20/7/2012
ore 13:00

FISICA (primo appello)

Proff. Ciucci, Della Valle, Magni, Nisoli, Torricelli

1) Una particella di massa m, sottoposta unicamente ad un campo di forze $F = \beta\, \mathbf{r}/r^3$, ($\mathbf{r}$ vettore posizione, β costante), è in moto uniforme lungo una circonferenza di raggio R.

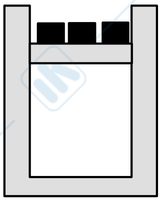
a) Si dica giustificando la risposta se la costante β è positiva o negativa.
b) Si calcoli il periodo del moto.
c) Si calcoli l'energia meccanica della particella (si assuma nulla l'energia potenziale all'infinito).

2) Dai principi di Newton si ricavi la seconda equazione cardinale della dinamica dei sistemi di particelle.

3) Una piscina di base quadrata di lato L e pareti verticali è riempita di acqua per un'altezza H. Si calcolino:

a) la forza esercitata dall'acqua su una parete verticale;
b) la forza risultante su tutte le pareti bagnate dall'acqua.

4) Un cilindro, munito di pistone caricato con dei pesi, contiene un gas ideale monoatomico inizialmente in equilibrio alla pressione p_0. D'un tratto si tolgono alcuni dei pesi consentendo al gas di raggiungere un nuovo stato di equilibrio con pressione $p_1 = p_0/2$. Trascurando gli scambi di calore con l'ambiente e con il recipiente, si calcoli il rapporto tra il volume finale e quello iniziale del gas.



5) Una macchina termica assorbe in ogni ciclo una quantità di calore $Q_1 = 20$ kJ da un serbatoio a temperatura $T_1 = 600$ K e cede calore a un serbatoio alla temperatura $T_2 = 300$ K. La corrispondente variazione di entropia in ogni ciclo è $\Delta S = 10$ J/K. Si determini:

a) il lavoro prodotto in ogni ciclo;
b) il rapporto tra il rendimento della macchina in esame e quello di una macchina di Carnot operante con i medesimi serbatoi.

- Scrivere in stampatello NOME, COGNOME e numero di MATRICOLA
- ***FIRMARE*** *l'elaborato*
- *MOTIVARE e COMMENTARE adeguatamente le formule utilizzate*

1.

a) Affinché la particella possa compiere un moto circolare uniforme occorre che sia soggetta ad una forza risultante di tipo centripeto, quindi β dovrà avere segno negativo. In tal modo la forza $\vec{F} = \beta \vec{r}/r^3 = \beta/r^2 \, \hat{u}_r$ risulta contro= versa al vettore $\vec{r}$ che per costruzione ha verso uscente rispetto al centro di forza, che è anche il centro della circonferenza di raggio R.

b) Il periodo del moto sarà $T = 2\pi/\omega$ con ω la velocità angolare di rotazione della particella lungo l'orbita circolare.
In base alla II legge della dinamica di Newton dovrà essere

$$\vec{F} = m \vec{a}_N$$

con $\vec{F} = \frac{\beta}{R^2} \hat{u}_r$ e $\vec{a}_N = \omega^2 R \, \hat{u}_N$ la accelerazione normale del moto circolare uniforme. Si ricordi che $\hat{u}_N = -\hat{u}_r$, perciò otteniamo

$$\frac{\beta}{R^2} = -m\omega^2 R \Rightarrow \omega = \left(-\frac{\beta}{mR^3}\right)^{1/2}$$

e infine $T = 2\pi \sqrt{-\frac{mR^3}{\beta}}$

c) Poiché la forza $\vec{F}$ è centrale ammette energia potenziale (è forza conservativa), cioè esiste un campo scalare $E_p(r)$ t.c.

$$E_p(A) - E_p(B) = \int_A^B \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

Posto B un punto all'infinito e A il generico punto di posizione $\vec{r}$, abbiamo quindi:

$$E_p(\vec{r}) = \underbrace{E_p(\infty)}_{0 \text{ per ipotesi}} + \int_{\vec{r}}^{\infty} \vec{F}(\vec{r}\,') \cdot d\vec{r}\,' =$$

$$= \int_{\vec{r}}^{\infty} \frac{\beta}{r'^2} \hat{u}_r \cdot dr' \hat{u}_r = \int_r^{\infty} \frac{\beta}{r'^2} dr' =$$

$$= \left[-\frac{\beta}{r'} \right]_r^{\infty} = \frac{\beta}{r}$$

Per quanto riguarda l'energia cinetica, si noti che al punto precedente abbiamo determinato ω quindi la velocità della particella è determinata (ωR in modulo) e così pure la sua energia cinetica

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 R^2 = -\frac{1}{2} \frac{\beta}{R}$$

L'energia meccanica risulta quindi:

$$E_p(R) + E_c = \frac{\beta}{R} - \frac{1}{2} \frac{\beta}{R} = \frac{1}{2} \frac{\beta}{R}$$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

2.

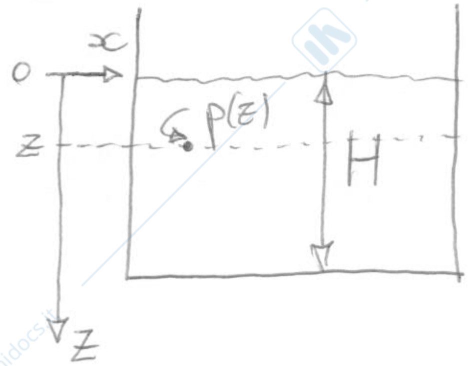
Vedi appunti di lezione

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari
www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

3.

a) In base alla legge di Stevino la pressione presente alla profondità z è pari a

$$p(z) = p_a + \rho g z$$



La forza esercitata dall'acqua sulle pareti verticali è, in modulo:

$$F = \int_0^H p(z) L \, dz =$$

$$= p_a L H + \frac{1}{2} \rho g L H^2$$

essendo p_a la pressione atmosferica, ρ la densità dell'acqua e g l'accelerazione di gravità terrestre.

La direzione di tale forza è orizzontale, poiché le pareti della piscina sono verticali e la forza dovuta alla pressione è sempre ortogonale alla superficie su cui viene calcolata. Quanto al verso esso è uscente rispetto alla piscina.

b) Per quanto detto al punto precedente la risultante delle forze applicate alle pareti verticali è nulla. La risultante di tutte le forze esercitate sulle pareti bagnate coincide dunque con la Forza esercitata sul fondo, che è pari a:

$$\vec{R} = (p_a + \rho g H) L^2 \hat{u}_z$$

4.

Il gas nel cilindro compie una espansione adiabatica irreversibile.

La pressione esterna durante tutta la espansione coincide con la pressione di equilibrio finale raggiunta dal gas al termine della espansione. Quindi:

$p_e = p_1 = p_0/2$.

$V_0 \equiv$ volume iniziale

$V_1 \equiv$ volume finale

$$r = \frac{V_1}{V_0} = \frac{\cancel{nR}T_1}{p_1} \cdot \frac{p_0}{\cancel{nR}T_0} = \frac{T_1}{T_0}\frac{\cancel{p_0}}{\cancel{p_0}/2}$$

$$r = 2\frac{T_1}{T_0}$$

Sappiamo inoltre che, in base al primo principio della termodinamica,

$$0 = Q = \mathcal{L} + n c_v (T_1 - T_0)$$

e $\mathcal{L} = -\mathcal{L}_{ext} = -p_e \Delta V_e = \frac{p_0}{2}(V_1 - V_0)$

Ricordando che per un gas ideale monoatomico $c_v = \frac{3}{2}R$, abbiamo

$$\frac{1}{2}p_0(V_1 - V_0) + n\frac{3}{2}R(T_1 - T_0) = 0$$

$$\frac{1}{2}\cancel{p_0}\left(\frac{\cancel{nR}T_1}{\cancel{p_0}/2} - \frac{\cancel{nR}T_0}{\cancel{p_0}}\right) + \cancel{n}\frac{3}{2}\cancel{R}(T_1 - T_0) = 0$$

$$T_1 - \frac{1}{2}T_0 + \frac{3}{2}T_1 - \frac{3}{2}T_0 = 0$$

$$5/2\, T_1 = 2\, T_0$$

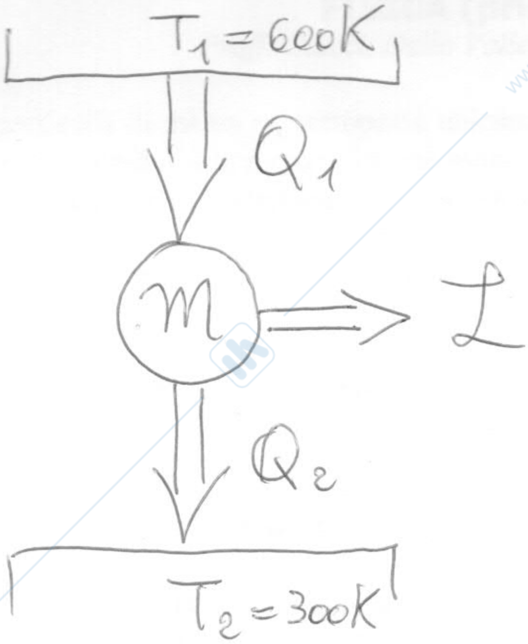
$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{4}{5}$$

Il rapporto tra volume Finale e volume iniziale è quindi pari a:

$$r = \frac{8}{5}$$

5.

a)



$$\Delta S_{tot} = \Delta S_M + \Delta S_s = \Delta S = 10\ J/K$$

$\Delta S_M = 0$ poiché M compie trasformazione ciclica e S è funzione di stato.

$$\Delta S_s = -\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = \Delta S$$

Ricaviamo quindi Q_2:

$$Q_2 = T_2\left(\frac{Q_1}{T_1} + \Delta S\right) = 13\ KJ$$

In base poi al primo principio della termodinamica:

$$\mathcal{L} = Q_1 - Q_2 = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)Q_1 - T_2\Delta S = 7K$$

b) $\eta = \frac{\mathcal{L}}{Q_1} = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) - \frac{T_2 \Delta S}{Q_1} = \frac{7}{20}$; $\eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

$$\eta/\eta_c = 1 - \frac{T_1 T_2 \Delta S}{(T_1 - T_2)Q_1} = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}.$$

$$T_1 - \frac{1}{2} T_0 = 3T_1 - 3T_0$$

$$2T_1 = \frac{5}{2} T_0$$

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{5}{4}$$

Il rapporto tra volume finale e volume iniziale è quindi pari a:

$$r = \frac{5}{2}$$