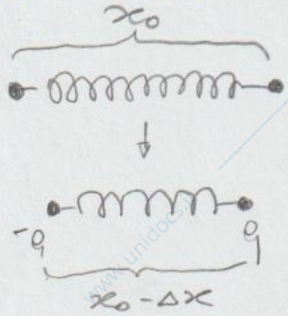
DUE SFERETTE VENGONO CARICATE CON CARICHE q e $-q$ (UGUALI E OPPOSTE) E QUINDI ATTACCATE AGLI ESTREMI DI UNA MOLLA DI COSTANTE ELASTICA $k = 0.1\ N/m$ E LUNGHEZZA A RIPOSO $x_0 = 7.0\ mm$.
RAGGIUNTO L'EQUILIBRIO LA MOLLA RISULTA COMPRESSA DI $\Delta x = 1.0\ mm$. CALCOLARE q



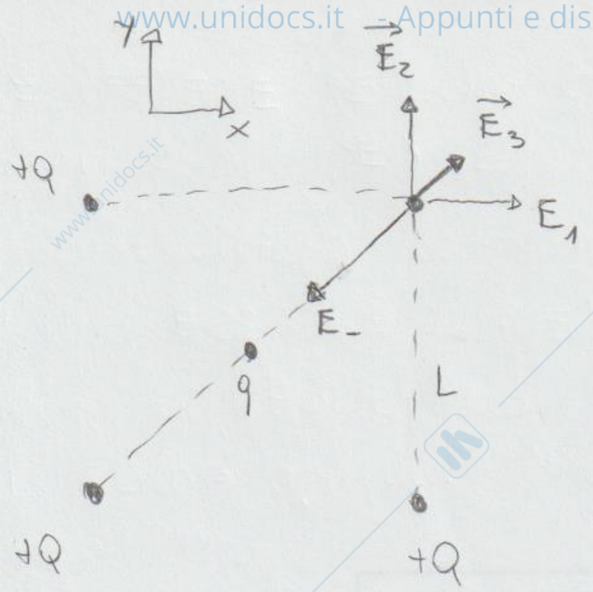
All'equilibrio, la forza elastica che tende ad espandere la molla eguaglia in modulo la forza di attrazione elettrostatica tra le cariche

$$k\Delta x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{(x_0-\Delta x)^2}$$

$$q^2 = 4\pi\varepsilon_0 k (x_0-\Delta x)^2 \Delta x = 6.3 \cdot 10^{-10}\ C$$

QUATTRO CARICHE POSITIVE, CIASCUNA DI VALORE $Q = 1.0 \cdot 10^{-10}\ C$, GIACCIONO AI VERTICI DI UN QUADRATO. NEL CENTRO VIENE POSTA UNA CARICA NEGATIVA $-q$. LA FORZA RISULTANTE SU CIASCUNA CARICA È NULLA. CALCOLARE q.

Consideriamo la carica nel vertice in alto a destra. Su di essa agiscono 4 forze, tre dovute alle cariche negli altri tre vertici, repulsive, e quella dovuta alla carica al centro, attrattiva.



In corrispondenza del punto occupato da ciascuna carica, il campo totale deve essere nullo.

Rispetto alla figura, nel vertice in alto a destra del quadrato

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{L^2}\underbrace{\hat{x}}_{\text{versore di } x}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{L^2}\underbrace{\hat{y}}_{\text{versore di } \hat{y}}$$

$$\vec{E}_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{2L^2}\hat{r}$$

Campi generati dalle tre cariche ai vertici del quadrato

L = lato del quadrato

$\sqrt{2}L$ = diagonale del quadrato

$\hat{r}$ è un versore che forma un angolo di $\frac{\pi}{4}$ (45°) con gli assi x e y e che quindi ha componenti

$$\hat{r} = \begin{pmatrix} \cos \pi/4 \\ \text{sen } \pi/4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$ (diretto lungo la diagonale)

Campo generato da $-q$ nel centro: $\vec{E}_- = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{L^2/2}\hat{r}$

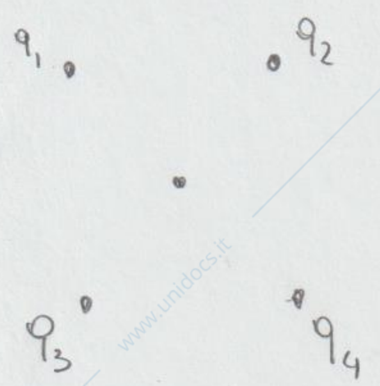
Si deve avere $\vec{E}_- + \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = 0$

Asse x $\quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0 L^2}\left(-\sqrt{2}q + Q + \frac{Q}{2\sqrt{2}}\right) = 0 \quad$ N.B. $\vec{E}_2$ non contribuisce

Asse y: equazione equivalente

$$-4q + (2\sqrt{2}+1)Q = 0 \Rightarrow q = \frac{1+2\sqrt{2}}{4}Q = 0.96\ C$$

QUATTRO CARICHE PUNTIFORMI SI TROVANO AI VERTICI DI UN QUADRATO DI LATO $L = 30$ cm. $q_1 = 2.0$ mC, $q_2 = 6.0$ mC, $q_3 = -2.0$ mC, $q_4 = 6.0$ mC. DETERMINARE IL VALORE DEL POTENZIALE ELETTRICO AL CENTRO DEL QUADRATO, ASSUMENDO CHE IL POTENZIALE SIA NULLO ALL'INFINITO.



Assumendo potenziale nullo all'infinito ogni carica determina un potenziale

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

a distanza r da essa.

Nel centro, ciascuna carica genera i seguenti potenziali

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{L/\sqrt{2}}, \quad V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{L/\sqrt{2}}, \quad V_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_3}{L/\sqrt{2}}, \quad V_4 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_4}{L/\sqrt{2}}$$

I potenziali sono quantità scalari e possono essere sommati direttamente (PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE).

Si noti $q_3 = -q_1 \Rightarrow V_3 = -V_1$

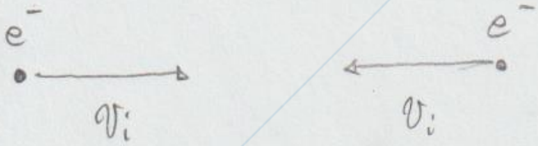
$q_2 = q_4 \Rightarrow V_2 = V_4$

V_1 e V_3 dunque si elidono a vicenda e per il potenziale totale nel centro del quadrato

$$V_{TOT} = V_2 + V_4 = 2V_2 = \frac{\sqrt{2}\,q_2}{2\pi\varepsilon_0 L} = 5.1\cdot10^{2}\,V$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari
www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

DUE ELETTRONI SI MUOVONO L'UNO VERSO L'ALTRO LUNGO LA STESSA DIREZIONE. LA LORO VELOCITÀ INIZIALE, QUANDO SONO MOLTO LONTANI L'UNO DALL'ALTRO, È $v_i = 1.0 \cdot 10^{6}$ m/s. TROVARE LA MINIMA DISTANZA A CUI GIUNGONO (MASSA DELL'ELETTRONE $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg, CARICA $-e = -1.602 \cdot 10^{-19}$ C)



Quando in un esercizio si scrive "MOLTO LONTANI", vuol dire che la distanza può essere considerata a tutti gli effetti infinita.

I due elettroni, dunque, all'inizio hanno energia elettrostatica nulla (per convenzione si pone potenziale e energia potenziale nulla all'infinito)

L'energia meccanica iniziale è tutta cinetica:

$$E_i = 2 \cdot \frac{1}{2} m_e v_i^2 = 9.1 \cdot 10^{-19} \, J$$

Alla minima distanza, prima di iniziare ad allontanarsi, l'energia cinetica è nulla (inversione del moto, $v=0$) e l'energia meccanica è tutta energia potenziale

$$E_f = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{d}$$

CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA $\quad E_f = E_i$

$$d = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{E_i} = 2.53 \cdot 10^{-10} \, m$$

UNA FORZA ESTERNA COMPIE UN LAVORO $\mathcal{L} = 20.0 \text{ mJ}$ PER SPOSTARE UNA CARICA $q = -7.0 \mu C$ DA UN PUNTO A A UN PUNTO B DELLO SPAZIO. LA CARICA ERA INIZIALMENTE A RIPOSO E GIUNGE IN B CON ENERGIA CINETICA PARI A $K = 6.0 \text{ mJ}$. DETERMINARE LA DIFFERENZA DI POTENZIALE $\Delta V = V_B - V_A$.

Il lavoro compiuto dalla forza esterna è superiore all'aumento di energia cinetica. La differenza è spesa per aumentare l'energia potenziale elettrostatica

$$\Delta U = U_B - U_A = \mathcal{L} - K = 14.0 \text{ mJ}$$

Dato che $\Delta U = q\Delta V$, $\Delta V = V_B - V_A = \dfrac{\Delta U}{q} = -2.00 \cdot 10^3 \text{ V}$

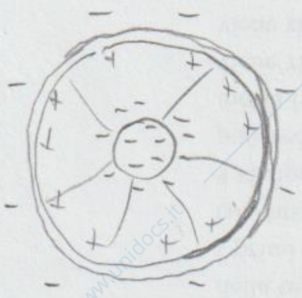
N.B. $\Delta V < 0 \Rightarrow V_B < V_A$

Una carica negativa, sotto l'azione di un campo elettrico, si muove verso punti di potenziale superiore se il campo COMPIE lavoro (positivo). Qui si tratta di una forza esterna che compie lavoro CONTRO il campo. Il potenziale diminuisce e l'energia potenziale aumenta.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

UNA SFERA CONDUTTRICE POSSIEDE UNA CARICA $q_1 = -10\,\mu C$. (11)
ESSA VIENE INSERITA NELLA CAVITÀ DI UN GUSCIO SFERICO CONDUTTORE CHE POSSIEDE UNA CARICA $q_2 = 5\,\mu C$. I DUE CONDUTTORI SONO IN EQUILIBRIO ELETTROSTATICO. DETERMINARE LA CARICA CHE SI DISTRIBUISCE SULLA SUPERFICIE ESTERNA DEL GUSCIO.



Nel processo di inserimento la carica totale del guscio non può cambiare

Dopo l'inserimento, nella cavità c'è induzione completa e la carica sulla superficie interna del guscio è uguale e opposta a quella di

$q_1 \rightarrow q_2^{(int)} = -q_1 = 10\,\mu C$

Sulla superficie esterna si distribuisce $q_2^{(ext)}$ e come detto, si deve avere $q_2^{(ext)} + q_2^{(int)} = q_2$

$\Rightarrow q_2^{(ext)} = q_2 - q_2^{(int)} = -5\,\mu C$

N.B. Anche la carica totale del sistema sfera + guscio rimane la stessa nel processo di inserimento.

PRIMA $q_{TOT} = q_1 + q_2$

DOPO $q_{TOT} = q_1 + q_2^{(int)} + q_2^{(ext)} = q_1 + q_2$

SI VUOLE PROGETTARE UN CONDENSATORE PIANO CHE SIA CAPACE DI IMMAGAZZINARE UNA CARICA $q = 72.0 \cdot 10^{-12}\ C$ QUANDO TRA LE ARMATURE VIENE APPLICATA UNA DIFFERENZA DI POTENZIALE $V = 12.0\ V$. L'AREA DELLE ARMATURE È $S = 100\ cm^2$. CALCOLARE a) CAPACITÀ DEL CONDENSATORE; b) DISTANZA TRA LE ARMATURE

la capacità di un condensatore è $C = \frac{q}{V}$

Nel nostro caso $C = 6.00 \cdot 10^{-12}\ F = 6.00\ pF$

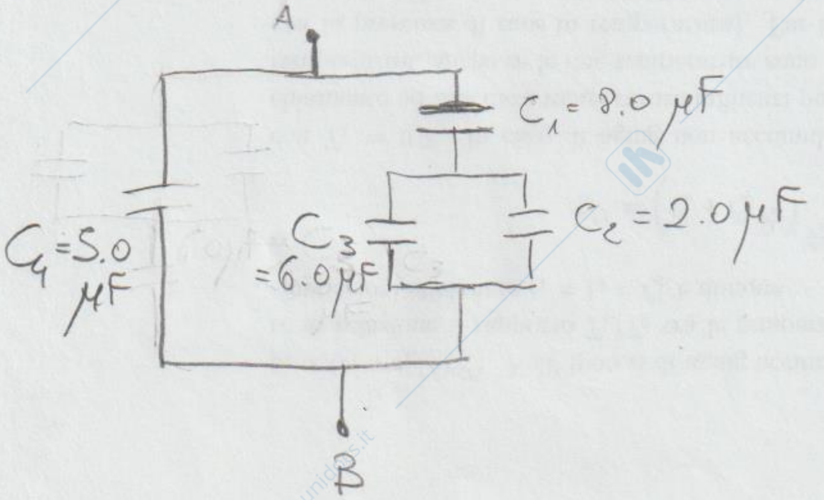
('p' è il prefisso per 10^{-12}).

Per un condensatore piano $C = \frac{\varepsilon_0 S}{h}$

dove h è la distanza tra le armature

$$h = \frac{\varepsilon_0 S}{C} = 1.48\ cm$$

SI TROVI LA CAPACITÀ EQUIVALENTE DEL CIRCUITO IN FIGURA RISPETTO AI TERMINALI A e B



C_2 e C_3 sono in parallelo: la loro capacità equivalente è

$$C_{2,3} = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} = 1.5\ \mu F$$

C_1 e C_{23} sono collegate in serie, la loro capacità equivalente è $C_{1,2,3} = C_1 + C_{2,3} = 3.5\ \mu F$.

Infine C_4 è in parallelo con $C_{1,2,3}$.

La capacità equivalente complessiva è

$$C_{eq} = \frac{C_4\, C_{1,2,3}}{C_4 + C_{1,2,3}} = 3.3\ \mu F$$

UN CONDENSATORE PIANO NEL VUOTO HA LE ARMATURE DI SUPERFICIE $S = 400\ cm^2$, DISTANTI TRA LORO $h = 2.00\ cm$. TRA LE ARMATURE C'È UNA DIFFERENZA DI POTENZIALE $V = 24\ V$. QUANTO LAVORO OCCORRE FARE PER AVVICINARE LE ARMATURE FINO ALLA DISTANZA $h' = 0.50\ cm$, CON LA DIFFERENZA DI POTENZIALE TENUTA COSTANTE?

L'energia elettrostatica immagazzinata nel condensatore è $U = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} q V = \frac{1}{2} C V^2$

Ci conviene usare la terza espressione perché
1) V rimane costante
2) Possiamo calcolare come cambia C

Condensatore piano: $C = \frac{\epsilon_0 S}{h}$

$$\Delta U = \frac{1}{2} C' V^2 - \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2}\epsilon_0 S V^2 \left(\frac{1}{h'} - \frac{1}{h}\right) = 1.53 \cdot 10^{-8}\ J$$

Il lavoro necessario è pari all'aumento richiesto di energia elettrostatica: $L = \Delta U = 1.53 \cdot 10^{-8}\ J$