Formulario di Fisica Generale I

Cinematica

Velocità: $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

Accelerazione: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

Moto uniformemente accelerato

$v - v_0 = a \cdot t$

$x - x_0 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$

$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v_x)t$

$v_x^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$

Corpo in caduta da fermo:

$v = \sqrt{2gh}$

$t = \sqrt{2h/g}$

Moto del Proiettile

$$y = x \cdot \tan\theta - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2$$

$$h_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}$$

$$x_{max} = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$$

Moto Circolare

Velocità angolare: $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

Accel. angolare: $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$

Moto Circolare Uniforme

$\omega = 2\pi/T$

$v_{\text{tangenziale}} = \omega r$

$a_{\text{centripeta}} = v^2/r = \omega^2 r$

Moto Circolare Unif. Accel.

$\omega - \omega_0 = \alpha \cdot t$

$\theta - \theta_0 = \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

Moto curvilineo

$$\vec{a} = a_T\hat{\theta} + a_R\hat{r} = \frac{d\,|\vec{v}|}{dt}\hat{\theta} - \frac{v^2}{r}\hat{r}$$

Sistemi a più corpi

Massa totale: $m_T = \sum m_i = \int dm$

Centro di massa:

$\vec{r}_{CM} = (\sum m_i\vec{r}_i)/m_T = (\int \vec{r}_i dm)/m_T$

$\vec{v}_{CM} = d\vec{r}_{CM}/dt = \sum m_i\vec{v}_i/m_T$

$\vec{a}_{CM} = d\vec{v}_{CM}/dt = d^2\vec{r}_{CM}/dt^2$

Momento di inerzia:

$I_{\text{asse}} = \sum m_i r_i^2 = \int r^2 dm$

Teorema assi paralleli:

$I_{\text{asse}} = I_{\text{CM}} + mD^2$

Forze, Lavoro ed Energia

Legge di Newton: $\vec{F} = m\vec{a}$

Momento della forza: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

Forze Fondamentali

Forza peso: $F_g = mg$

Forza elastica: $F_{el} = -k(x - l_0)$

Gravità: $\vec{F}_g = -G\frac{Mm}{r^2}\hat{r}$

Elettrostatica: $\vec{F}_E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}\hat{r}$

Forze di Attrito

Statico: $|\vec{F}_S| \le \mu_S|\vec{N}|$

Dinamico: $\vec{F}_D = -\mu_D|\vec{N}|\hat{v}$

Viscoso: $\vec{F}_V = -\beta\vec{v}$

Lavoro

$L = \int_{x_i}^{x_f} \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\omega$

Forza costante: $L = \vec{F} \cdot \vec{l}$

Forza elastica:

$L = -\frac{1}{2}k\left(x_f - l_0\right)^2 + \frac{1}{2}k\left(x_i - l_0\right)^2$

Forza peso: $L = -mgh$

Gravità: $L = Gm_1m_2 \cdot \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i}\right)$

Elettrostatica: $L = \frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f}\right)$

Potenza: $P = \frac{dL}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = \tau\omega$

Energia

Cinetica: $K = \frac{1}{2}mv^2$

Rotazione: $K = \begin{cases} \frac{1}{2}m_T v_{\text{CM}}^2 + \frac{1}{2}I_{\text{CM}}\omega^2 \\ \frac{1}{2}I_{\text{AsseFisso}}\omega^2 \end{cases}$

Forze vive: $K_f - K_i = L_{\text{TOT}}$

Potenziale: $U = -L = -\int_{x_i}^{x_f} \vec{F} \cdot d\vec{l}$

Meccanica: $E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + U$

Conservazione: $E_f - E_i = L_{\text{NON CONS}}$

En. potenziale forze fondamentali:

Forza peso: $U(h) = mgh$

Forza elastica: $U(x) = \frac{1}{2}k(x - l_0)^2$

Gravità: $U(r) = -G\frac{m_1m_2}{r}$

Elettrostatica: $U(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1q_2}{r}$

Impulso e Momento Angolare

Quantità di moto: $\vec{p} = m\vec{v}$

Impulso: $\vec{I} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt$

Momento angolare: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

Intorno ad un asse fisso: $|\vec{L}| = I_{\text{asse}} \cdot \omega$

Equazioni cardinali

$\vec{p}_T = \sum \vec{p}_i = m_T \cdot \vec{v}_{CM}$

$\vec{L}_T = \sum \vec{L}_i = I_{\text{asse}} \cdot \vec{\omega}$

I card: $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = d\vec{p}_T/dt = m_T \cdot a_{\text{CM}}$

II card: $\sum \vec{\tau}_{\text{ext}} = d\vec{L}_T/dt$

Asse fisso: $|\sum \vec{\tau}_{\text{ext}}| = I_{\text{asse}} \cdot \alpha_{\text{asse}}$

Leggi di conservazione

$\vec{p}_T = \text{costante} \Leftrightarrow \sum \vec{F}_{\text{ext}} = 0$

$\vec{L}_T = \text{costante} \Leftrightarrow \sum \vec{\tau}_{\text{ext}} = 0$

$E = \text{costante} \Leftrightarrow L_{\text{NONCONS}} = 0$

Urti

Per due masse isolate $\vec{p}_T = $ costante:

Anelastico: $v_f = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$

Elastico (conservazione energia):

$$\begin{cases} m_1v_{1i} + m_2v_{2i} &= m_1v_{1f} + m_2v_{2f} \\ m_1(v_{1i}^2 - v_{1f}^2) &= m_2(v_{2f}^2 - v_{2i}^2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{1f} = & \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_{1i} + \frac{2m_2}{m_1 + m_2}v_{2i} \\ v_{2f} = & \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}v_{2i} + \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_{1i} \end{cases}$$

Moto Armonico

$x(t) = A\cos(\omega t + \phi_0)$

$v(t) = -\omega A\sin(\omega t + \phi_0)$

$a(t) = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi_0) = -\omega^2 x(t)$

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}$$

$$\phi_0 = \arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$$

$f = \omega/2\pi$, $T = 2\pi/\omega$

Molla: $\omega = \sqrt{k/m}$

Pendolo: $\omega = \sqrt{g/L}$

Momenti di inerzia notevoli

Anello intorno asse: $I = mr^2$

Cilindro pieno intorno asse: $I = \frac{1}{2}mr^2$

Sbarretta sottile, asse CM: $I = \frac{1}{12}mL^2$

Sfera piena, asse CM: $I = \frac{2}{5}mr^2$

Lastra quadrata, asse $\perp$: $I = \frac{1}{6}mL^2$

Gravitazione

3^a legge di Keplero: $T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_S}\right)R^3$

Vel. di fuga: $v = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$

Elasticità

Modulo di Young: $F/A = Y \cdot \Delta L/L$

Compressibilità: $\Delta p = -B \cdot \Delta V/V$

Modulo a taglio: $F/A = M_t \cdot \Delta x/h$

Fluidi

Spinta di Archimede $B_A = \rho_L V g$

Continuità: $A \cdot v = $ costante

Bernoulli: $p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = $ costante

Onde

Velocità v, pulsazione ω, lunghezza d'onda λ, periodo T, frequenza f, numero d'onda k.

$v = \omega/k = \lambda/T = \lambda f$

$\omega = 2\pi/T, \quad k = 2\pi/\lambda$

Onde su una corda

Velocità: $v = \sqrt{T/\mu}$

Spostamento: $y = y_{\max}\sin(kx - \omega t)$

Potenza: $P = \frac{1}{2}\mu v(\omega y_{\max})^2$

Onde sonore

Velocità: $v = \sqrt{B/\rho} = \sqrt{\gamma p/\rho}$

$v(T) = v(T_0)\sqrt{T/T_0}$

Spostamento: $s = s_{\max}\cos(kx - \omega t)$

Pressione: $\Delta P = \Delta P_{\max}\sin(kx - \omega t)$

$\Delta P_{\max} = \rho v\omega s_{\max}$

Intensità: $I = \frac{1}{2}\rho v(\omega s_{\max})^2 = \frac{\Delta P_{\max}^2}{2\rho v}$

Intensità(dB): $\beta = 10\log_{10}\frac{I}{I_0}$

Soglia udibile $I_0 = 1.0 \times 10^{-12}\,\text{W/m}^2$

Effetto Doppler

$$f' = \left(\frac{v + v_O\cos\theta_O}{v - v_S\cos\theta_S}\right)f$$

Termodinamica

Primo principio

Calore e cap. termica: $Q = C \cdot \Delta T$
Calore latente di trasf.: $L_t = Q/m$
Lavoro sul sistema: $dW = -pdV$
En. interna: $\Delta U = \begin{cases} Q + W_{\text{sulsistema}} \\ Q - W_{\text{delsistema}} \end{cases}$
Entropia: $\Delta S_{AB} = \int_A^B \frac{dQ_{REV}}{T}$

Calore specifico

Per unità di massa: $c = C/m$
Per mole: $c_m = C/n$
Per i solidi: $c_m \approx 3R$
Gas perfetto: $c_p - c_V = R$

	c_V	c_p	$\gamma = c_p/c_V$
monoatom.	$\frac{3}{2}R$	$\frac{5}{2}R$	$\frac{5}{3}$
biatomico	$\frac{5}{2}R$	$\frac{7}{2}R$	$\frac{7}{5}$

Gas perfetti

Eq. stato: $pV = nRT = Nk_bT$
Energia interna: $\Delta U = nc_V \Delta T$
Entropia: $\Delta S = nc_V \ln \frac{T_f}{T_i} + nR \ln \frac{V_f}{V_i}$
Isocora ($\Delta V = 0$):
$W = 0$; $Q = nc_v \Delta T$
Isobara ($\Delta p = 0$):
$W = -p\Delta V$; $Q = nc_p \Delta T$
Isoterma ($\Delta T = 0$):
$W = -Q = -nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$
Adiabatica ($Q = 0$): $pV^\gamma =$ cost.
$TV^{\gamma-1} =$ cost. ; $p^{1-\gamma}T^\gamma =$ cost.
$W = \Delta U = \frac{1}{\gamma-1}(P_fV_f - P_iV_i)$

Macchine termiche

Efficienza: $\eta = \frac{W}{Q_H} = 1 - \frac{Q_C}{Q_H}$
C.O.P. frigorifero $= \frac{Q_C}{W}$
C.O.P. pompa di calore$= \frac{Q_H}{W}$
Eff. di Carnot: $\eta_{REV} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$
Teorema di Carnot: $\eta \le \eta_{REV}$

Espansione termica dei solidi

Esp. lineare: $\Delta L/L_i = \alpha \Delta T$
Esp. volumica: $\Delta V/V_i = \beta \Delta T$
Coefficienti: $\beta = 3\alpha$
β gas perfetto, p costante: $\beta = 1/T$

Conduzione e irraggiamento

Corrente termica:
$\mathcal{P} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\Delta T}{R} = \frac{kA}{\Delta x}\Delta T$
Resistenza termica: $R = \frac{\Delta x}{kA}$
Resistenza serie: $R_{eq} = R_1 + R_2$
Resistenza parallelo: $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
Legge Stefan-Boltzmann: $\mathcal{P} = e\sigma AT^4$
L. onda emissione: $\lambda_{max} = \frac{2.898\,\text{mmK}}{T}$

Gas reali

Eq. Van Der Waals:
$(p + a(\frac{n}{V})^2)(V - nb) = nRT$

Calcolo vettoriale

Prodotto scalare:
$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}||\vec{B}| \cos\theta$
$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$
$|\vec{A}| = \sqrt{\vec{A} \cdot \vec{A}} = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$
versore: $\hat{A} = \vec{A}/|\vec{A}|$
Prodotto vettoriale:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \vec{A} \times \vec{B} &= (A_yB_z - A_zB_y)\hat{\imath} \\ &+ (A_zB_x - A_xB_z)\hat{\jmath} \\ &+ (A_xB_y - A_yB_x)\hat{k} \end{aligned}$$

Costanti fisiche

Costanti fondamentali

Grav.: $G = 6.67 \times 10^{-11}\,\text{m}^3/(\text{s}^2 \cdot \text{kg})$
Vel. luce nel vuoto: $c = 3.00 \times 10^8\,\text{m/s}$
Carica elementare: $e = 1.60 \times 10^{-19}\,\text{C}$
Massa elettrone: $m_e = 9.11 \times 10^{-31}\,\text{kg}$
Massa protone: $m_p = 1.67 \times 10^{-27}\,\text{kg}$
Cost. dielettrica: $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\,\text{F/m}$
Perm. magnetica: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\text{H/m}$
Cost. Boltzmann: $k_b = 1.38 \times 10^{-23}\,\text{J/K}$
N. Avogadro: $N_A = 6.022 \times 10^{23}\,\text{mol}^{-1}$
C. dei gas: $R = \begin{cases} 8.314\,\text{J/(mol} \cdot \text{K)} \\ 0.082\,\text{L} \cdot \text{atm/(mol} \cdot \text{K)} \end{cases}$
C. Stefan-Boltzmann:
$\sigma = 5.6 \times 10^{-8}\,\text{W/(m}^2 \cdot \text{K}^4)$

Altre costanti

Accel gravità sulla terra: $g = 9.81\,\text{m/s}^2$
Raggio terra: $R_T = 6.37 \times 10^6\,\text{m}$
Massa terra: $M_T = 5.98 \times 10^{24}\,\text{kg}$
Massa sole: $M_S = 1.99 \times 10^{30}\,\text{kg}$
Massa luna: $M_L = 7.36 \times 10^{22}\,\text{kg}$
Vol. 1 mole di gas STP: $V_{STP} = 22.4\,\text{L}$
Temp 0 assoluto $\theta_0 = -273.15\,°\text{C}$

Trigonometria

$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1, \tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$
$\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha),\ \cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\sin(\beta)$
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) \mp \sin(\alpha)\sin(\beta)$
$\sin(\alpha) = \pm\cos(\pi/2 \mp \alpha) = \pm\sin(\pi \mp \alpha)$
$\cos(\alpha) = \sin(\pi/2 \pm \alpha) = -\cos(\pi \pm \alpha)$
$\sin^2(\alpha) = \frac{1-\cos(2\alpha)}{2},\ \cos^2(\alpha) = \frac{1+\cos(2\alpha)}{2}$
$\sin(\alpha) + \sin(\beta) = 2\cos\frac{\alpha-\beta}{2}\sin\frac{\alpha+\beta}{2}$
$\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2\cos\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$

Derivate

$\frac{d}{dx}f(x) = f'(x)$
$\frac{d}{dx}(a \cdot x) = af'(a \cdot x)$
$\frac{d}{dx}f(g(x)) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$
$\frac{d}{dx}x^n = nx^{n-1}$
$\frac{d}{dx}\frac{1}{x^n} = -n\frac{1}{x^{n+1}}$
$\frac{d}{dx}e^x = e^x$
$\frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x}$
$\frac{d}{dx}\sin(x) = \cos(x)$
$\frac{d}{dx}\cos(x) = -\sin(x)$

Integrali

$$\int f(x)dx = I(x)$$
$$\int f(x-a)dx = I(x-a)$$
$$\int f(a \cdot x)dx = \frac{I(a \cdot x)}{a}$$
$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1},\ n \ne -1$$
$$\int \frac{1}{x^n} = -\frac{1}{(n-1)} \cdot \frac{1}{x^{n-1}},\ n \ne 1$$
$$\int \frac{1}{x}dx = \ln x$$
$$\int e^x dx = e^x$$
$$\int \sin(x)dx = \cos(x)$$
$$\int \cos(x)dx = -\sin(x)$$
$$\int_{x_0}^{x_1} f(x)dx = I(x_1) - I(x_0)$$

Approssimazioni ($x_0 = 0$)

$\sin x = x + O(x^2)$
$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + O(x^2)$
$\ln(1+x) = x + O(x^2)$

Francesco.Forti@pi.infn.it et al.

Versione 2, 13 giugno 2011.