

LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

DAVIDE PAGANO

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BRESCIA

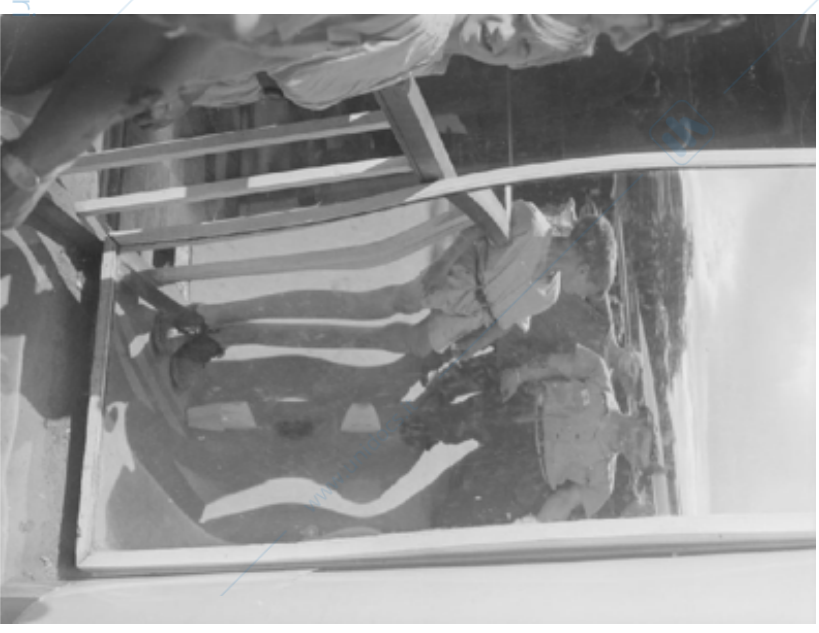
FISICA SPERIMENTALE (OTTICA ONDE)

A.A. 2017/2018

LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

INTRODUZIONE

- ▶ Guardando un oggetto attraverso uno specchio o lente vediamo qualcosa che non si trova esattamente dove noi lo vediamo
- ▶ Vediamo infatti un immagine dell'oggetto
- ▶ L'immagine può essere di caratteristiche molto diverse dall'oggetto: posizione, dimensione, forma e orientamento
- ▶ La formazione dell'immagine dipende da come cambia il percorso di un raggio luminoso per effetto di uno specchio o lente



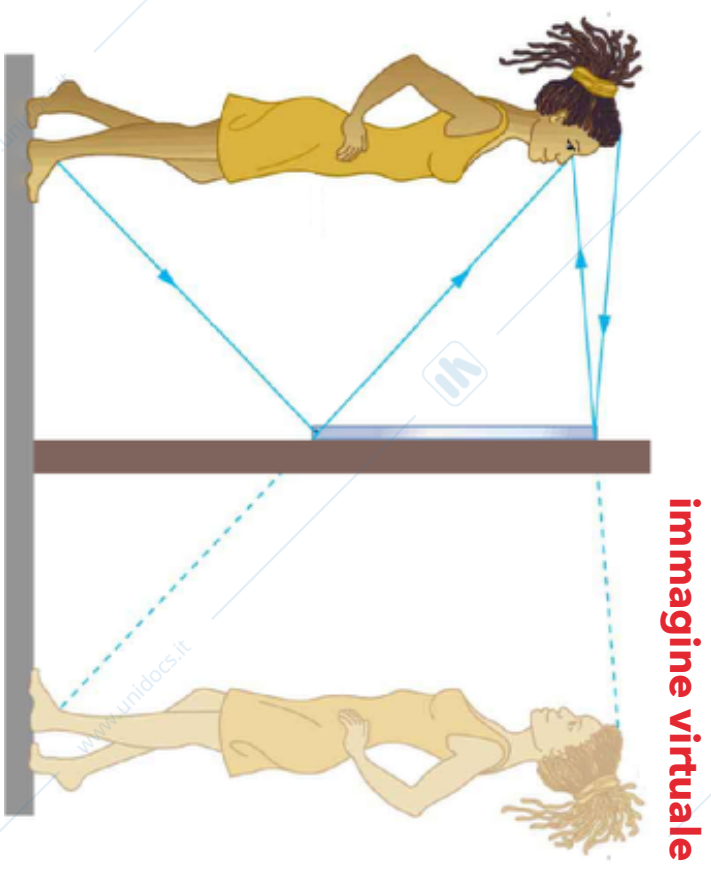
LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

INTRODUZIONE

- ▶ Un'altro aspetto fondamentale è come il nostro cervello **interpreta** il segnale luminoso proveniente da uno specchio o lente

- ▶ Il cervello ha la tendenza a credere che i raggi luminosi si propagano in modo rettilineo

- ▶ Che è il motivo per cui la nostra immagine riflessa da uno specchio ci sembra essere al di là dello stesso



- ▶ Il cervello inoltre costruisce l'immagine di un oggetto tenendo conto dell'ambiente circostante, memoria, etc...

LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

INTRODUZIONE

- ▶ Questo è alla base delle **illusioni ottiche** o della **pareidolia**
- ▶ Le immagini di lenti o specchi possono essere reali o virtuali

Immagini virtuali

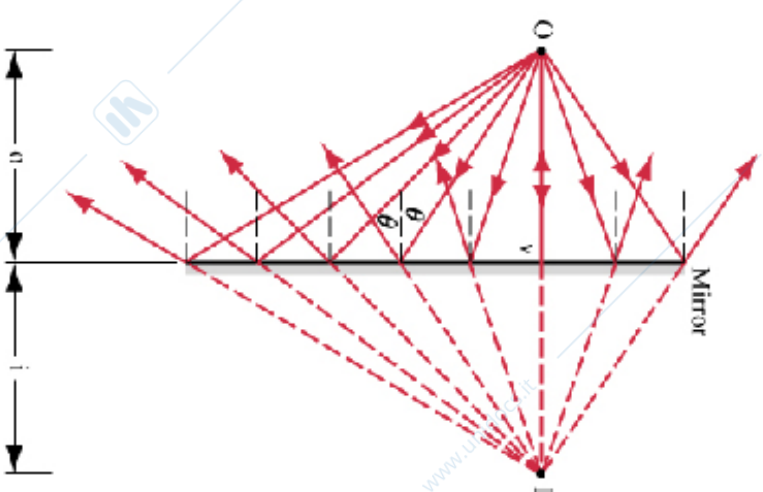
- ▶ Per la sua posizione **non** passa in realtà nessun raggio luminoso
- ▶ **Non** può essere proiettata su uno schermo
- ▶ Quando prodotta da un singolo specchio o lente è sempre **dritta**

Immagini reali

- ▶ I raggi luminosi passano effettivamente per la sua posizione
- ▶ Può essere proiettata su uno schermo
- ▶ Quando prodotta da un singolo specchio o lente è sempre **capovolta**

SPECCHI PIANI

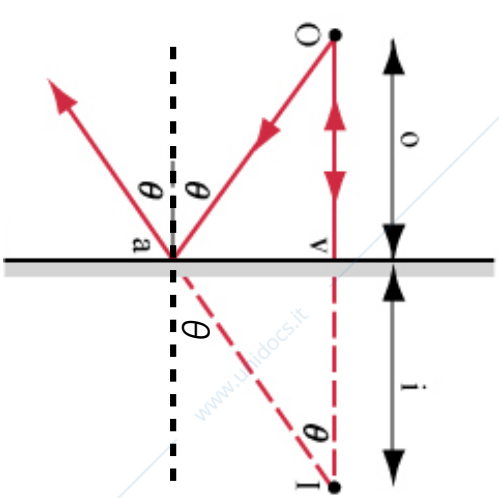
- ▶ Consideriamo una sorgente puntiforme di luce O , detta oggetto
- ▶ Applicando la legge della riflessione i **prolungamenti** dei raggi si incontrano in un punto I , detto immagine
- ▶ Le immagini formate da specchi piani sono **sempre virtuali**
- ▶ Per vederla dobbiamo guardare nello specchio



LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

SPECCHI PIANI

- ▶ Consideriamo i due raggi uscenti da O mostrati in figura



- ▶ $a\hat{O}v = \theta$ e $a\hat{I}v = \theta$

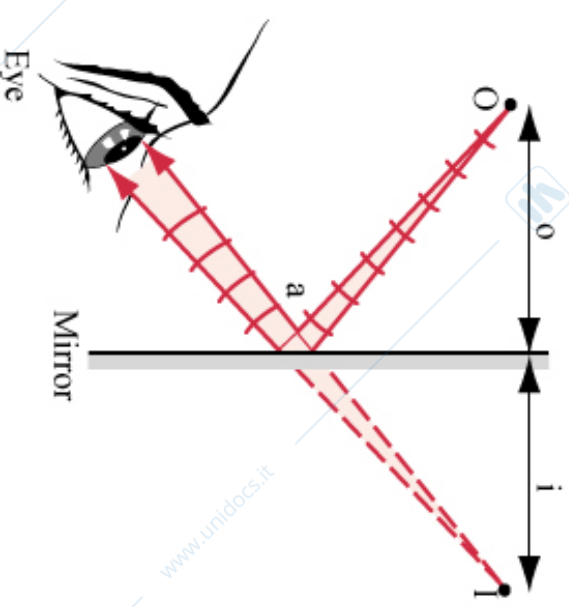
- ▶ Il triangolo aOI è isoscele e l'altezza $\bar{a}v$ identifica due triangoli congruenti: aOv e aIv

- ▶ Ne consegue che $o = -i$ dove il segno meno è stato introdotto per indicare che O e I sono in parti opposte rispetto allo specchio
- ▶ La relazione appena trovata è indipendente da θ e vale per tutti i raggi uscenti da O

LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

SPECCHI PIANI

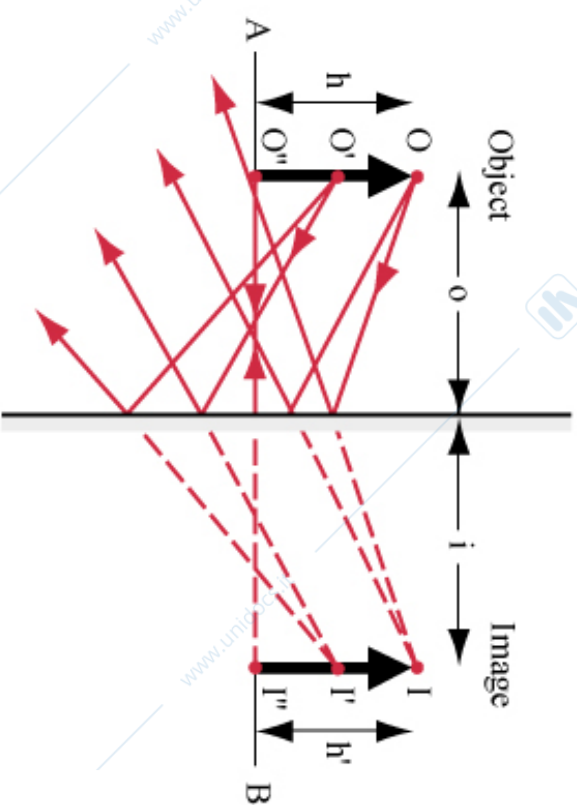
- ▶ Siccome la pupilla dell'occhio è piuttosto piccola solo i raggi che appartengono ad un piccolo fascio possono entrare



- ▶ Quindi solo una piccola porzione dello specchio nell'intorno del punto a contribuisce a formare l'immagine: **il resto dello specchio può essere eliminato!**
- ▶ Quando visto nel caso di una sorgente puntiforme vale anche nel caso di una sorgente estesa
- ▶ La sorgente estesa può essere pensata come una sequenza di sorgenti puntiformi

IMMAGINE OGGETTO ESTESO

- ▶ Nel seguito considereremo solo oggetti estesi i cui punti sono tutti alla stessa o dallo specchio o dalla lente e li rappresenteremo come frecce



- ▶ Per trovare la posizione dell'immagine dell'oggetto è sufficiente ricostruire l'immagine di un suo punto: costruendo l'immagine dell'estremo è possibile tracciare il profilo dell'intera immagine
- ▶ Per un oggetto esteso si definisce l'ingrandimento come $m = \frac{h'}{h}$

- ▶ Per convenzione

$$h > 0$$

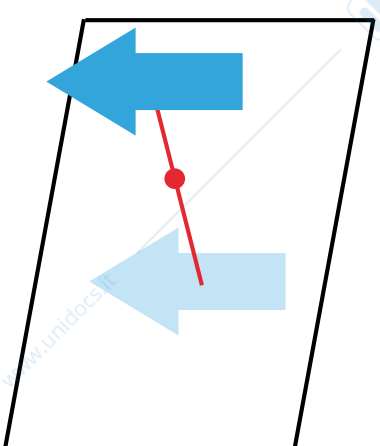
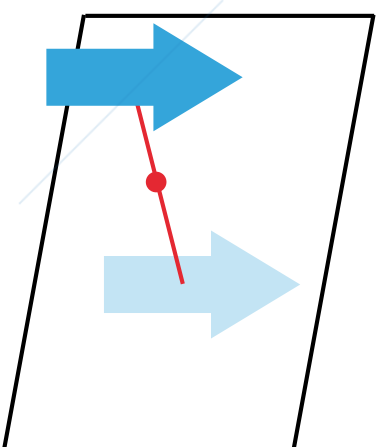
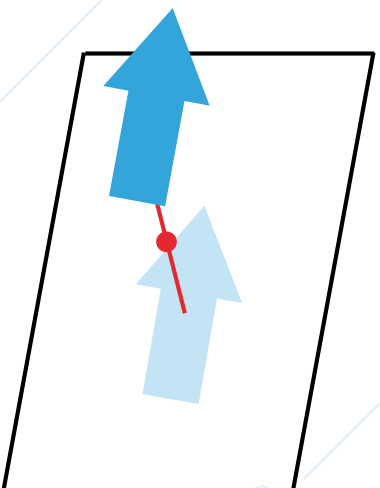
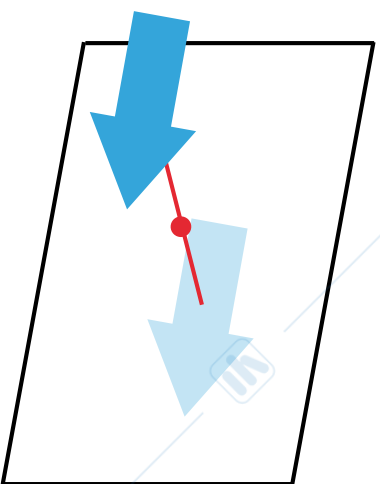
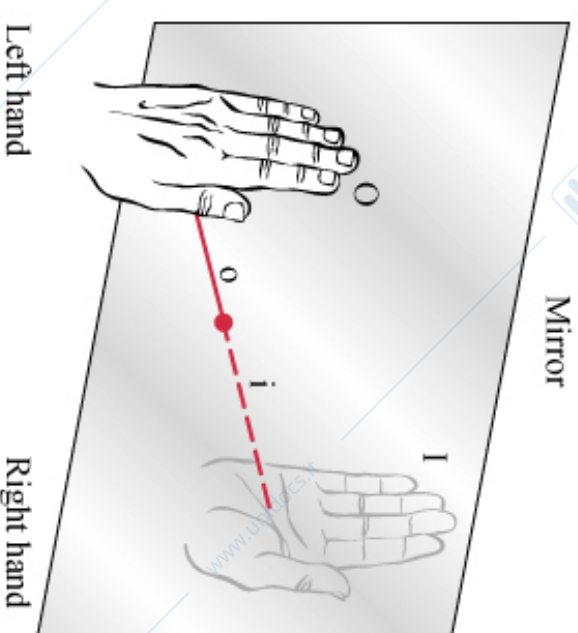
$$h' > 0$$

$$h < 0$$

$$h' < 0$$

INVERSIONE SPECULARE D'IMMAGINE

- ▶ "Perché uno specchio scambia la sinistra con la destra e non il basso con l'alto?"

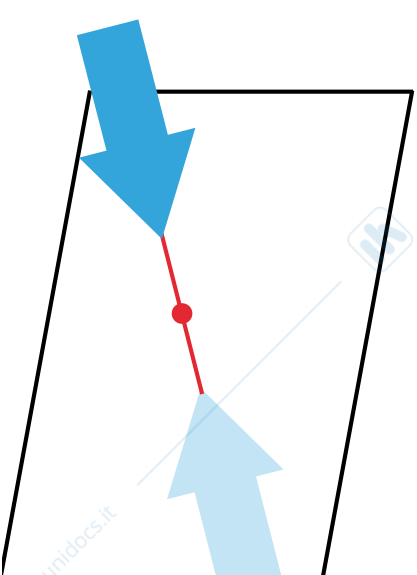


- ▶ Cosa "trasforma" allora la mano sinistra in quella destra?

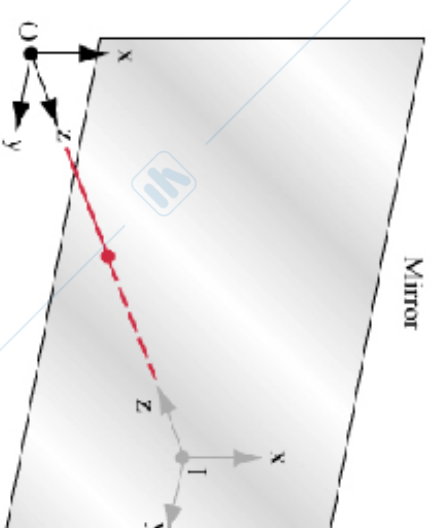
LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

INVERSIONE SPECULARE D'IMMAGINE

- ▶ Scambia il davanti con il dietro



- ▶ Un'inversione di questo tipo trasforma un sistema di coordinate destrorso in uno sinistrorso



- ▶ In una "stanza degli specchi" saremmo in grado di distinguere tra una persona reale e la sua immagine?

- ▶ È possibile stabilirlo con un qualche esperimento?

LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

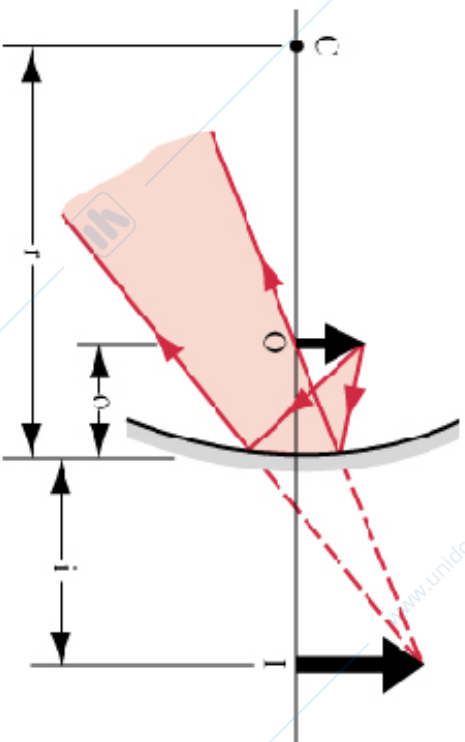
SPECCHI SFERICI

LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

SPECCHI SFERICI

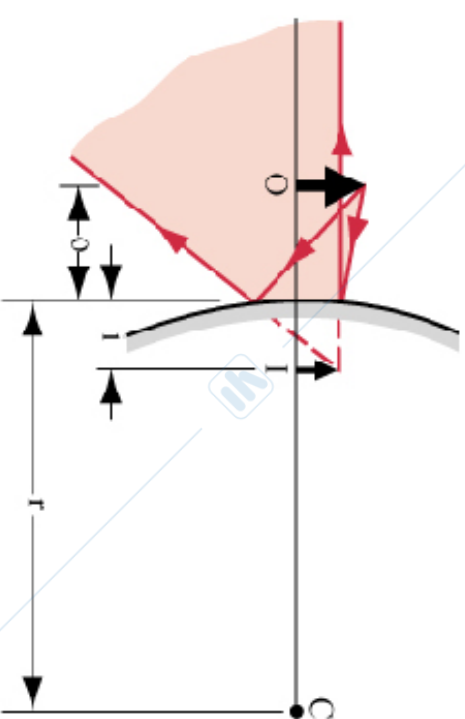
- ▶ Considerando il caso di specchi sferici: 2 tipologie sono possibili

concavo



- ▶ Immagine ingrandita ($o < r/2$)
- ▶ Campo visivo ridotto
- ▶ $|i| > |o|$

convesso

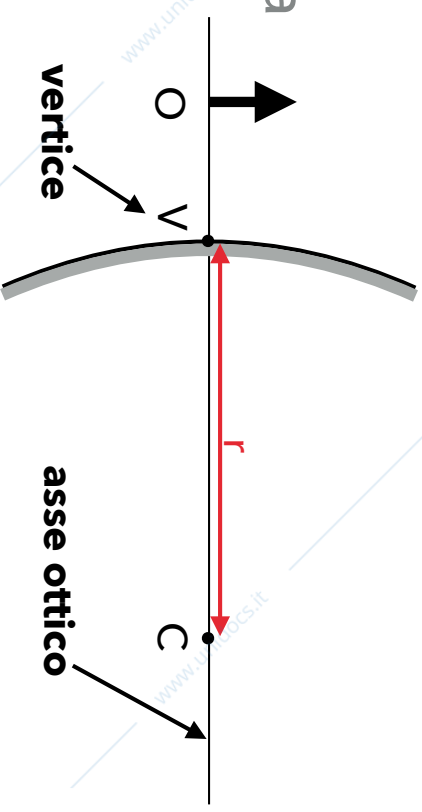


- ▶ Immagine rimpicciolita
- ▶ Campo visivo aumentato
- ▶ $|i| < |o|$

LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

SPECCHI SFERICI

- ▶ Ogni punto di uno specchio sferico dista r , detto raggio di curvatura, da un punto C detto centro di curvatura



- ▶ Uno specchio piano pertanto può essere visto come uno specchio sferico nel limite per cui $r \rightarrow \infty$
- ▶ Come dimostreremo in seguito, per raggi parassiali, vale la seguente equazione per gli specchi sferici

$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{2}{r}$$

equazione dello specchio

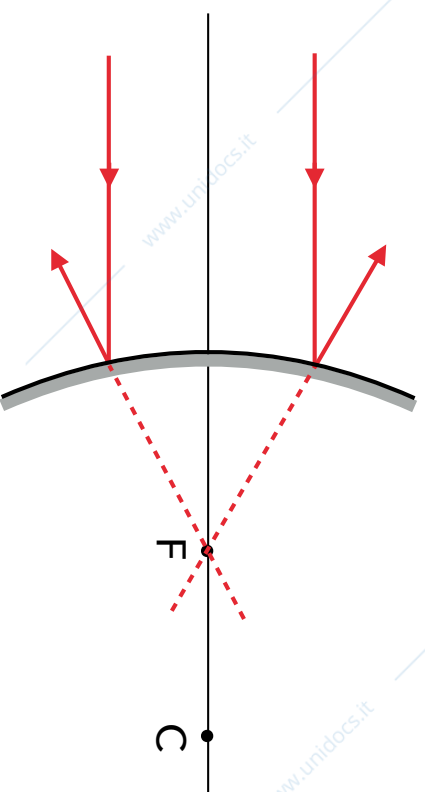
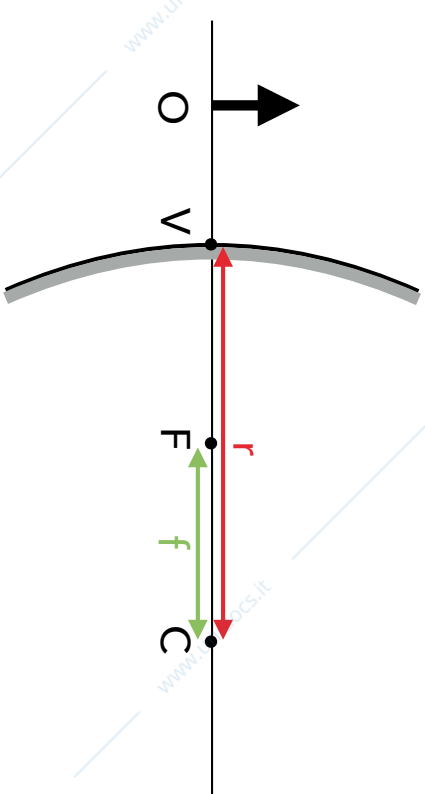
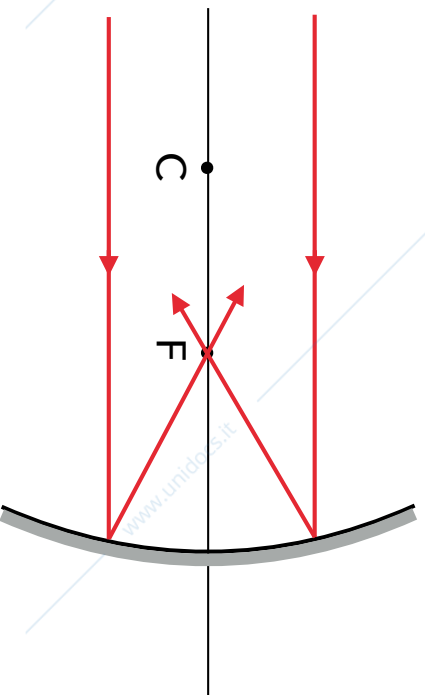
LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

SPECCHI SFERICI

- ▶ Definendo la lunghezza focale dello specchio come $f = r/2$ la precedente diventa

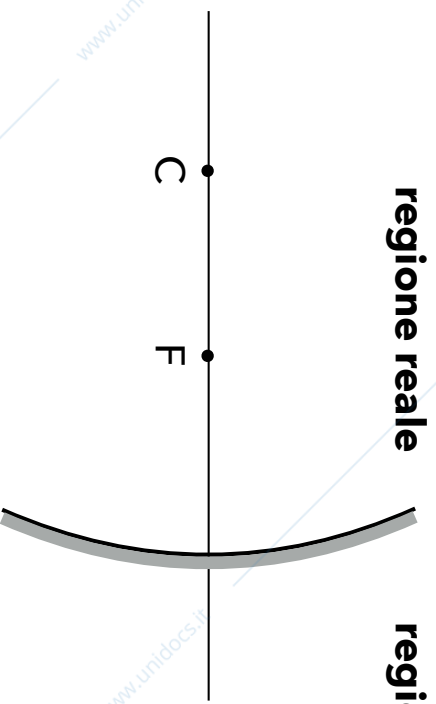
$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}$$

- ▶ Per $o \rightarrow \infty$ i raggi provenienti dall'oggetto sono paralleli all'asse ottico e per l'equazione degli specchi convergono in F

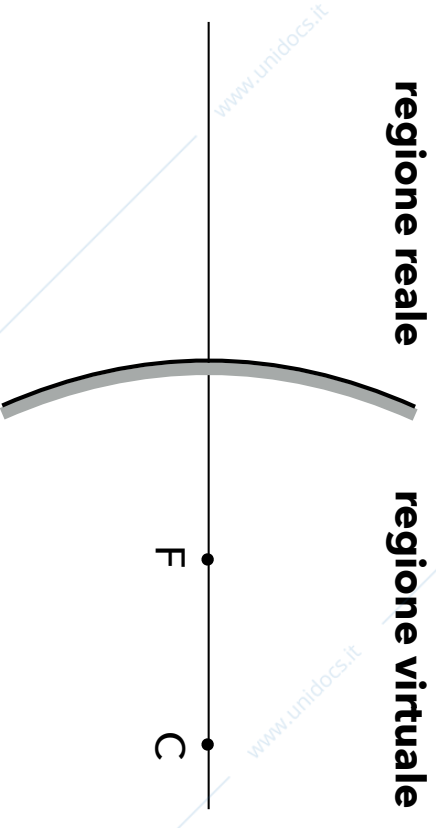


LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

SPECCHI SFERICI



- ▶ Nella regione reale (da dove provengono i raggi luminosi) si formano immagini reali

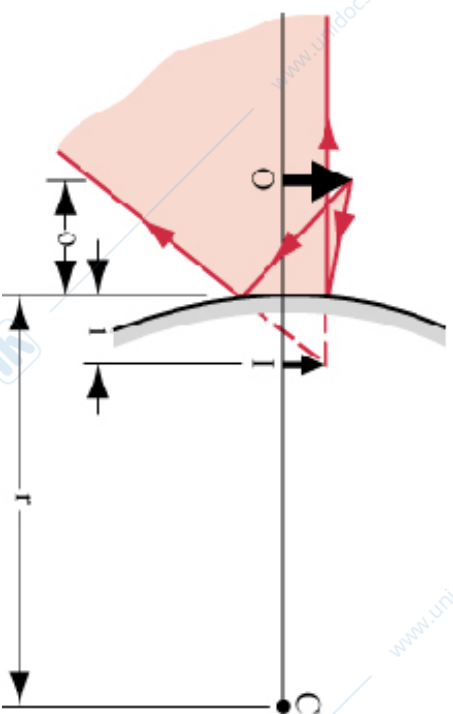


- ▶ Le immagini reali sono formate da **raggi convergenti** e **possono essere visti da uno schermo** posto nella posizione dell'immagine
- ▶ Al contrario le immagini formate nella regione virtuale (da **raggi divergenti**) sono immagini virtuali

SPECCHI SFERICI

- ▶ Nella regione virtuale o, i, r e f sono considerate **negative**

- ▶ Per esempio



$$o > 0$$

$$i < 0$$

$$r < 0$$

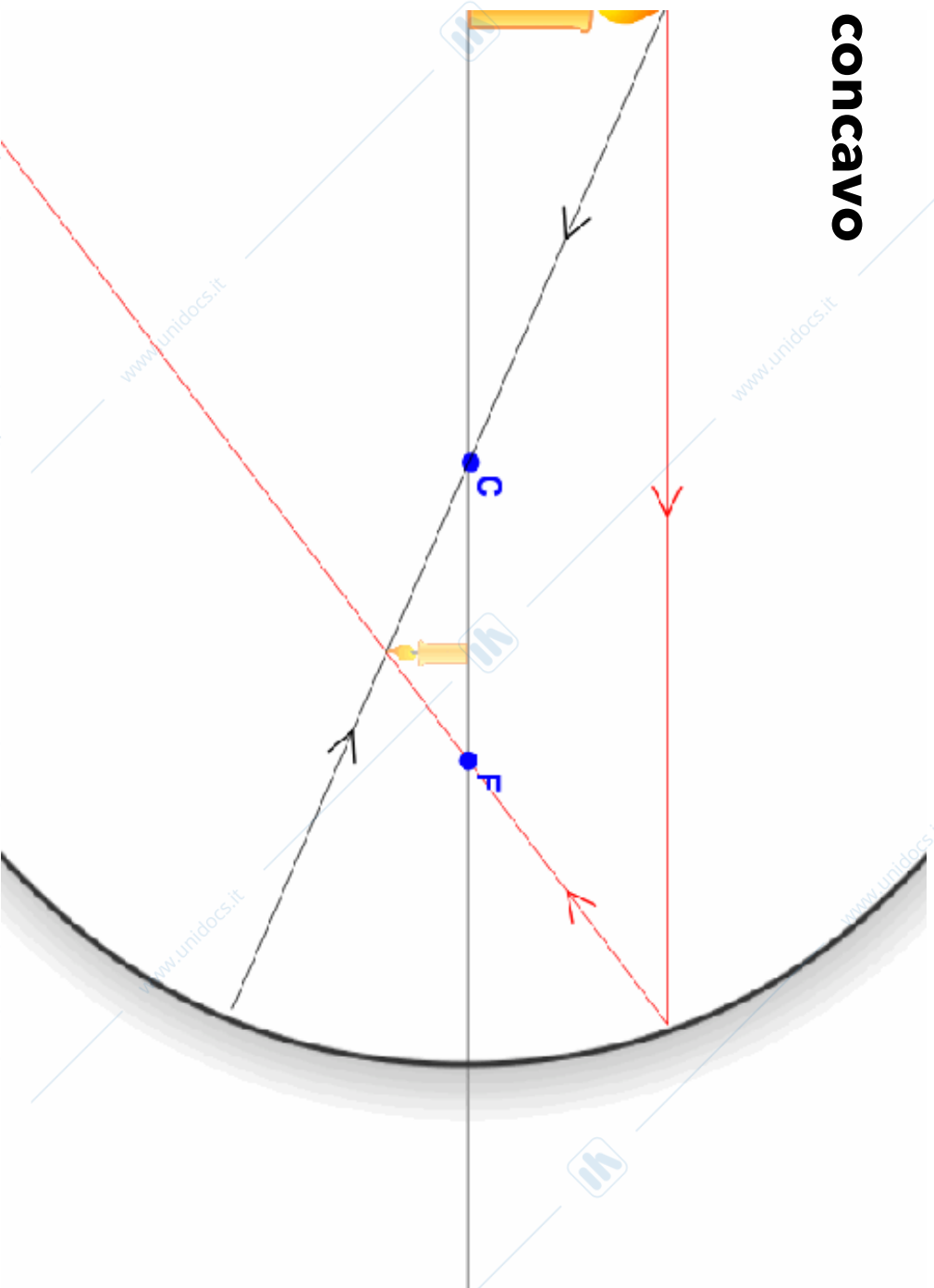
- ▶ Per gli specchi sferici si dimostra che l'ingrandimento è $m = -\frac{i}{o}$

- ▶ Se $m > 0$ ($m < 0$) l'immagine è dritta (capovolta) e se $|m| > 1$ ($|m| < 1$) l'immagine è ingrandita (rimpicciolita)

SPECCHI SFERICI

- ▶ Vediamo come varia l'immagine al variare di o

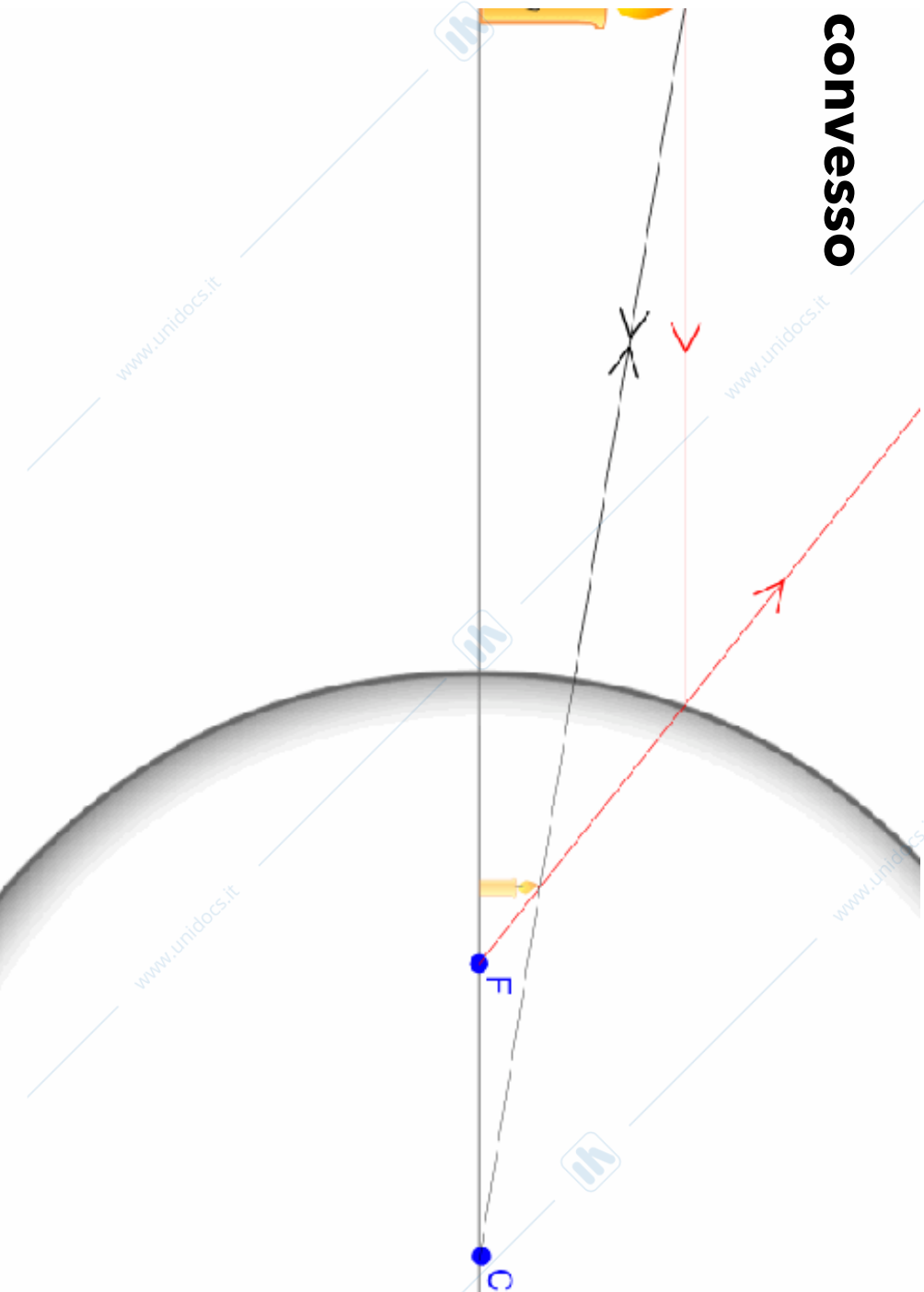
specchio concavo



SPECCHI SFERICI

- ▶ Vediamo come varia l'immagine al variare di o

specchio convesso



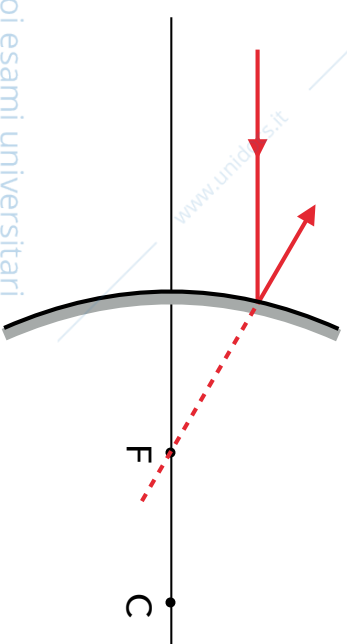
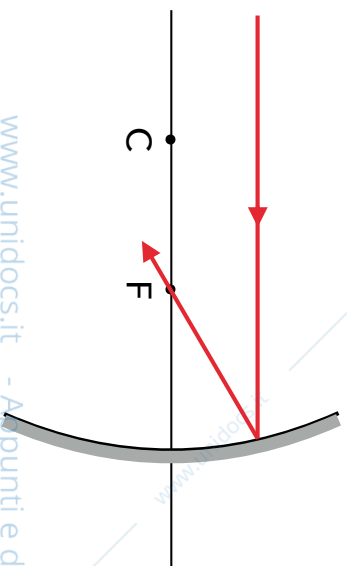
LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

METODO DEI RAGGI

- ▶ È possibile utilizzare un metodo grafico per costruire l'immagine di un oggetto, detto metodo dei raggi
- ▶ Il metodo è basato sull'intersezione di quattro raggi fondamentali scelti tra gli infiniti possibili

1. raggio parallelo all'asse ottico

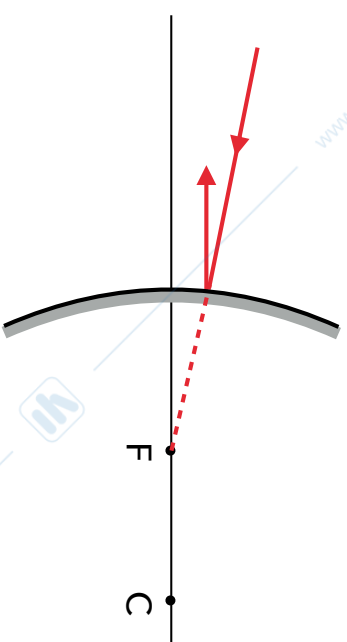
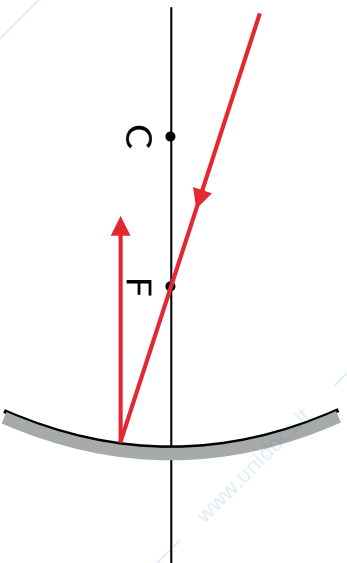
- ▶ Un raggio parallelo all'asse ottico viene riflesso per il fuoco (o appare come provenisse dal fuoco)



METODO DEI RAGGI

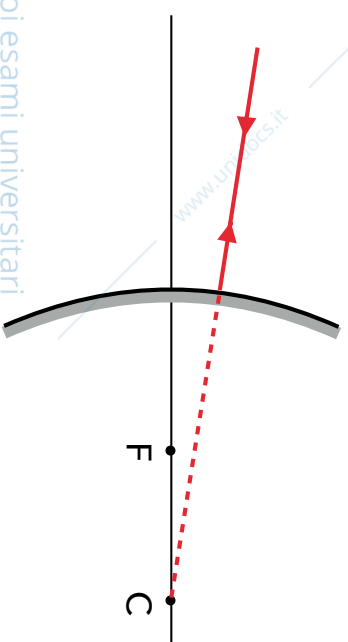
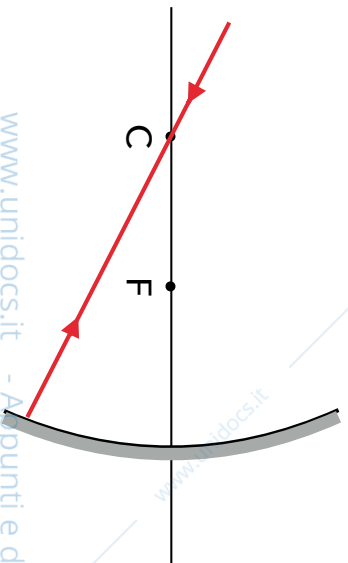
2. raggio passante per il fuoco

- ▶ Un raggio passante per il fuoco (o che appare tale) viene riflesso parallelamente all'asse ottico



3. raggio passante per il centro di curvatura

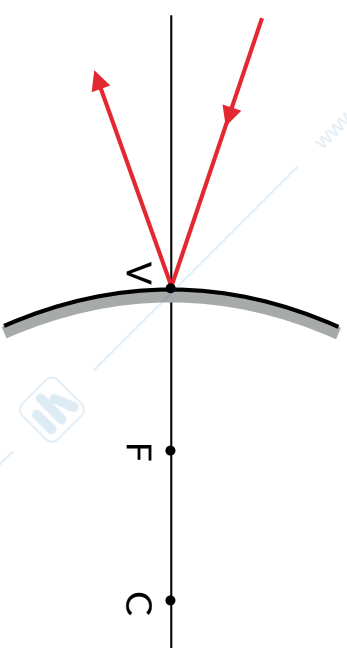
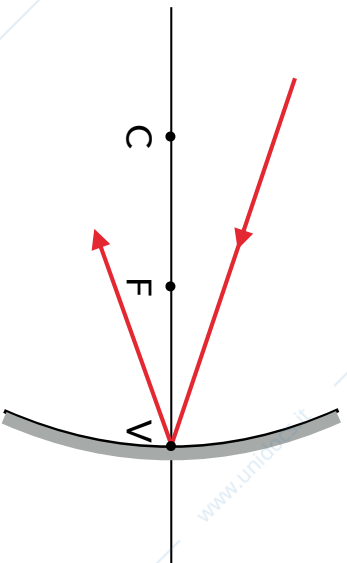
- ▶ Un raggio passante per il centro di curvatura viene riflesso lungo la stessa direzione di provenienza



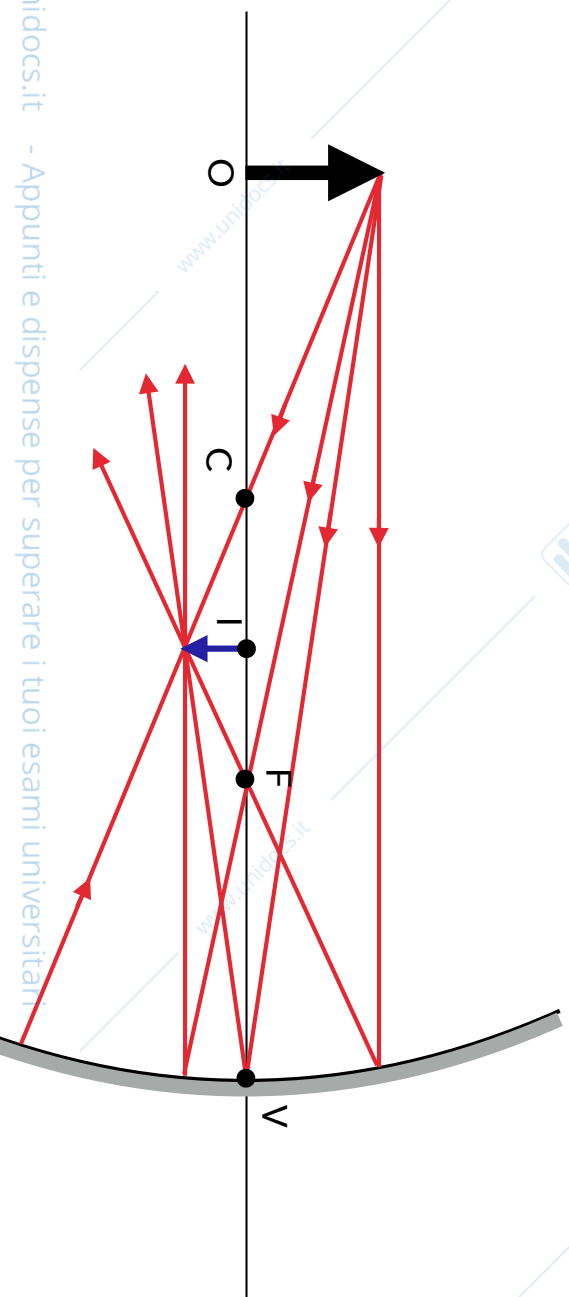
METODO DEI RAGGI

4. raggio diretto al vertice

- ▶ Un raggio diretto al vertice dello specchio viene riflesso con angolo uguale a quello di incidenza



- ▶ Esempio



LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

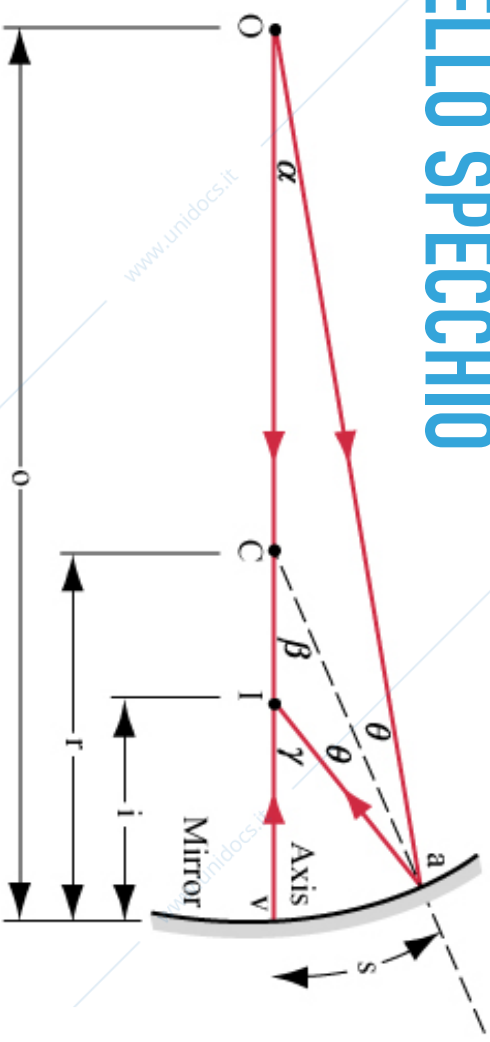
DERIVAZIONE DELL'EQUAZIONE DELLO SPECCHIO

LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

DERIVAZIONE DELL'EQUAZIONE DELLO SPECCHIO

- Dalle precedenti si ottiene

$$\alpha + \gamma = 2\beta$$



- Nell'ipotesi di raggi parassiali (α molto piccolo) possiamo scrivere

$$\alpha \approx \frac{s}{r}$$

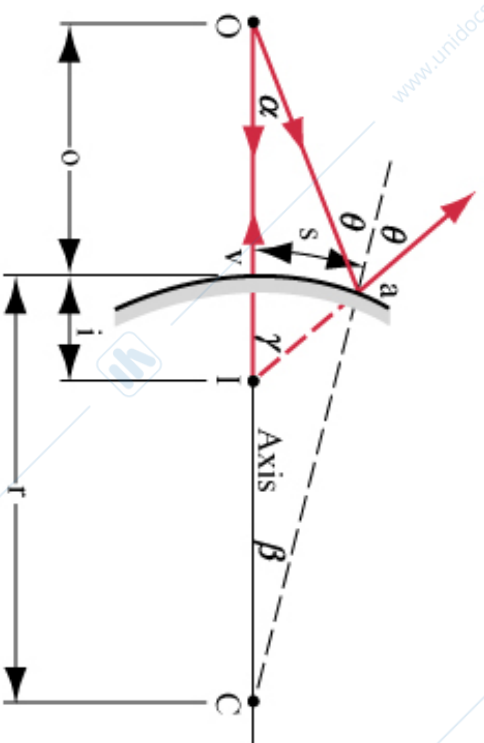
$$\beta = \frac{s}{r}$$

$$\gamma \approx \frac{s}{i}$$

$$\alpha + \gamma = 2\beta \quad \longrightarrow \quad \frac{s}{r} + \frac{s}{i} = \frac{2s}{r} \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{r} + \frac{1}{i} = \frac{2}{r}$$

DERIVAZIONE DELL'EQUAZIONE DELLO SPECCHIO

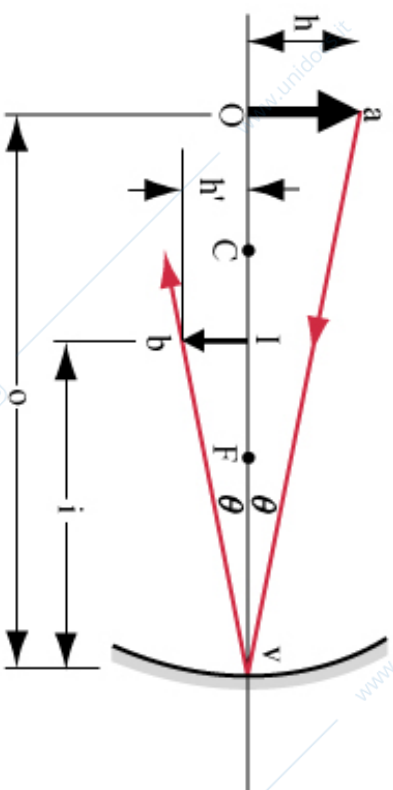
- ▶ La dimostrazione per lo specchio convesso è analoga e viene lasciata come **utile esercizio**



- ▶ **Suggerimento:** i e r sono **negativi** in questo caso

INGRANDIMENTO

- In generale l'ingrandimento è definito come $m = \frac{h'}{h}$



- I triangoli aOv e $b'v$ sono simili per cui

$$\frac{\overline{Ib'}}{\overline{Oa}} = \frac{\overline{Iv}}{\overline{Ov}} \quad \longrightarrow \quad m = -\frac{i}{o}$$

**segno meno in quanto
l'immagine è capovolta**

LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

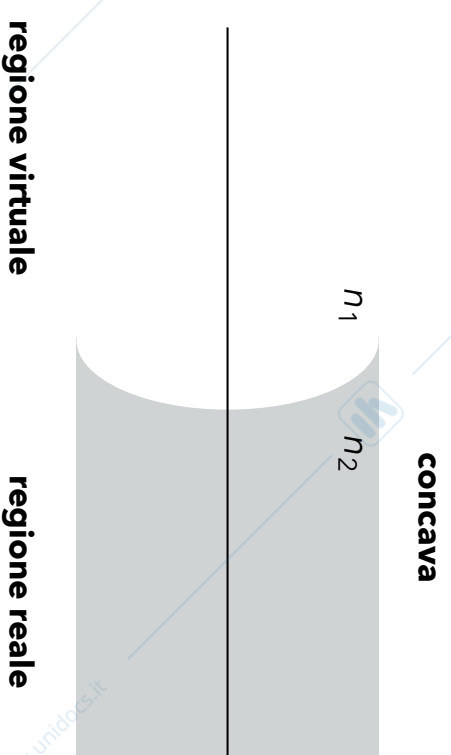
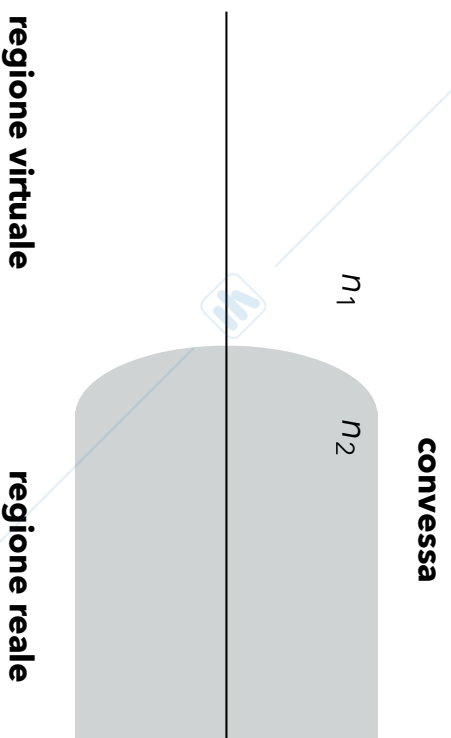
SUPERFICI RIFRANGENTI (DIOTTRI)

LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

SUPERFICI RIFRANGENTI

- ▶ Una superficie rifrangente (o diottro) è una superficie che separa due mezzi con diverso indice di rifrazione

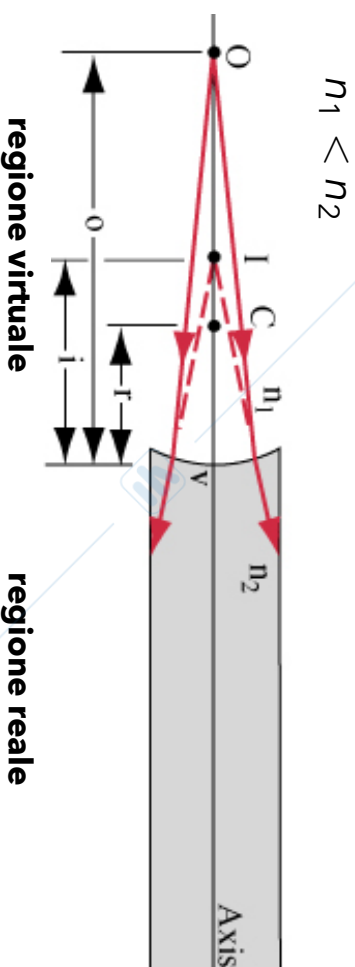
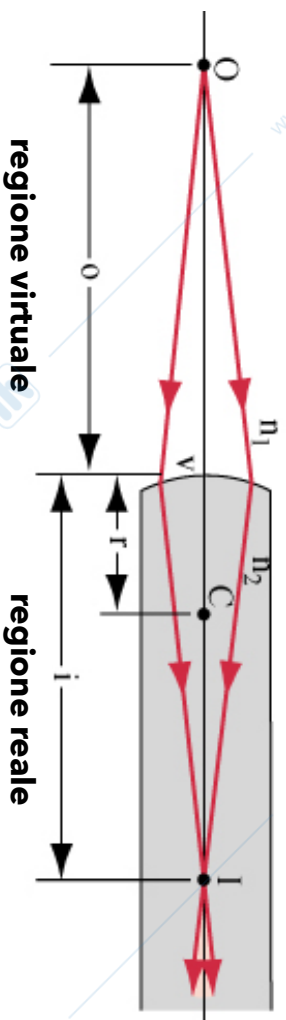
- ▶ Di seguito considereremo superfici rifrangenti sferiche



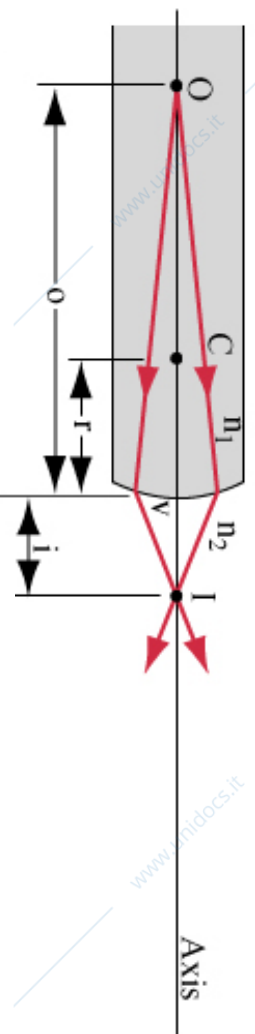
- ▶ Le regioni reali e virtuali sono invertite rispetto agli specchi (qui il meccanismo con cui si producono le immagini è la rifrazione)

SUPERFICI RIFRANGENTI

- ▶ Come negli specchi abbiamo la formazione di immagini che possono essere reali o virtuali



- ▶ Se $n_1 > n_2$, anche un superficie concava dà un'immagine reale



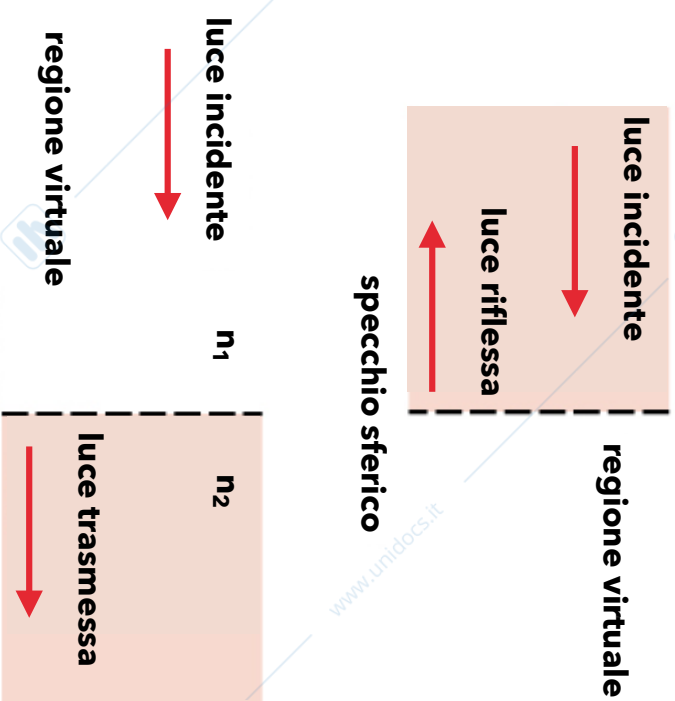
LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

CONVENZIONE DEI SEGNI

- ▶ r è positivo se C è nella regione reale
- ▶ o è positivo se l'oggetto è situato nella regione virtuale
- ▶ i è positiva se l'immagine si trova nella regione reale
- ▶ Con questa convenzione sui segni, in condizioni parassiali, la posizione dell'immagine, oggetto e il raggio di curvatura sono legate dalla seguente relazione

$$\frac{n_1}{o} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

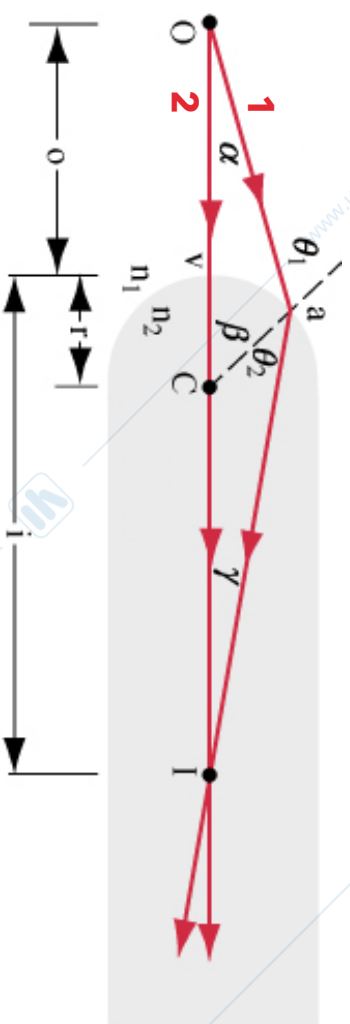
**equazione superficie
rifrangente sferica**



LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

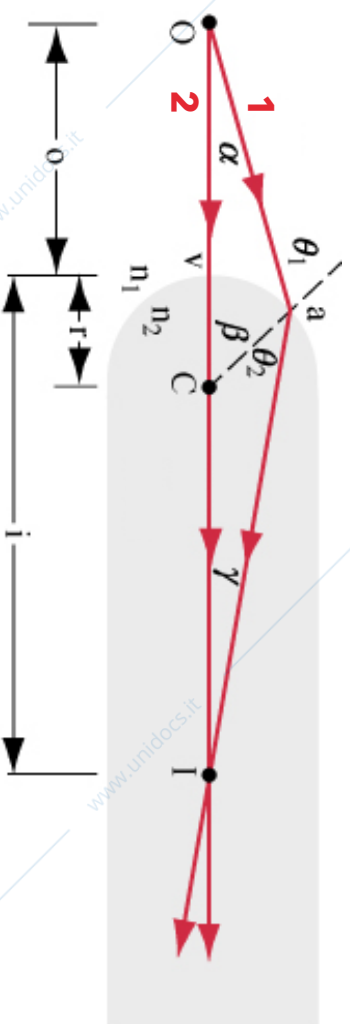
EQUAZIONE PER LE SUPERFICI RIFRANGENTI

- ▶ Per la dimostrazione procediamo come per il caso dello specchio sferico, considerando un oggetto puntiforme O sull'asse ottico



- ▶ Entrambi i raggi sono rifratti in accordo alla legge di Snell
- ▶ θ_1 e θ_2 sono pertanto legati dalla relazione $n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2)$
- ▶ $\theta_1 = \alpha + \beta$ e $\beta = \theta_2 + \gamma$ (angoli esterni in un triangolo)

EQUAZIONE PER LE SUPERFICI RIFRANGENTI



▶ Overo $\theta_1 = \alpha + \beta$ e $\theta_2 = \beta - \gamma$

▶ In ipotesi di raggi parassiali $n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2) \longrightarrow n_1 \theta_1 = n_2 \theta_2$

$$\begin{aligned} \text{▶ } n_1(\alpha + \beta) &= n_2(\beta - \gamma) & \longrightarrow & n_1\left(\frac{s}{o} + \frac{s}{r}\right) = n_2\left(\frac{s}{r} - \frac{s}{i}\right) \end{aligned}$$

$$\longrightarrow \frac{n_1}{o} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

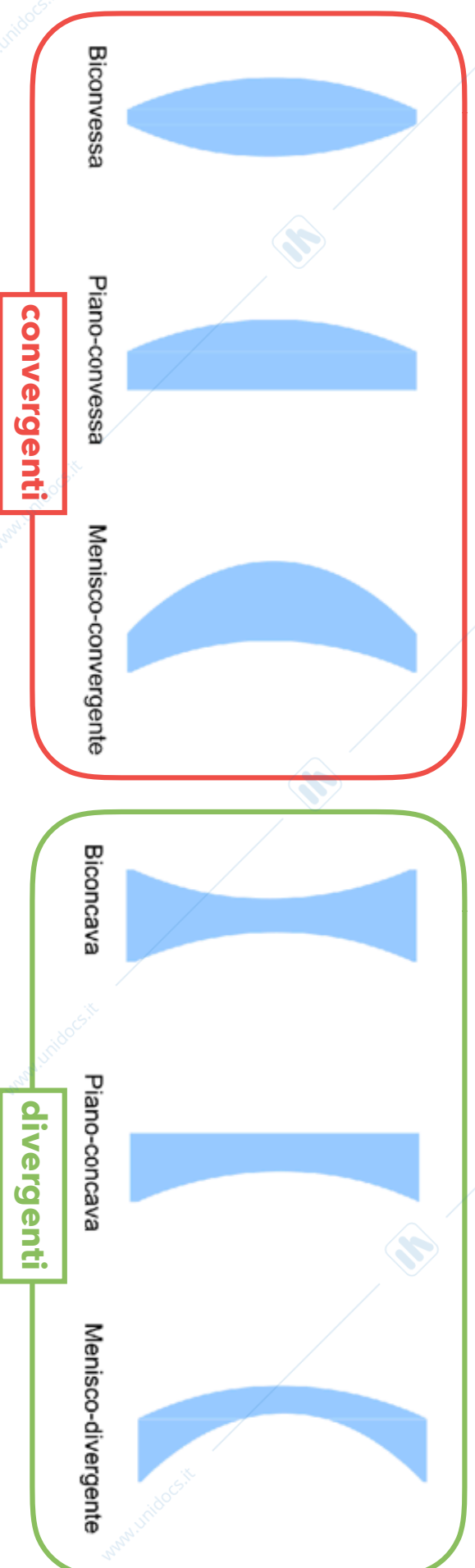
LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

LENTI SOTTILI

LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

LENTI SOTTILI

- ▶ Una lente è uno strumento ottico composto da due superfici rifrangenti (entrambi sferiche o una sferica ed una piana)
- ▶ Distinguiamo tra lenti convergenti e divergenti e all'interno di esse abbiamo diverse tipologie



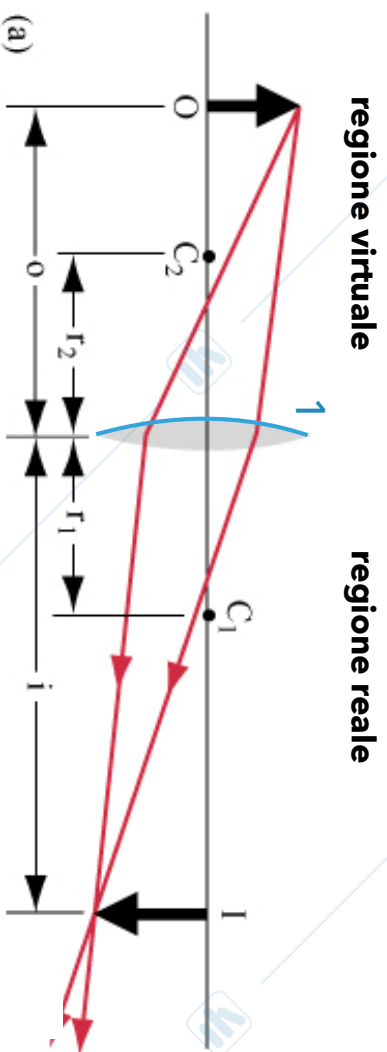
- ▶ Ci limiteremo a considerare lenti sottili, ovvero il cui spessore è

piccolo rispetto a r_1 e r_2

LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

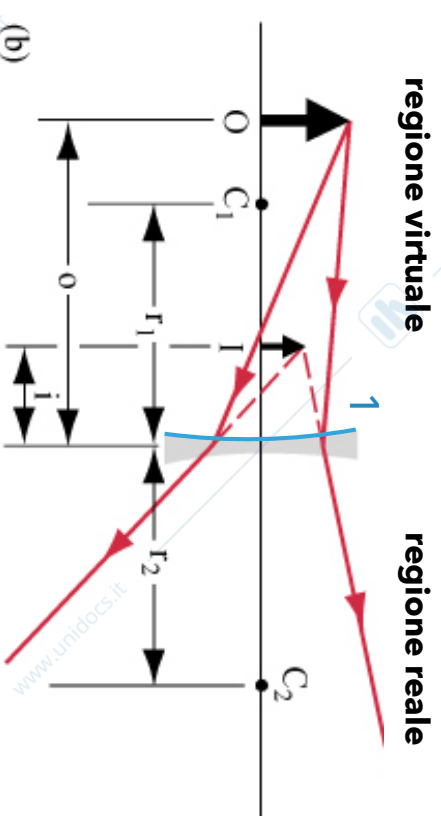
LENTI SOTTILI

- ▶ Per una lente si definiscono due raggi di curvatura r_1 e r_2
- ▶ Per convenzione C_1 , e r_1 sono il centro e raggio della superficie sferica su cui incidono i raggi luminosi



regione virtuale

regione reale



regione virtuale

regione reale

- ▶ L'immagine nella figura a (lente biconvessa) è reale, mentre quella nella figura b (lente biconcava) è virtuale

LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

LENTI SOTTILI

- ▶ Per le lenti sottili, in condizioni parassiali, dimostreremo la seguente relazione che la posizione di oggetto e immagine

$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}$$

dove

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

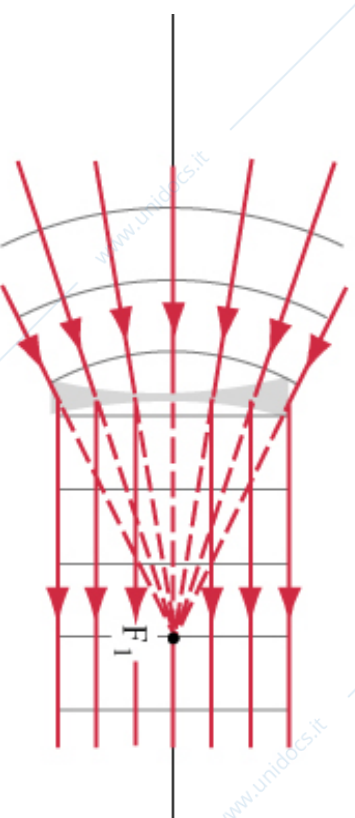
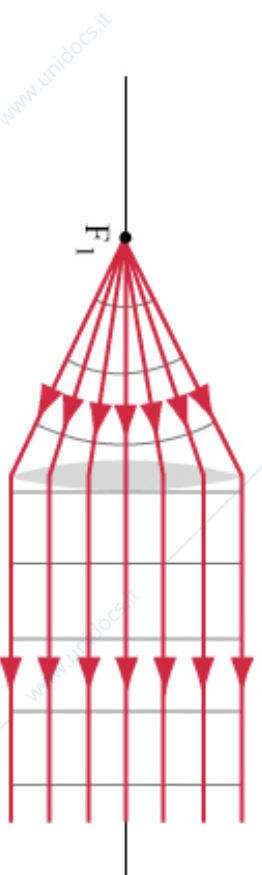
lente in aria

- ▶ Per o e i valgono le convenzioni dei segni viste per le superfici rifrangenti sferiche
- ▶ o è positiva se O è reale e giace nella regione virtuale, mentre i è positiva se I giace nella regione reale
- ▶ L'ingrandimento è definito come $m = \frac{-i}{o}$

LENTI SOTTILI

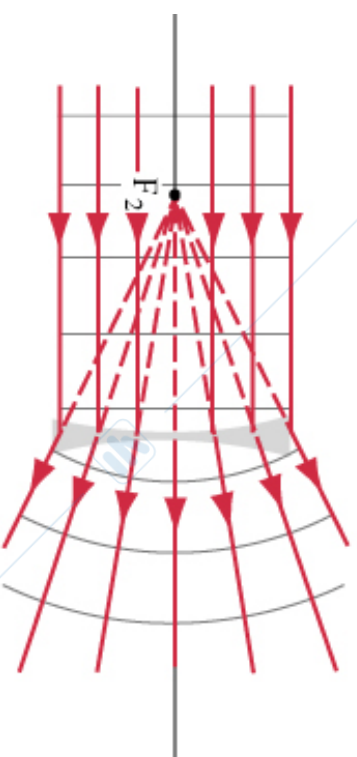
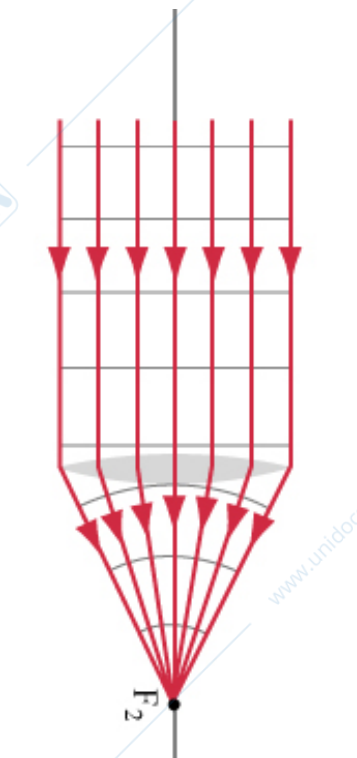
- ▶ Le lenti possiedono due fuochi F_1 e F_2
- ▶ Per le lenti sottili F_1 e F_2 sono situati a **ugual distanza f** da entrambi i lati della lente

- ▶ I raggi rifratti di un oggetto reale (virtuale) posto nel primo fuoco F_1 di una lente convergente (divergente) sono paralleli all'asse ottico



LENTI SOTTILI

- ▶ Il secondo fuoco F_2 è il punto in cui i raggi paralleli vengono focalizzati



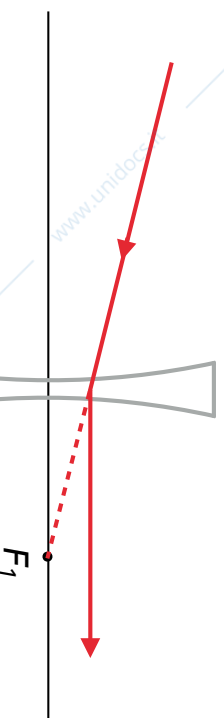
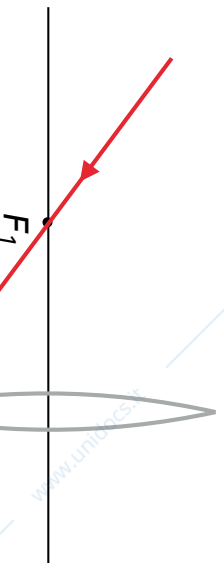
- ▶ La posizione F_1 e F_2 è **invertita** tra lente convergente e divergente
- ▶ In entrambi i casi, le lunghezze dei cammini ottici dei raggi sono uguali mentre i cammini geometrici sono diversi

METODO DEI RAGGI PER LE LENTI SOTTILI

- ▶ Come per gli specchi è possibile utilizzare il metodo dei raggi per costruire l'immagine di un oggetto
- ▶ Il metodo è basato sull'intersezione di **tre** raggi fondamentali scelti tra gli infiniti possibili

1. raggio che passa per F_1

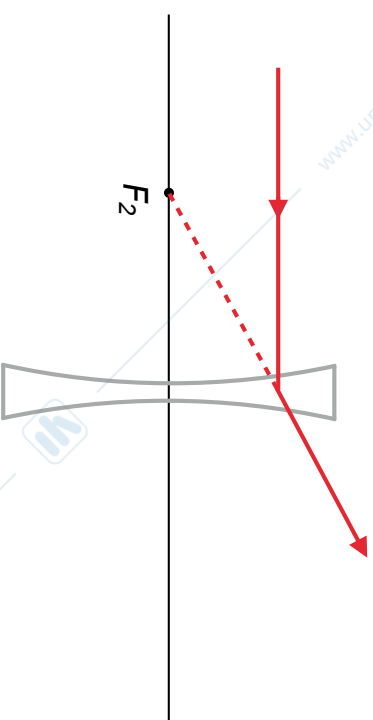
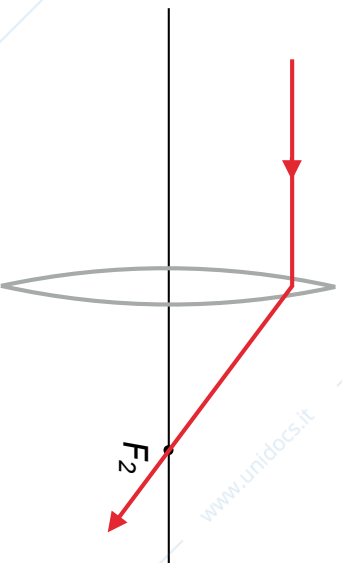
- ▶ Un raggio passante (o che sembra passare) per F_1 emerge parallelamente all'asse ottico



METODO DEI RAGGI PER LE LENTI SOTTILI

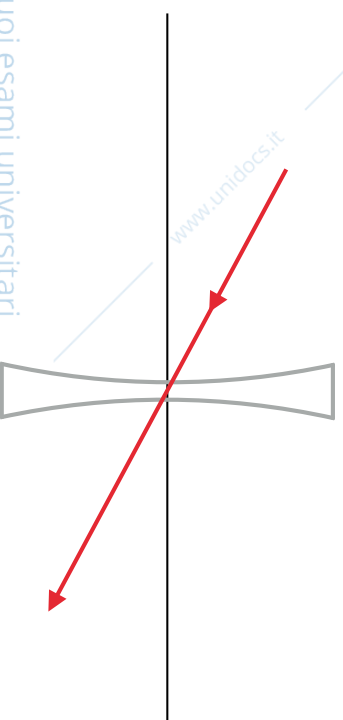
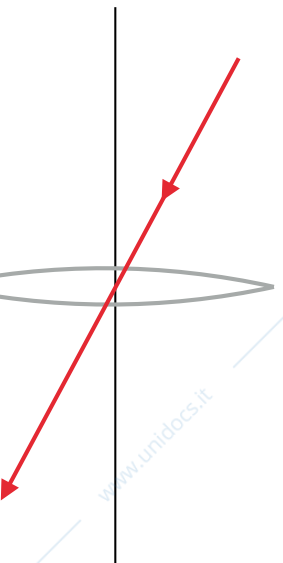
2. raggio parallelo all'asse ottico

- ▶ Un raggio parallelo all'asse ottico emerge diretto (o sembra essere diretto) per il secondo fuoco F_2

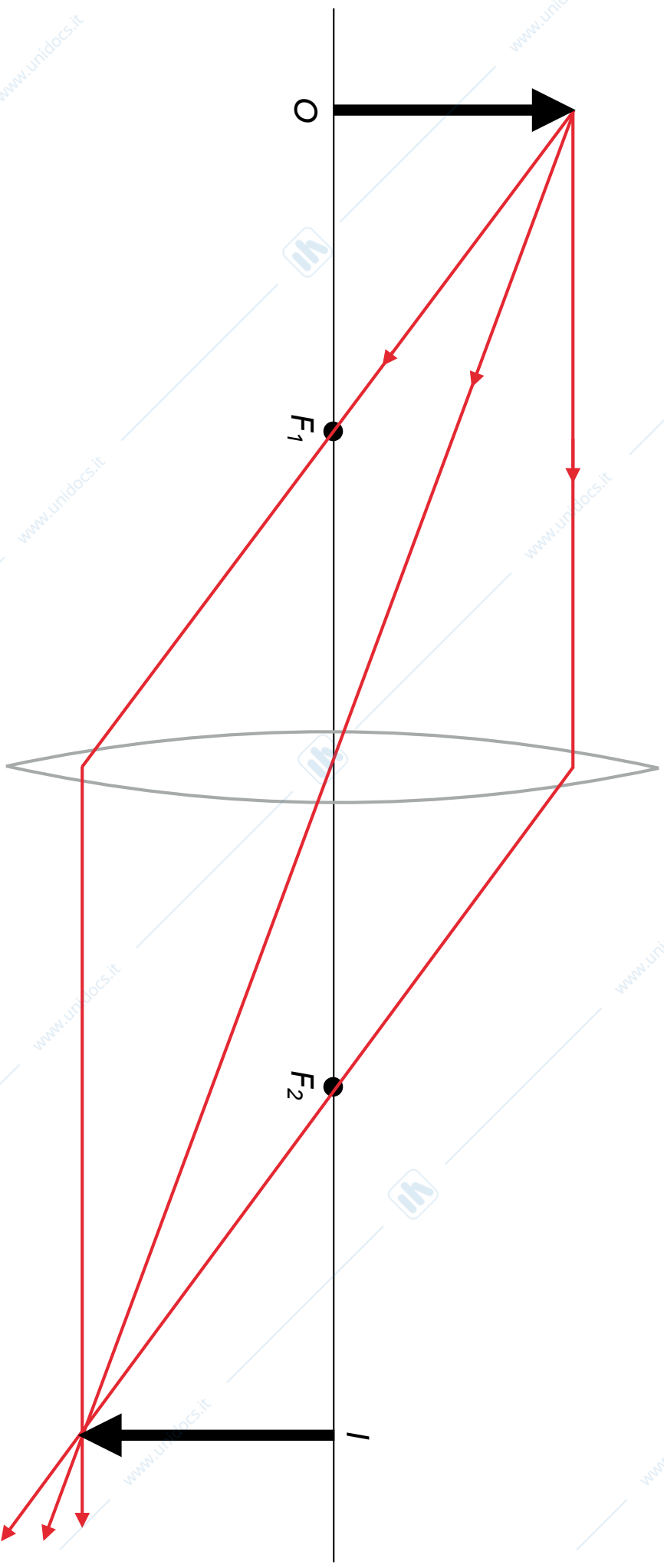


3. raggio che passa per il centro

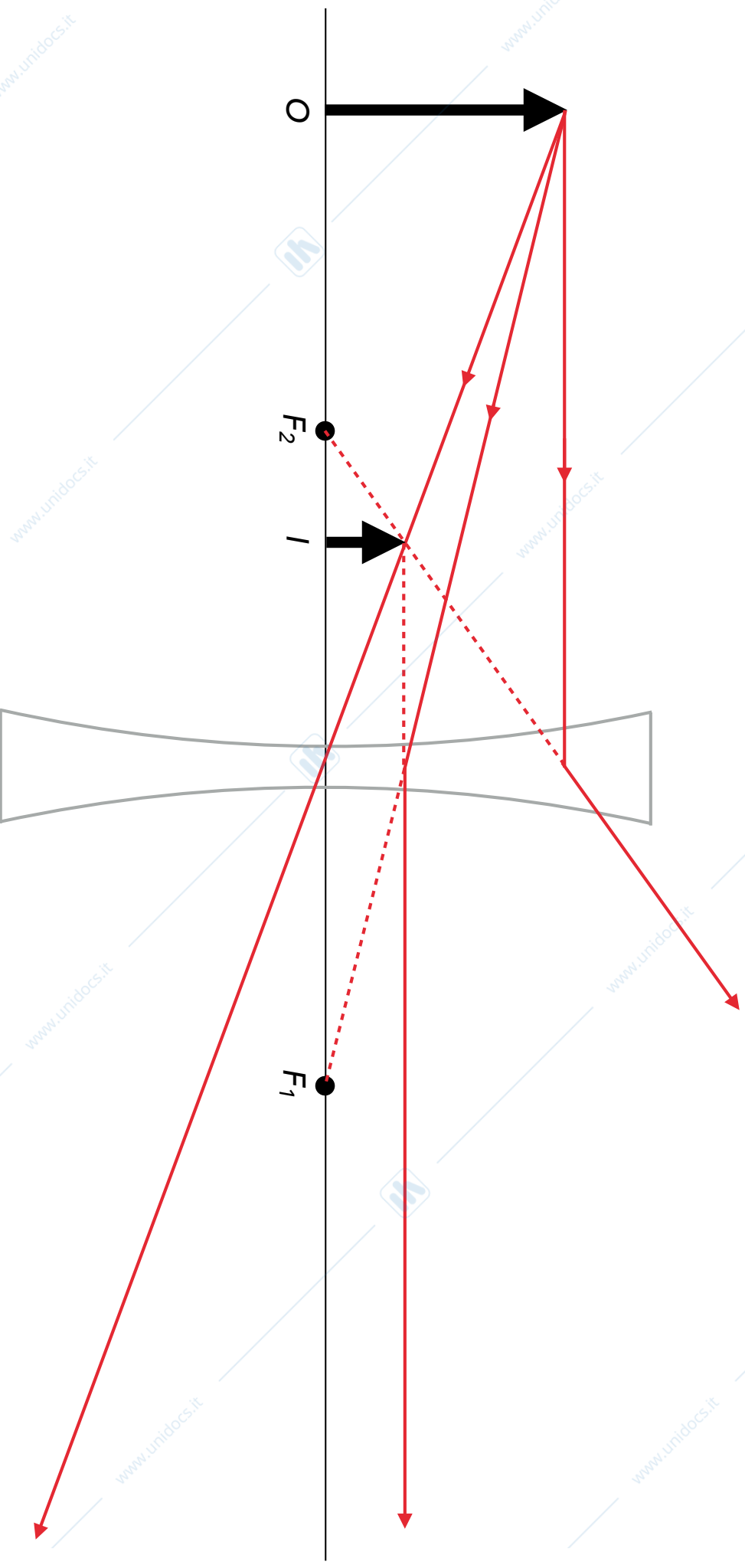
- ▶ Un raggio passante per il centro della lente emerge senza subire alcuna deviazione



ESEMPIO DI COSTRUZIONE DI IMMAGINI COL IL METODO DEI RAGGI



ESEMPIO DI COSTRUZIONE DI IMMAGINI COL IL METODO DEI RAGGI



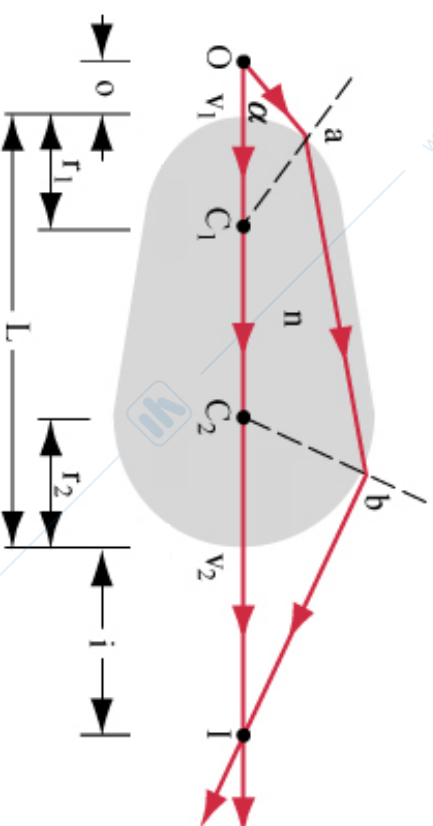
LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

DIMOSTRAZIONE EQUAZIONE LENTI SOTTILI

LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

EQUAZIONE LENTI SOTTILI

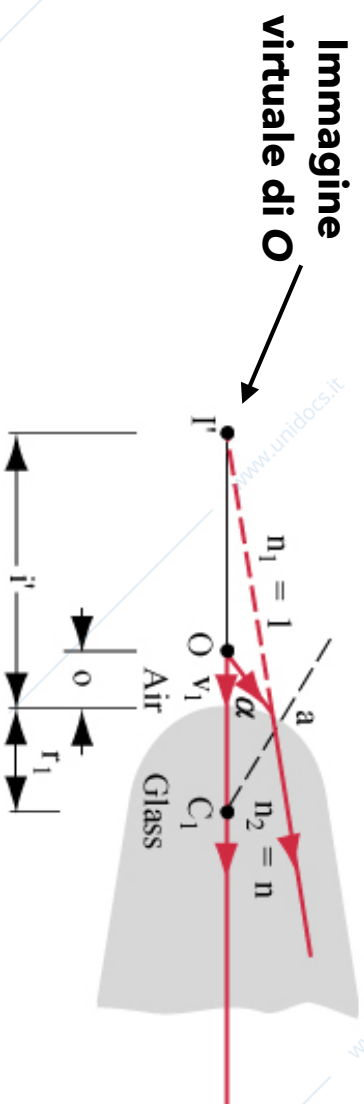
- ▶ Dimostriamo l'equazione delle lenti sottili introdotta in precedenza
- ▶ Iniziamo col considerare una lente **spessa** di lunghezza L



- ▶ Consideriamo separatamente le due superfici rifrangenti sferiche

EQUAZIONE LENTI SOTTILI

- ▶ Per la prima superficie rifrangente



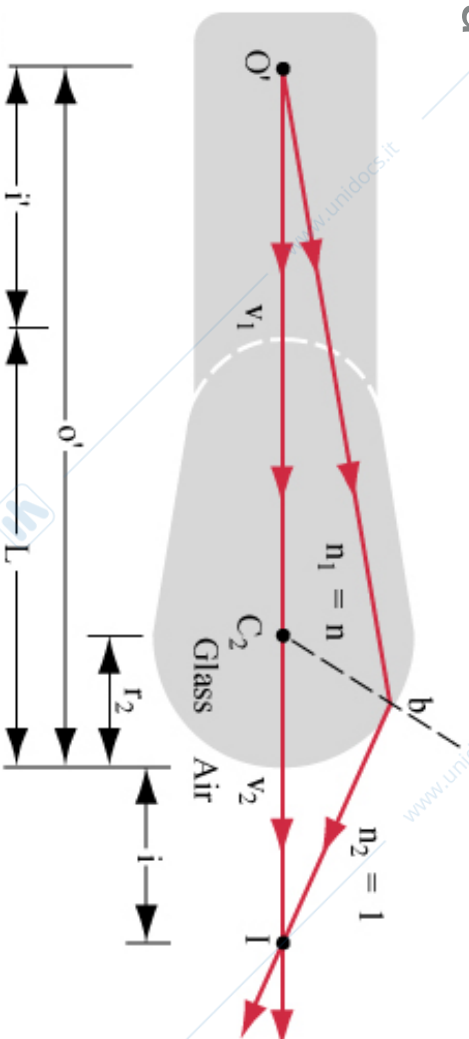
- ▶ Equazione superfici rifrangenti sferiche:

$$\frac{n_1}{O} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

$$\frac{1}{O} + \frac{n}{i'} = \frac{n - 1}{r_1} \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{O} - \frac{n}{|i'|} = \frac{n - 1}{r_1} \quad (i' < 0)$$

EQUAZIONE LENTI SOTTILI

- ▶ L'immagine della prima superficie rifrangente sferica è oggetto per la seconda



$$\text{▶ } o' = |i'| + L \quad \longrightarrow \quad \frac{n}{|i'| + L} + \frac{1}{i} = \frac{1 - n}{r_2}$$

- ▶ Facendo l'ipotesi di lente sottile

$$\frac{n}{|i'|} + \frac{1}{i} = -\frac{n - 1}{r_2}$$

LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

EQUAZIONE LENTI SOTTILI

▶ Prima superficie rifrangente:
$$\frac{1}{o} - \frac{n}{|i'|} = \frac{n-1}{r_1}$$

▶ Seconda superficie rifrangente:
$$\frac{n}{|i'|} + \frac{1}{i} = -\frac{n-1}{r_2}$$

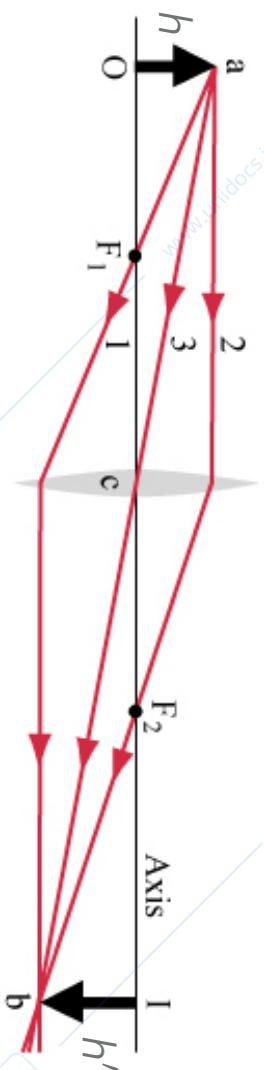
▶ Sommando le due equazioni:
$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

▶ Definendo come $1/f$ il secondo membro si ottiene il risultato che si voleva dimostrare

▶ Assunzioni: lenti sottili, raggi parassiali, $n_1=1$

INGRANDIMENTO

- ▶ In generale l'ingrandimento è definito come $m = \frac{h'}{h}$



- ▶ I triangoli aOc e b/c sono simili per cui

$$\frac{\overline{Ib}}{\overline{Oa}} = \frac{\overline{Ic}}{\overline{Oc}}$$

$$\longrightarrow m = -\frac{i}{o}$$

**segno meno in quanto
l'immagine è capovolta**

LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

STRUMENTI OTTICI

LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

GLI STRUMENTI OTTICI

- ▶ Estendono l'intervallo di sensibilità dell'occhio umano, esempi tipici sono i telescopi ed i microscopi

- ▶ In alcuni casi consentono di vedere lunghezze d'onda altrimenti invisibili, come per esempio con le fotocamere ad infrarosso...

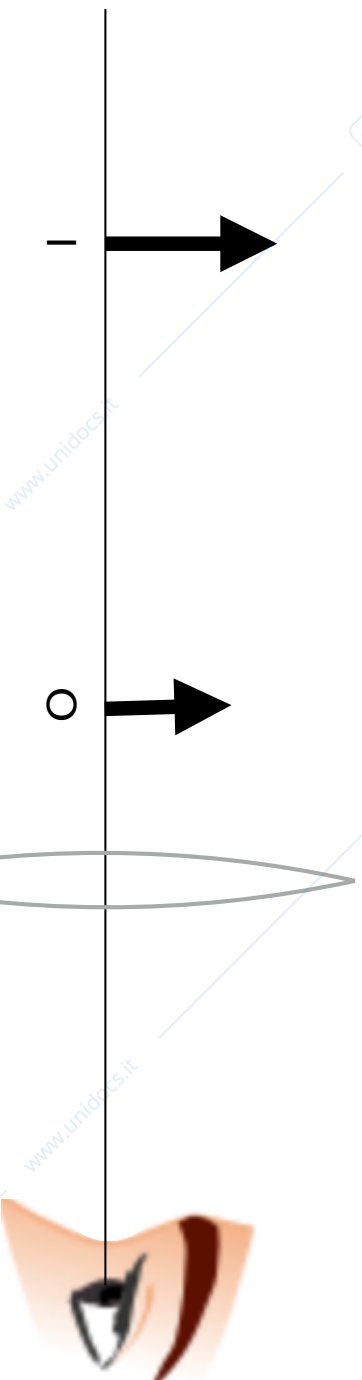


GLI STRUMENTI OTTICI

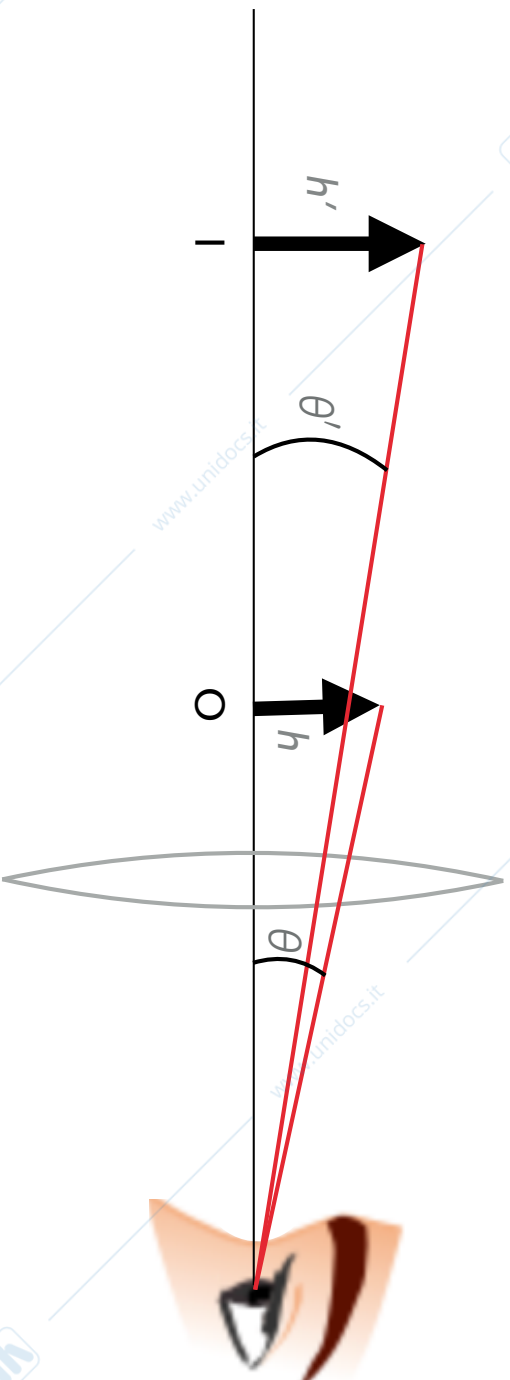
- ▶ Nella maggioranza dei casi le equazioni di specchi e lenti sottili valgono solo approssimativamente per gli strumenti ottici

- ▶ Il più tipico uso degli strumenti ottici è per ingrandire un oggetto

- ▶ $m = \frac{h'}{h} > 1$ è sufficiente affinché un oggetto ci appaia più grande?



GLI STRUMENTI OTTICI



- ▶ Affinché l'oggetto ci appaia effettivamente più grande l'angolo sotteso dall'immagine deve essere più grande di quello dell'oggetto

- ▶ $m_{\theta} = \frac{\theta'}{\theta}$ è detto ingrandimento visuale

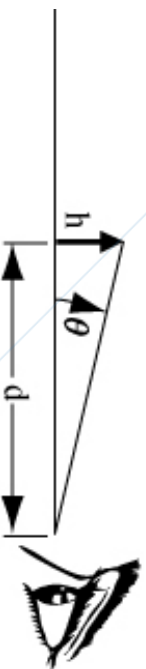
- ▶ Valutiamo adesso m_{θ} per lo strumento ottico più semplice: il microscopio semplice (ovvero la lente di ingrandimento...)

LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

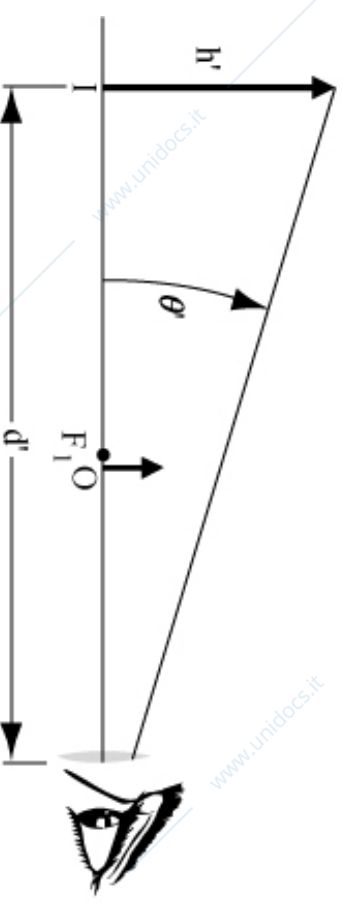
IL MICROSCOPIO SEMPLICE

- ▶ Di norma, il nostro occhio è in grado di mettere a fuoco dall'infinito fino a circa 25 cm che è detto punto prossimo
- ▶ Il punto prossimo cambia con l'età...

- ▶ Valutiamo m_θ per un oggetto posto nel punto prossimo $d = 25$ cm



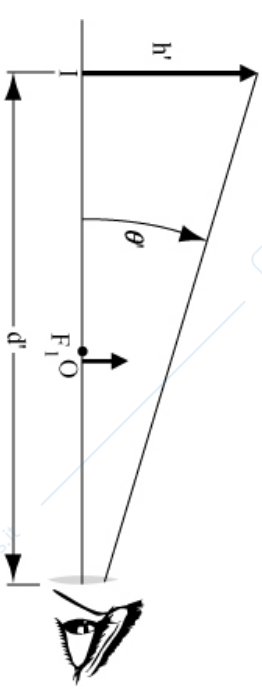
- ▶ Se O è vicino a F_1 di una lente convergente $i = d'$ è molto grande



LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

IL MICROSCOPIO SEMPLICE

$$\triangleright |m| = \frac{h'}{h} = \frac{i}{o} \longrightarrow h' = \frac{i}{o}h$$



$$\triangleright \theta' \approx \frac{h'}{d'} = \frac{i}{o}h \frac{1}{i} = \frac{h}{o} \approx \frac{h}{f} \quad \text{essendo } o \approx f$$

$$\triangleright m = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{h/f}{h/25 \text{ cm}} = \frac{25 \text{ cm}}{f}$$

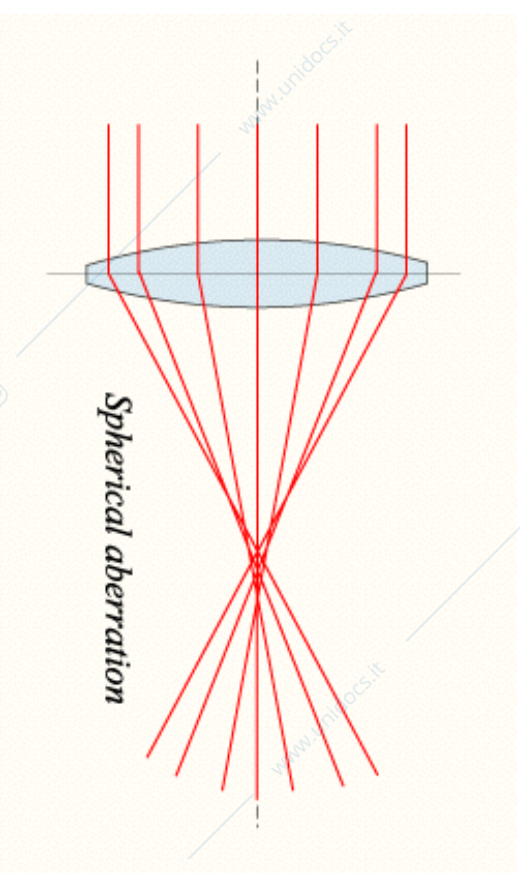
**ingrandimento
microscopio semplice**

► Per ottenere ingrandimenti angolari elevati sarebbe desiderabile ridurre f

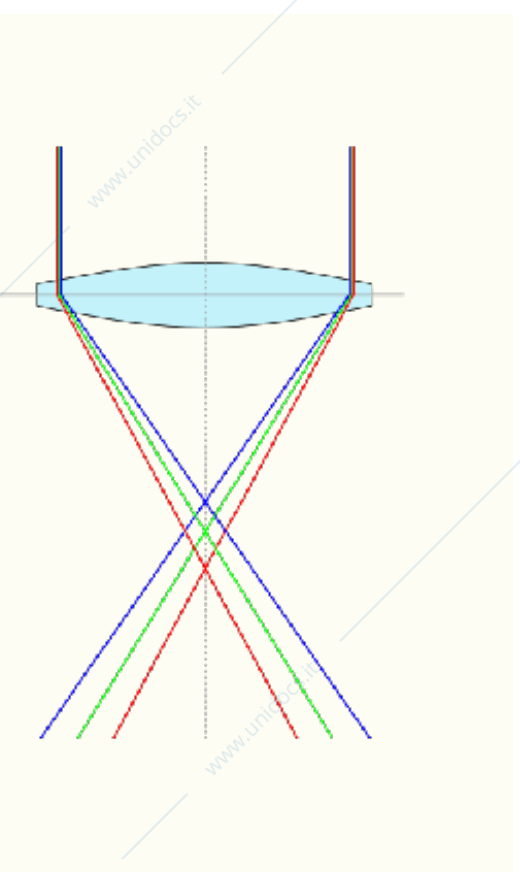
► Ingrandimenti angolare superiori a 10 tipicamente comportano aberrazioni che deformano l'immagine

ABERRAZIONI LENTI

- ▶ **Aberrazione sferica:** I raggi distanti dall'asse vengono focalizzati ad una distanza differente dalla lente rispetto a quelli più centrali



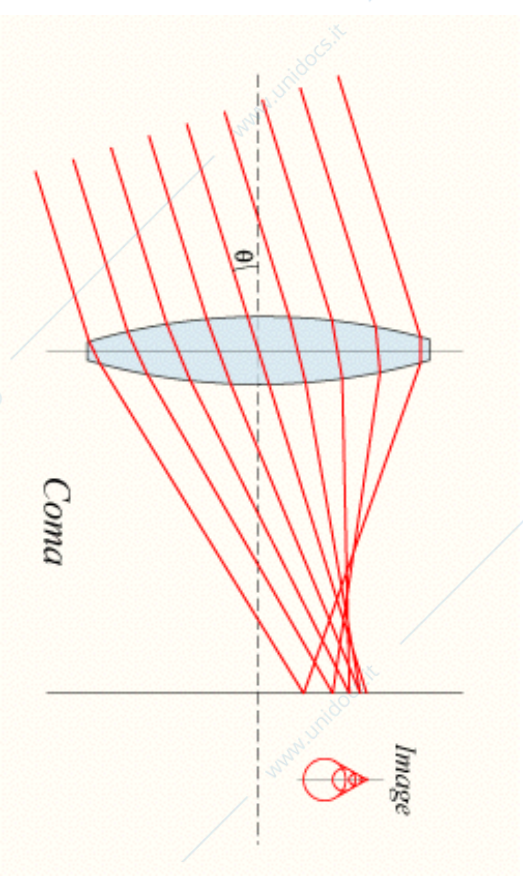
- ▶ **Aberrazione cromatica:** È una differenza di risposta a rifrazione delle diverse lunghezze d'onda che formano un raggio di luce bianca



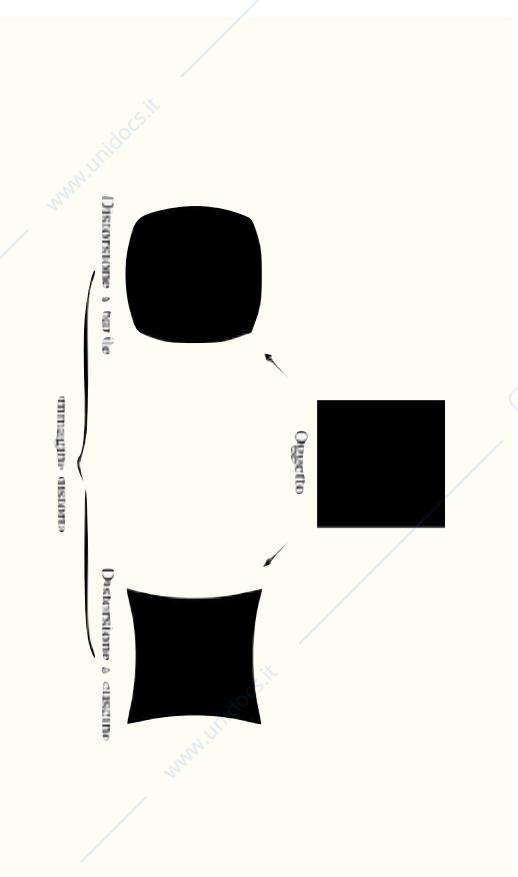
LEZIONE 6: SPECCHI E LENTI

ABERRAZIONI LENTI

- ▶ **Aberrazione da coma:** La coma si ha quando l'oggetto ripreso è spostato lateralmente rispetto all'asse del sistema di un angolo θ



- ▶ **Aberrazione da distorsione:** l'effetto è dovuto alla differente potenza d'ingrandimento delle varie parti del sistema ottico, che in genere varia radialmente rispetto all'asse ottico



- ▶ Della diffrazione parleremo in un'altra lezione...