\frac{m}{q} = r \frac{B_0 B}{E}$$

raggio

3) **CICLOTRONE**

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{q^2 B^2 R^2}{2 m}$$

en. cinetica

Se un conduttore rettilineo di lunghezza  $L$  è percorso da una corrente  $I$ , la forza magnetica che agisce sul conduttore quando viene posto in un campo magnetico esterno  $\vec{B}$  è:

$$\vec{F}_B = I \vec{L} \times \vec{B}$$

dove  $\vec{L}$  è nella direzione della corrente e  $|\vec{L}| = L$  è la lunghezza del conduttore

Se un filo di forma arbitraria, percorso da una corrente  $I$ , viene posto in un campo magnetico esterno, la forza magnetica che agisce su un elemento infinitesimo  $d\vec{s}$  è data da:

$$d\vec{F}_B = I d\vec{s} \times \vec{B}$$

integrando

$$\vec{F}_B = I \int_a^b d\vec{s} \times \vec{B}$$

$a$  e  $b$  punti arbitrari

Il **MOMENTO DI DIPOLO MAGNETICO**  $\vec{\mu}$  di una spira percorsa dalla corrente  $I$ , è:

$$\vec{\mu} = I \vec{A} \cdot A \cdot \vec{n}$$

$\vec{A} \perp$  al piano della spira.  $|\vec{A}|$  è uguale all'area della spira.

Il **MOMENTO DELLE FORZE**  $\vec{\tau}$  che si esercita su una spira percorsa da corrente quando viene posta in un campo magnetico esterno uniforme  $\vec{B}$  è dato da:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

L'**ENERGIA POTENZIALE** del sistema composto da un dipolo magnetico è:

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

La **LEGGE DI BIOT-SAVART** dice che il campo magnetico  $d\vec{B}$  in un punto  $P$ , prodotto da un elemento di circuito  $d\vec{s}$  percorso da una corrente stazionaria  $I$  è dato da:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$  è la **PERMEABILITÀ MAGNETICA DEL VUOTO**  
 $r$  è la distanza tra  $P$  e l'elemento di circuito

per trovare  $B$  devo integrare su tutta l'intera distribuzione

Il modulo del campo magnetico ad una distanza  $r$  da un lungo filo rettilineo, percorso da una corrente  $I$ , è dato da:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

(linee di campo sono circonf. concentriche con il filo)

La forza magnetica per unità di lunghezza tra due fili paralleli (almeno uno dei quali molto lungo), posti ad una distanza  $a$ , e percorsi da correnti  $I_1$  e  $I_2$  è:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

- $I_1$  e  $I_2$  nello stesso verso  $\rightarrow$  attrattiva
- $I_1$  e  $I_2$  verso opposti  $\rightarrow$  repulsiva

Il **TEOREMA DI AMPÈRE** dice che l'integrale di linea di  $\vec{B} \cdot d\vec{s}$  esteso a un percorso chiuso è uguale a  $\mu_0 I$  dove  $I$  è la corrente contenuta totale concatenata con il percorso chiuso:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

valido se il cammino è multiplo  
 •  $\vec{B}$  e  $d\vec{s} \parallel$   $\rightarrow$  semplice prodotto algebrico  
 •  $\vec{B}$  e  $d\vec{s} \perp$   $\rightarrow$  prodotto a zero  
 •  $\vec{B}$  costante nella prima di cammino  
 •  $B=0$  nei punti del percorso del cammino

Usando il teorema si trova che il campo magnetico all'interno di una bobina toroidale e quello in un solenoide sono dati da:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} \quad (\text{TOROIDE})$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I = \mu_0 n I \quad (\text{SOLENOIDE})$$

dove  $N$  è il numero totale di spire dell'avvolgimento, ed  $n$  il numero di spire per unità di lunghezza ( $n = \frac{N}{l}$ )

# LEGGE DI FARADAY e INDUTTANZA CAPITOLO 23

Il **FLUSSO MAGNETICO** attraverso una superficie associato al campo magnetico  $\vec{B}$  è:

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

dove l'integrale è definito sulla superficie  
 $W$  (weber) =  $1 T \cdot m^2$

La **LEGGE DI FARADAY DELL'INDUZIONE** stabilisce che la f.e.m. indotta in un circuito è direttamente proporzionale alla rapidità con cui varia il flusso magnetico attraverso il circuito:

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$N$  numero di spire e  $\Phi_B$  flusso concatenato ad esse

nel caso di  $\vec{B}$  uniforme ( $\Phi = BA \cos \theta$ ):

$$\mathcal{E} = - \frac{d}{dt} (BA \cos \theta)$$

una f.e.m. può essere indotta in un circuito:

- quando varia nel tempo il modulo di  $\vec{B}$
- quando varia nel tempo la  $A$  del circuito
- quando varia nel tempo  $\theta$  fra  $\vec{B}$  e la normale di  $A$
- combinazione dei casi precedenti

Quando una sbarretta conduttrice di lunghezza  $l$ , si muove in un campo magnetico  $\vec{B}$  con velocità  $\vec{v}$  tale che  $\vec{v}$  sia  $\perp$  a  $\vec{B}$ , la f.e.m. indotta nella sbarretta (la **f.e.m. DINAMICA**) è data da:

$$\mathcal{E} = -Blv$$

$$I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{Blv}{R}$$

corrente indotta

$$P = F_{\text{opp}} v = (IRB)v = \frac{B^2 l^2 v^2}{R} = I^2 R$$

potenza

La **LEGGE DI LENTE** afferma che la corrente e la forza elettromotrice indotte in un circuito hanno versi tali da opporsi alla variazione che le ha prodotta.

\* per un **GENERATORE A CORRENTE ALTERNATA (AC)**:

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -NBA \frac{d(\cos \omega t)}{dt} = NBA \omega \sin \omega t$$

Una forma generale della legge di Faraday dell'induzione è:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$\vec{E}$  campo elettrico non conservativo, prodotto dalla variazione del flusso magnetico

Quando una corrente varia nel tempo, in una bobina, secondo la legge di Faraday nella bobina viene indotta una f.e.m. La **f.e.m. AUTOINDOTTA** è così definita:

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt}$$

→ la variazione di flusso magnetico concatenato con il circuito ha origine dal circuito stesso

**L' INDUTTANZA**  $L$  di una bobina è:

$$L = \frac{N\Phi_B}{I}$$

- $N$  numero totale di spire
- $\Phi_B$  flusso m. attraverso ciascuna spira
- $H$  (Henry) =  $1 V \cdot s / A$

- dipende dalla geometria della bobina
- $\infty$  se il nucleo

Definizione:

$$L = - \frac{\mathcal{E}_L}{dI/dt}$$

In un CIRCUITO RL, cioè formato da un resistore e da un induttore  
 alimentato da p.e.m.  $\mathcal{E}$ , come quello rappresentato, se l'interruttore  $S_1$   
 e  $S_2$  viene chiuso a  $t=0$ , vale la seguente legge per la corrente:

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau})$$

dove  $\tau = \frac{L}{R}$  è la COSTANTE DI TEMPO del circuito RL

Se l'interruttore  $S_2$  viene posto in b, la corrente diminuisce esponenzialmente

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/\tau}$$

essendo  $\frac{\mathcal{E}}{R}$  la corrente iniziale

L'ENERGIA IMMAGAZINATA nel campo magnetico di un induttore in cui

$$U = \frac{1}{2} LI^2$$

La DENSITA' DI ENERGIA in un punto in cui il campo magnetico è

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

# ONDE ELETTROMAGNETICHE

CAPITOLO 24

La **CORRENTE DI SPOSTAMENTO**  $I_s$  è definita come:

$$I_s = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

e rappresenta una corrente efficace attraverso una regione di spazio in cui un campo elettrico varia nel tempo.

Quando sono usate insieme alla **LEGGE DELLA FORZA DI LORENTZ** ( $\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$ ), le **EQUAZIONI DI MAXWELL** descrivono tutti i fenomeni elettromagnetici:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

TEOREMA DI GAUSS

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

TEOREMA DI GAUSS PER IL MAGNETISMO

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

LEGGE DI FARADAY

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

LEGGE DI AMPÈRE - MAXWELL

Le **ONDE ELETTROMAGNETICHE**, che sono previste dalle equazioni di Maxwell, hanno le seguenti proprietà:

1) il campo elettrico e il campo magnetico soddisfanno le seguenti equazioni delle onde, che si possono ricavare dalla 3° e 4° di M.:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

2) le onde elettromagnetiche viaggiano nel vuoto con la velocità della luce ( $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ), dove:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

3) i campi elettrico e magnetico di un'onda elettromagnetica sono perpendicolari tra loro e perpendicolari alla direzione di propagazione dell'onda; quindi le onde elettromagnetiche sono onde trasversali. I 2 campi di un'onda elettromagnetica piana sinusoidale che si propaga lungo il verso positivo dell'asse  $x$  possono essere scritti:

$$E = E_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

$$B = B_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

$\omega$  frequenza angolare  
 $k$  numero d'onda

queste equazioni rappresentano soluzioni particolari delle equazioni

4) i valori istantanei per i moduli di  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  in un'onda elettromagnetica sono collegati dalla relazione

$$\frac{E_{max}}{B_{max}} = \frac{E}{B} = c$$

5) esiste uno spostamento nella frequenza osservata dalle onde relativo fra la sorgente delle onde e l'osservatore

$$f' = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} f$$

**EFFETTO DOPPLER**

$f'$  frequenza misurata  
 $f$  frequenza emessa  
 $v$  velocità

$v$  velocità  $v$  relativa  
 sorgente e osservatore

**POLARIZZAZIONE DELLA LUCE** = quando una luce polarizzata (direzione istantanea, in un particolare punto) di intensità  $I_0$  attraversa una lamina polarizzatrice, la luce trasmessa ha un'intensità:

$$I = I_{max} \cos^2 \theta$$

**LEGGE DI MALUS**

dove  $\theta$  è l'angolo fra l'asse di trasmissione e il vettore campo elettrico della luce incidente