

Gravitazione

1. Un satellite artificiale di massa $m=10^3$ kg descrive un'orbita circolare intorno alla terra. Calcolare in funzione del raggio R dell'orbita, la velocità, il periodo, l'energia meccanica, la forza gravitazionale fornendo i valori numerici per $R \approx R_T$. Estendere i calcoli nel caso di un satellite geostazionario. Determinare il lavoro necessario per portare il satellite da un'orbita di raggio R_1 ad un'orbita di raggio $R_2 > R_1$. Dati: $M_T = 5.98 \times 10^{24}$ kg, $R_T = 6.23 \times 10^6$ m, $\gamma = 6.67 \times 10^{-11}$ m³/(kg s²)

$$[v = (\gamma M_T / R)^{0.5}; T = 2\pi(R^3 / \gamma M_T)^{0.5}; E_M = -0.5 \gamma m M_T / R; L = \gamma m M_T / 2 [1/R_1 - 1/R_2]]$$

2. Si vuole collocare un satellite artificiale su un'orbita circolare a quota H dalla superficie terrestre. Tenendo in considerazione la rotazione della terra, si calcoli il minimo lavoro necessario a tale scopo in queste due situazioni:
- il satellite è lanciato dal polo
 - il satellite è lanciato dall'equatore.

Si esprimano i risultati in funzione della massa m del satellite, della quota H , della costante di gravitazione universale G , della massa della terra M , del suo raggio R_T e del periodo di rotazione T .

$$[E_{M_orbita} = -0.5 \gamma m M_T / (R+H); E_{M_iniziale} = 0.5 m v_o^2 - \gamma m M_T / R; L = \Delta E_M]$$

3. Calcolare la velocità di fuga di un corpo di massa m dalla terra.

$$[v_0 = (2\gamma M_T / R_T)^{0.5}]$$

4. I centri di due pianeti di massa M_1 e $M_2 = 4M_1$ si trovano ad una distanza D . Determinare la posizione del punto P lungo la direzione D in cui il campo gravitazionale totale è nullo.

$$[d = D/3]$$

5. Un asteroide si muove su una traiettoria parabolica. Quando transita da un punto a distanza $D = 10^5$ km dal centro della terra la sua velocità è inclinata di un angolo $\theta = 30^\circ$ rispetto alla congiungente asteroide-terra. Si determini il perigeo della traiettoria dell'asteroide.

$$[r_p = 2.5 \cdot 10^4 \text{ km}]$$