Introduzione

Le grandezze fisiche

Si scelgono un certo numero di grandezze fisiche **indipendenti**

Quante? → il numero *minore* possibile

Dal 1971 si fa uso del

Sistema Internazionale (SI)

Si definiscono 7 grandezze *fondamentali*

le altre sono

grandezze derivate

Le grandezze fisiche

Unità fondamentali nel **Sistema Internazionale** (SI)

SI

GRANDEZZA		NOME	SIMBOLO	DIMENSIONE
Lunghezza		metro	m	L
Massa		chilogrammo	kg	M
Tempo		secondo	s	T
Corrente elettrica		ampere	A	A
Temperatura		kelvin	K	K
Quantità di sostanza		mole	mole	
Intensità luminosa		candela	cd	

Questioni dimensionali

Le leggi fisiche sono equazioni tra grandezze:

Dal punto di vista delle unità di misura, i vari termini dell'equazione devono essere *omogenei*, devono cioè avere *le stesse unità di misura*.

È una condizione **necessaria** ma **non sufficiente** perché un'equazione sia corretta

Si fa spesso uso delle:

equazioni dimensionali

Alcuni elementi che compaiono in un'equazione possono essere *adimensionali*. Sono ad esempio adimensionali:

- *gli angoli espressi in radianti*
- *gli argomenti delle funzioni trigonometriche*
- *gli esponenti delle funzioni esponenziali*
- *etc etc*

Vettori e Scalari

Alcune grandezze fisiche sono descritte completamente da un *numero* e dalla relativa unità di misura:

sono chiamate ***grandezze*** ***scalari***

Sono *grandezze scalari* ad esempio la massa m, la temperatura T, il tempo t, la carica elettrica q etc etc

Altre quantità necessitano di una definizione più completa per essere note:
Si descritte completamente da *modulo*, *direzione* e *verso*

Sono chiamate *grandezze* ***vettoriali***

Sono *grandezze vettoriali* ad esempio la *velocità* **v**, la *forza* **F**, il *campo elettrico* **E** etc etc

Sono indicate generalmente con i *simboli*

$\vec{v}, \quad \vec{F}, \quad \vec{E}$

o anche in molti testi come

v, **F** , **E**

Vettori

Lo *spostamento* è il primo e più semplice esempio di grandezza vettoriale.

Un modo semplice per rappresentare graficamente le grandezze vettoriali è disegnare una *freccia* la cui lunghezza sia *proporzionale* al *modulo* della grandezza e la cui *direzione* e *verso* rappresentano quelle della grandezza fisica rappresentata:

$\vec{F}$

Alcune proprietà dei vettori

Modulo o valore assoluto:

$$\left|\vec{F}\right|$$

Esiste *l'elemento neutro*.

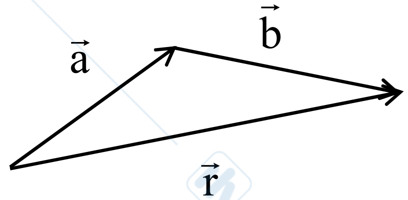
Esiste *l'elemento opposto*, con ugual modulo e direzione e verso opposto:

$-\vec{F}$

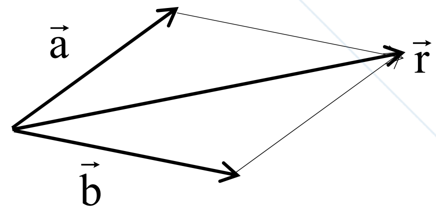
Vettori

Regole per la somma:

$$\vec{r} = \vec{a} + \vec{b}$$



Oppure (*regola del parallelogramma*)



Valgono poi:

proprietà commutativa:

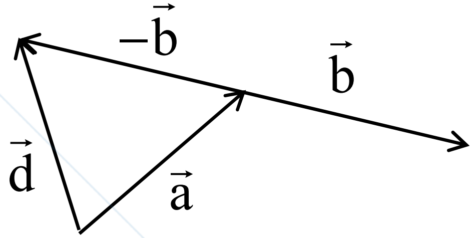
$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

proprietà associativa

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$

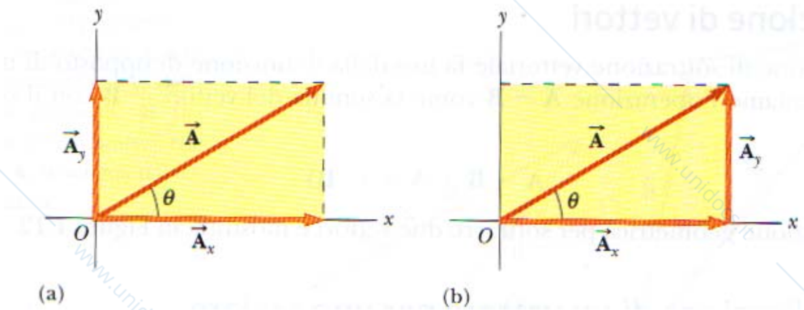
Regole per la differenza:

$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$$



Componenti di un vettore (scomposizione di un vettore).

Un vettore nel piano può essere scomposto in componenti lungo x ed y:



Le *componenti* hanno modulo dato da:

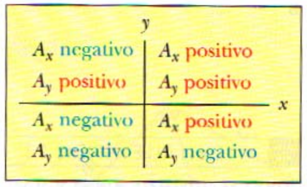
$$a_x = a\cos\theta$$

$$a_y = a\sin\theta$$

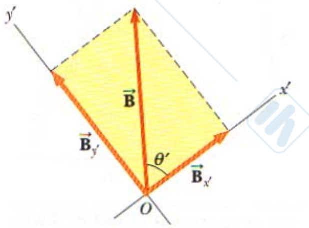
Il *modulo* e la *direzione* del vettore sono dati da

$$|a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \qquad \theta = \mathrm{arctg}\frac{a_y}{a_x}$$

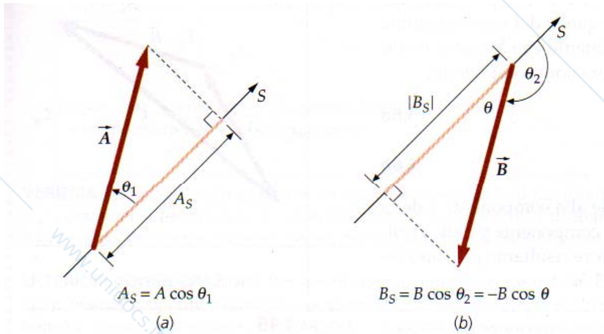
I segni delle componenti dipendono dal quadrante in cui giace il vettore



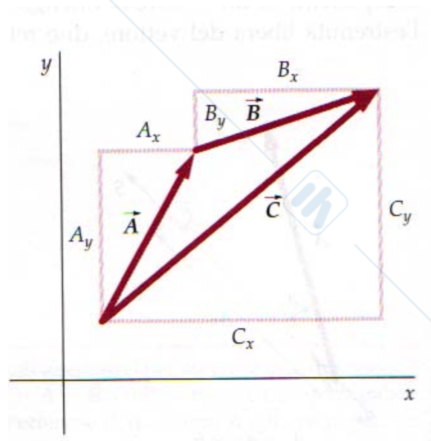
Un vettore nel piano può essere scomposto lungo due componenti qualsiasi, ***anche non ortogonali***:



La *componente di un vettore* lungo una specifica direzione è uguale all'intensità del vettore per il coseno dell'angolo tra la direzione orientata del vettore e la direzione considerata



Una volta scomposti due vettori nelle loro *componenti cartesiane*, si può fare la somma di due vettori usando le loro componenti



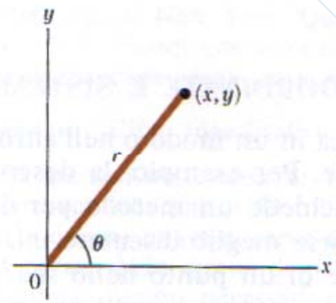
$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} \quad \Longrightarrow \quad \begin{aligned} c_x &= a_x + b_x \\ c_y &= a_y + b_y \end{aligned} \qquad \theta = \mathrm{arctg}\frac{c_y}{c_x}$$

Coordinate polari

Un vettore nel piano (o nello spazio) non è necessariamente rappresentato in ccordinate cartesiane.
Esistono altri esempi di sistemi di coordinate: coordinate polari, cilindriche etc etc.

Un vettore **r** nel piano può essere ad esempio rappresentato in coordinate polari come:

In questo sistema di coordinate (r, θ), r è il modulo del vettore e l'angolo θ rappresenta l'angolo fra r ed un asse fisso.



(a)

Si può passare *dalle coordinate polari* piane *a* quelle *cartesiane*, ricordando alcuni teoremi di trigonometria e trovando quindi che:

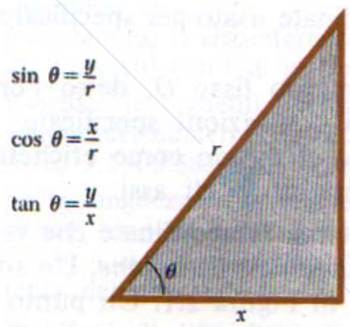
$$x = r \cos\vartheta$$

$$y = r \sin\vartheta$$

o viceversa:

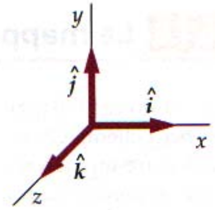
$$\tan\vartheta = \frac{y}{x}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$



(b)

Un **versore** è un vettore *adimensionale* avente intensità pari a 1.

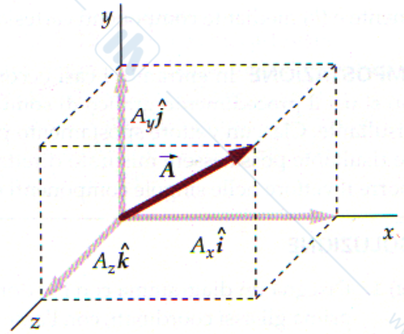


(a)

Ad esempio si esprimono con $\hat{i}\ \ \hat{j}\ \ \hat{k}$ i *versori* degli assi cartesiani ortogonali.

Un generico vettore può essere espresso per mezzo dei *versori*:

$$\vec{a} = a_x\,\hat{i} + a_y\,\hat{j} + a_z\,\hat{k}$$



(b)

Il **prodotto** di un *vettore* per uno *scalare* s è dato da

$$\vec{b} = s\,\vec{a}$$

Il **modulo** del *vettore* **b** è dato da

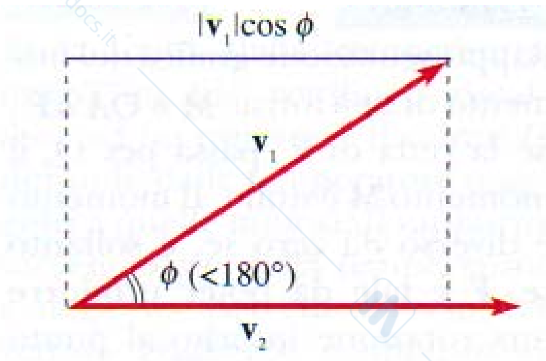
$$b = s\,|a|$$

La **direzione** ed il **verso** del *vettore* **b** sono la direzione ed il verso del *vettore* **a** se s è *positivo* e stessa direzione e verso opposto del *vettore* **a** se s è negativo.

Le *dimensioni* fisiche del *vettore* **b** sono date dal prodotto delle dimensioni di s con quelle del *vettore* **a**

Prodotto di due **vettori**

Esistono *due tipi* di *prodotti* tra vettori:



- il prodotto scalare tra due vettori
- il prodotto vettoriale tra due vettori

Il **prodotto scalare** è dato da

$$c = \vec{a} \cdot \vec{b} = a\, b\, cos\phi$$

in cui ϕ è l'angolo compreso tra i due vettori e si ottiene moltiplicando il modulo dell'uno per la *proiezione* del primo sul secondo o viceversa.

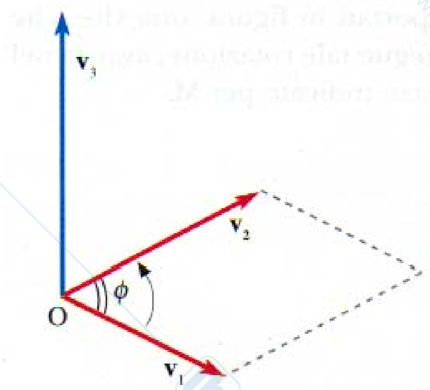
Il **prodotto scalare** gode delle proprietà *commutativa* e *distributiva*:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a} \qquad \vec{a} \cdot \left(\vec{b} + \vec{c}\right) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$$

Il prodotto scalare di due vettori *ortogonali* fra di loro è *pari a zero* (cos π/2 = 0)

Il **prodotto vettoriale** è dato da

$$\vec{c} = \vec{a} \wedge \vec{b}$$



Il **prodotto vettoriale** genera un vettore **c** così definito:

il ***modulo*** del vettore **c** è dato dal prodotto dei moduli dei vettori **a** e **b** per il *seno* dell'angolo ϕ compreso tra i due vettori:

$$|\vec{c}| = a\, b\, \sin\phi$$

la ***direzione*** del vettore **c** è quella *perpendicolare* al piano individuato dai vettori **a** e **b** ed il ***verso*** è scelto (*regola della vite*) in modo da coincidere con il verso di avanzamento di una vite che ruoti sovrapponendo il primo vettore **a** sul secondo, descrivendo un angolo minore di 180° (vedi figura).

In termini di *componenti* è dato da:

$$c_x = a_y b_z - b_y a_z$$

$$c_y = b_x a_z - a_x b_z$$

$$c_z = a_x b_y - b_x a_y$$

Il **prodotto vettoriale non** gode delle proprietà *commutativa* ed infatti è:

$$\vec{a} \wedge \vec{b} = -\vec{b} \wedge \vec{a}$$

Il **prodotto vettoriale** gode delle proprietà *distributiva rispetto alla somma*:

$$\vec{a} \wedge \left(\vec{b} + \vec{c}\right) = \left(\vec{a} \wedge \vec{b}\right) + \left(\vec{a} \wedge \vec{c}\right)$$

Il prodotto vettoriale di due vettori *paralleli* fra di loro è *pari a zero* (sin 0 = 0)

È utile poi *definire* il concetto di **campo**:

è costituito da una quantità fisica che si può definire simultaneamente in tutti i punti di una regione dello spazio. Possono dipendere dal tempo o possono esserne indipendenti.

La variabile del campo può essere uno *scalare* o un *vettore*.

Esempi di ***campi scalari*** sono il campo delle pressioni in un volume di fluido, il campo della temperatura nell'atmosfera, il campo della densità di un corpo non omogeneo etc etc.

Esempi di ***campi vettoriali*** sono il campo gravitazionale, il campo del flusso delle velocità di un fluido in un condotto, il campo elettrico etc etc..

Esempi

1.1. I vettori di Fig. 1.1 hanno modulo A = 40 e B = 20. Trovare:
a) le componenti (A_x , A_y) e (B_x , B_y);
b) le componenti (C_x , C_y) del vettore somma **C = A + B**;
c) il modulo del vettore **C**;
d) la direzione del vettore **C** (angolo θ che esso forma con l'asse x).

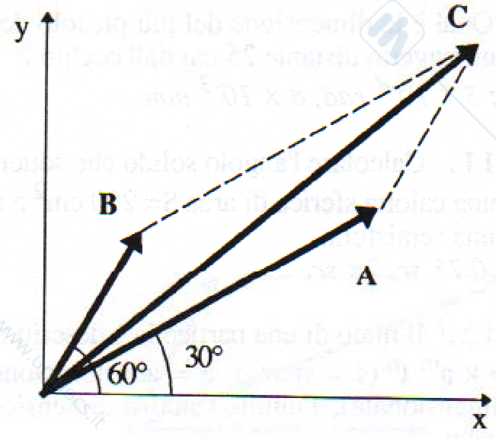


Fig. 1.1

Soluzione

a) *Componenti di **A**:* $A_x = A \cos 30° = 40 \times \cos 30° = 34.6$

$A_y = A \sin 30° = 40 \times \sin 30° = 20$

*Componenti di **B**:* $B_x = B \cos 60° = 20 \times \cos 60° = 10$

$B_y = B \sin 60° = 20 \times \sin 60° = 17.3$

b) *Componenti di **C**:* $C_x = A_x + B_x = 34.6 + 10 = 44.6$

$C_y = A_y + B_y = 20 + 17.3 = 37.3$

c) *Modulo di **C**:*

$$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} = \sqrt{1989 + 1391} = 58$$

d) *Direzione di **C**:* $\theta = \arctan(C_y / C_x)$

$$\theta = \arctan(37.3 / 44.6) = 40°$$