LEZIONE 3: ONDE SONORE PARTE I

DAVIDE PAGANO

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BRESCIA

FISICA SPERIMENTALE (OTTICA ONDE)

A.A. 2017/2018

INTRODUZIONE

- Un errore (spesso voluto) che viene spesso fatto nei film di fantascienza è quello di "far sentire" il rumore delle astronavi, esplosioni, etc… nello spazio

http://www.bluemilkspecial.com/wp-content/uploads/2015/11/2013-07-01-SOTE-036.jpg

INTRODUZIONE

- Le *onde sonore* sono onde meccaniche e **possono propagarsi in presenza di mezzo** sia esso solido, liquido o gassoso
- È il classico esempio di onda meccanica *longitudinale*
- Ma attenzione: le onde sonore (come le onde meccaniche più in generale) sono **sempre longitudinali solo nei fluidi**, mentre soluzioni non longitudinali sono possibili nei solidi
- Cosa è il suono?

COSA È IL SUONO?

- Percepiamo come suono una **variazione di pressione** all'interno di un certa banda di frequenza: **dai 20 Hz ai 20000 Hz**

- Suoni con frequenza maggiore sono detti **ultrasuoni** e vengono utilizzati nei sonar, nelle ecografie, etc…

- Suoni con frequenza inferiore sono detti **infrasuoni** e caratterizzano eventi sismici, tuoni, etc…e sono prodotte da alcuni animali come elefanti e balene

- Ci sono diversi studi (più o meno rigorosi, sopratutto meno…) sull'effetto dell'esposizione ad infrasuoni *

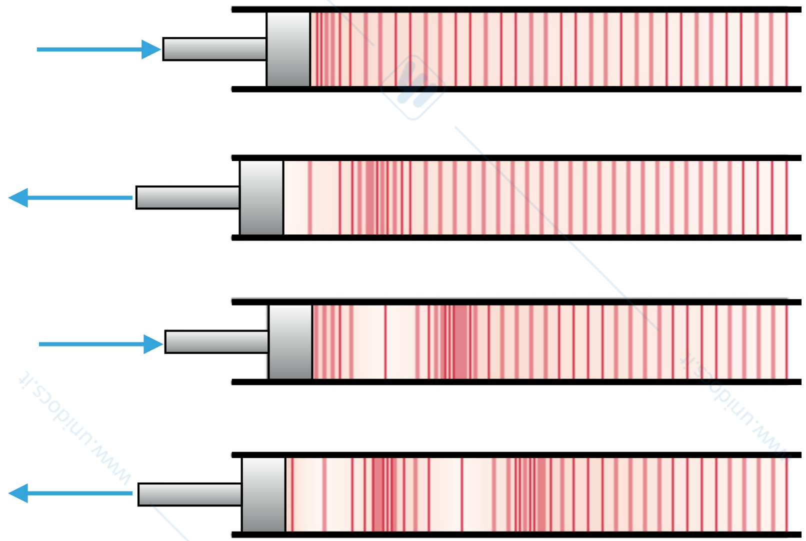
* http://www.nbcnews.com/id/3077192/#.WVEuFDNaZBw

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

ONDE SONORE UNIDIMENSIONALI

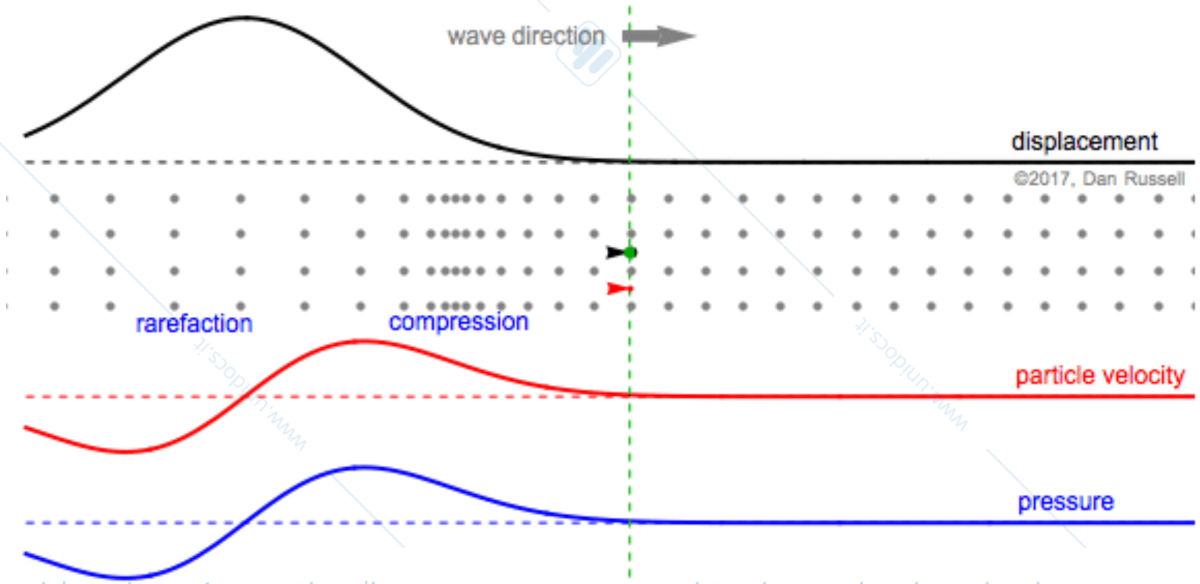
- Sebbene una sorgente sonora generi onde tridimensionali, nel seguito ci limiteremo al caso di onde **unidimensionali**
- Un'onda unidimensionale può essere generata con un tubo (in aria) munito di pistone



COMPRESSIONI E RAREFAZIONI

- Il pistone comprime ed espande l'aria nelle sue vicinanze generando regioni ad alta densità *locale* (o *massa volumica*), dette *compressioni*, e regioni a bassa densità, dette *rarefazioni*

- Le compressioni e rarefazioni viaggiano assieme all'onda nel tubo



http://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/phase-p-u/rightgoingwave.gif

COMPRESSIONI E RAREFAZIONI

- La densità dell'aria del tubo è in generale una funzione di x e t

$$\rho(x,t) \boxed{= \rho_0 = const}$$ in assenza di perturbazione

- Il passaggio dell'onda acustica produce variazioni della densità tipicamente molto piccole rispetto a ρ_0

$$\rho(x,t) = \rho_0 + \Delta\rho(x,t) \quad \text{con} \quad \Delta\rho(x,t) \ll \rho_0$$

- Alternativamente possiamo descrivere un'onda acustica in termini di variazione di pressione *locale*, invece che di densità

COMPRESSIONI E RAREFAZIONI

- Infatti le variazioni di pressione sono *necessariamente* in fase con quelle della densità

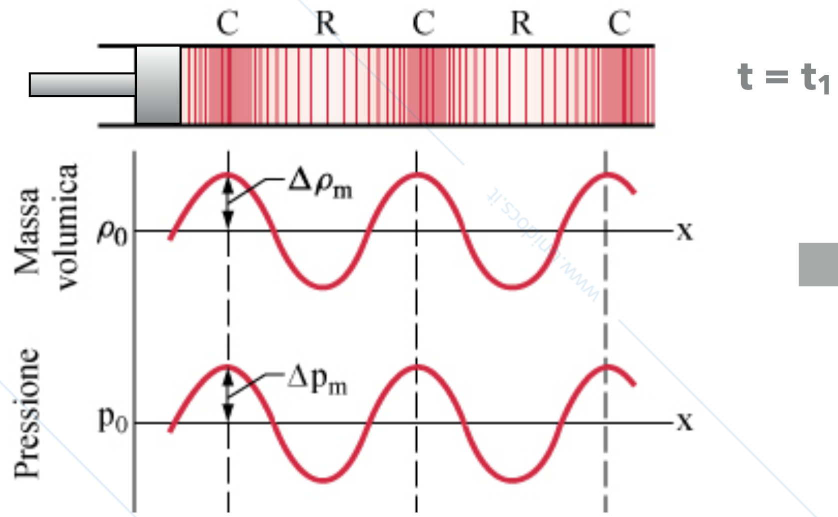
- In analogia con quanto visto per la densità possiamo scrivere

$$p(x,t) = p_0 + \Delta p(x,t) \quad \text{con} \quad \Delta p(x,t) \ll p_0$$

dove p_0 è la pressione nel tubo in assenza di perturbazione

- Le funzioni $\Delta\rho(x,t)$ e $\Delta p(x,t)$ **dipendono dal moto del pistone**: in particolare se il moto è sinusoidale anche le variazioni di densità e pressione dell'aria nel tubo saranno sinusoidali

MODULO DI COMPRIMIBILITÀ



$$\Delta\rho(x,t) = \Delta\rho_m sin(kx - \omega t)$$

$$\Delta p(x,t) = \Delta p_m sin(kx - \omega t)$$

- Che legame esiste tra Δp e $\Delta\rho$?
- Si definisce *modulo di comprimibilità*

$$B = -\frac{\Delta p}{\Delta V/V}$$

MODULO DI COMPRIMIBILITÀ

- $\rho = \dfrac{m}{V} \longrightarrow d\rho = -\dfrac{m}{V^2}dV = -\dfrac{\rho}{V}dV$
- Passando dai differenziali alle differenze finite $\Delta\rho = -\dfrac{\rho}{V}\Delta V$

$$\longrightarrow \quad \Delta\rho = \Delta p \frac{\rho}{B}$$

- Possiamo infine sostituire ρ_0 a ρ dal momento che le variazioni di densità per le onde acustiche sono molto minori di ρ_0

$\Delta\rho = \Delta p \dfrac{\rho_0}{B}$ e quindi in termini di ampiezze $\boxed{\Delta\rho_m = \Delta p_m \dfrac{\rho_0}{B}}$

- La relazione precedente vale per tutti i fluidi

MODULO DI COMPRIMIBILITÀ

- Il modulo di comprimibilità è una **grandezza termodinamica** e pertanto se ne deve **specificare la dipendenza dalla temperatura**
- Si può quindi definire il modulo di comprimibilità a temperatura costante (*isotermo*), senza scambi di calore (*adiabatico*), etc…
- La compressione di un volume di fluido necessita lavoro e produce un aumento della sua temperatura (ed *energia interna*)
- Di norma nei fluidi il trasferimento di calore da una zona di compressione ad una adiacente di rarefazione è trascurabile e possiamo considerarci pertanto in **regime adiabatico**

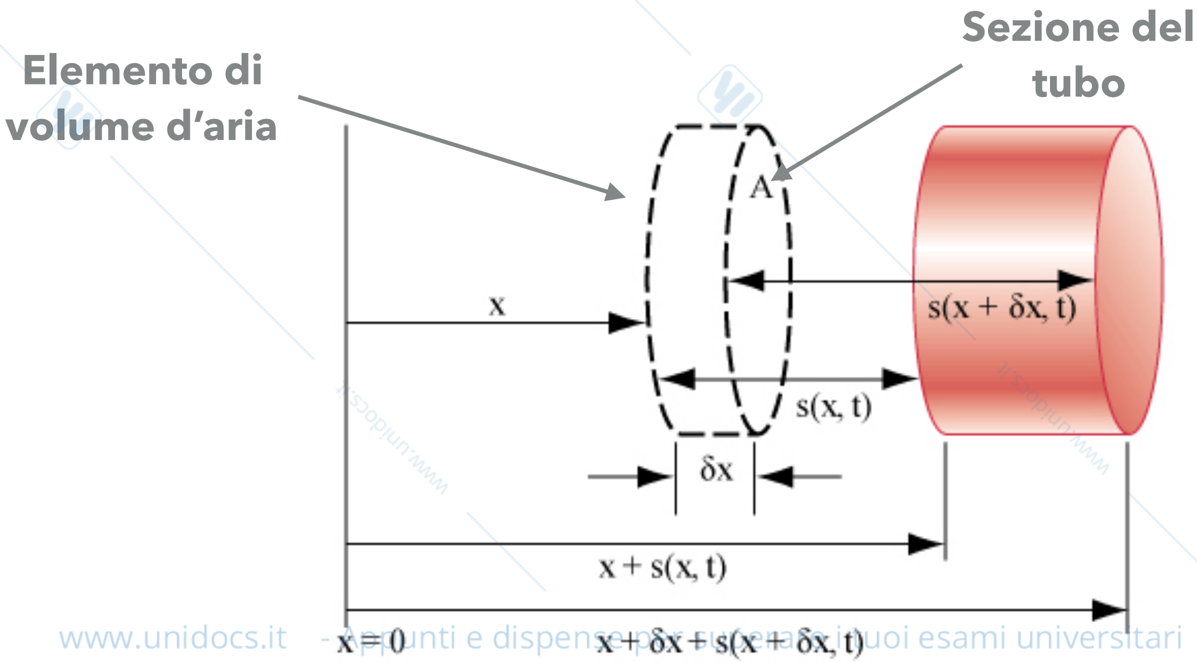
LEZIONE 3: ONDE SONORE

SPOSTAMENTO E VELOCITÀ DELLE PARTICELLE DEL MEZZO

SPOSTAMENTO DELLE PARTICELLE DEL MEZZO

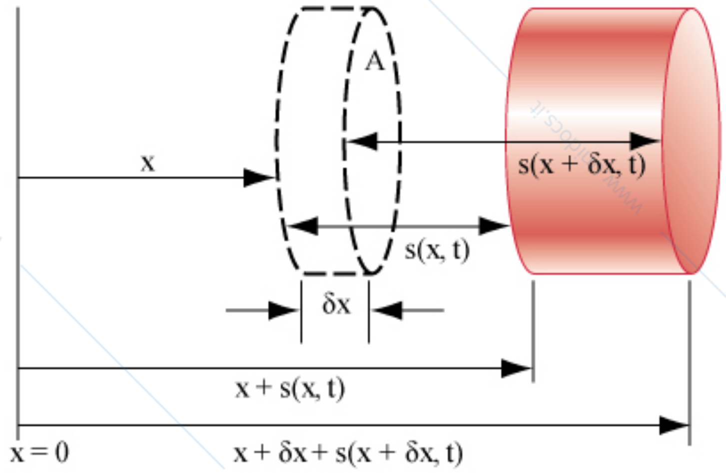
- Per le onde meccaniche su una corda tesa abbiamo calcolato spostamento e velocità (**trasversali**) di un elemento di corda

- Ricaviamo adesso l’espressione della velocità per un elemento di un fluido investito da un’onda acustica che viaggia in un tubo



SPOSTAMENTO DELLE PARTICELLE DEL MEZZO

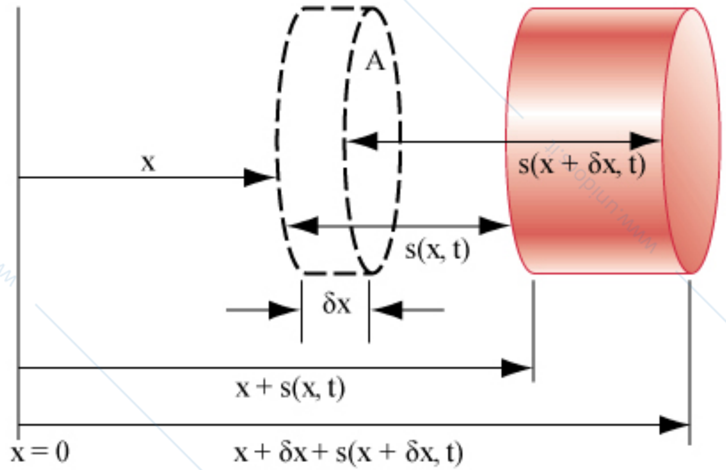
- La sua densità a riposo è $\rho_0 = \dfrac{\delta m}{A\delta x}$
- Il passaggio dell'onda lo mette in oscillazione e la sua posizione può essere descritta dalla funzione *s(x, t)*



- Per le onde su corda abbiamo usato y(x, t) ma qui usiamo una notazione diversa perché lo **spostamento è nella direzione di propagazione dell'onda**

- La faccia sx dell'elemento: $x \longrightarrow x + s(x, t)$
- La faccia dx dell'elemento: $x + \delta x \longrightarrow x + \delta x + s(x + \delta, t)$

SPOSTAMENTO DELLE PARTICELLE DEL MEZZO



- Anche lo spessore viene quindi modificato ($x_{faccia\ dx} - x_{faccia\ sx}$)

$$\delta x \longrightarrow \delta x + s(x+\delta, t) - s(x,t)$$

- $\delta x + s(x+\delta, t) - s(x,t) \longrightarrow \delta x \left[1 + \frac{s(x+\delta,t) - s(x,t)}{\delta x}\right]$
- Nel limite per cui $\delta x \to 0$ la precedente diventa $\delta x \left[1 + \frac{\partial s}{\partial x}\right]$
- La densità dell'elemento di fluido per effetto del passaggio dell'onda vale

$$\rho = \frac{\delta m}{A\delta x(1 + \partial s/\partial x)} = \frac{\rho_0}{1 + \partial s/\partial x}$$

SPOSTAMENTO DELLE PARTICELLE DEL MEZZO

- Per piccole variazioni della densità, ovvero $\partial s/\partial x \ll 1$

$$\frac{1}{1+\partial s/\partial x} \approx 1 - \partial s/\partial x$$

- In un *intorno* dell'origine una funzione f(x) può essere approssimata (sotto certe condizioni) dalla *serie di Maclaurin*

$$f(x) = f(0) + \frac{x}{1!}f'(0) + \frac{x}{2!}f''(0) + \ldots$$

- Pertanto otteniamo $\rho = \rho_0(1 - \partial s/\partial x)$

SPOSTAMENTO DELLE PARTICELLE DEL MEZZO

- $\rho = \rho_0(1 - \partial s/\partial x) \longrightarrow \Delta\rho(x,t) = \rho(x,t) - \rho_0 = -\rho_0 \dfrac{\partial s}{\partial x}$
- Per onde sinusoidali abbiamo già scritto $\Delta\rho(x,t) = \Delta\rho_m sin(kx - \omega t)$
- $-\rho_0 \dfrac{\partial s}{\partial x} = \Delta\rho_m sin(kx - \omega t) \longrightarrow \dfrac{\partial s}{\partial x} = -\dfrac{\Delta\rho_m}{\rho_0} sin(kx - \omega t)$
- Integrando $s(x,t) = \overset{s_m}{\boxed{\dfrac{\Delta\rho_m}{k\rho_0}}} cos(kx - \omega t) \longrightarrow s(x,t) = s_m cos(kx - \omega t)$

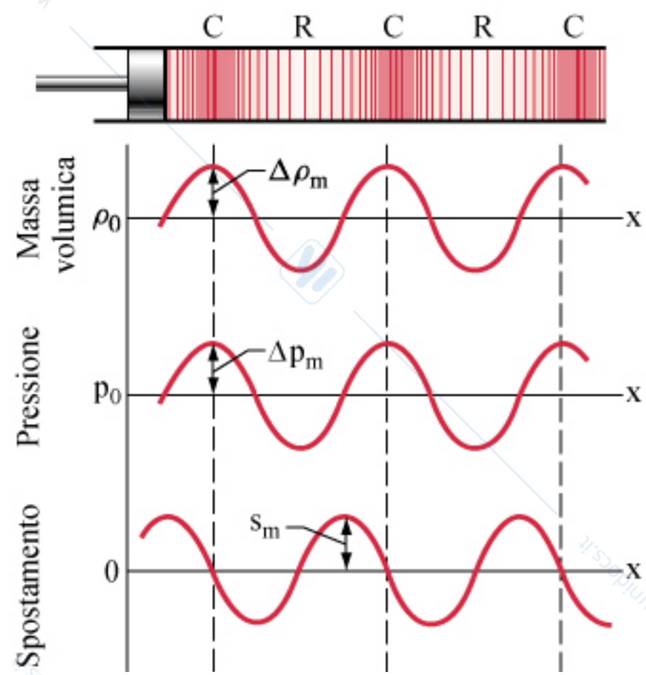
SPOSTAMENTO DELLE PARTICELLE DEL MEZZO

- È interessante notare che lo spostamento è espresso da una funzione coseno mentre la variazione della densità e pressione sono descritte da funzioni seno

$$\Delta\rho(x,t) = \Delta\rho_m sin(kx - \omega t)$$

$$\Delta p(x,t) = \Delta p_m sin(kx - \omega t)$$

$$s(x,t) = s_m cos(kx - \omega t)$$



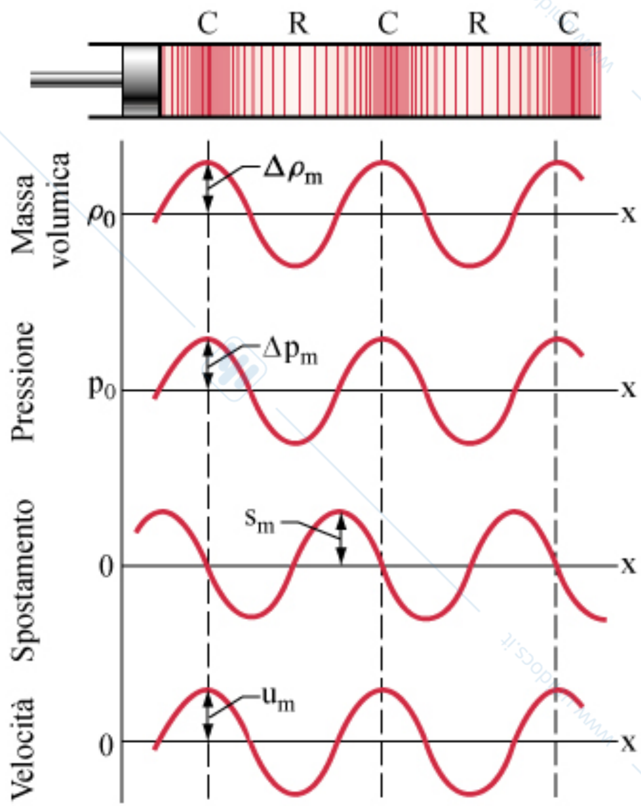
- **L'onda di spostamento è sfalsata di 90° rispetto a quelle di pressione e densità**

VELOCITÀ DELLE PARTICELLE DEL MEZZO

- Una volta calcolato lo spostamento è immediato trovare la velocità

$$u_x(x,t) = \frac{\partial}{\partial t}s(x,t) = \underbrace{\boxed{\omega s_m}}_{u_m} sin(kx - \omega t) =$$

$$= u_m sin(kx - \omega t)$$



- $u_m = \omega s_m = \omega \frac{\Delta p_m}{kB} = v \frac{\Delta p_m}{B}$

- La velocità è **diretta lungo la direzione di propagazione**, che coincide con l'asse del tubo

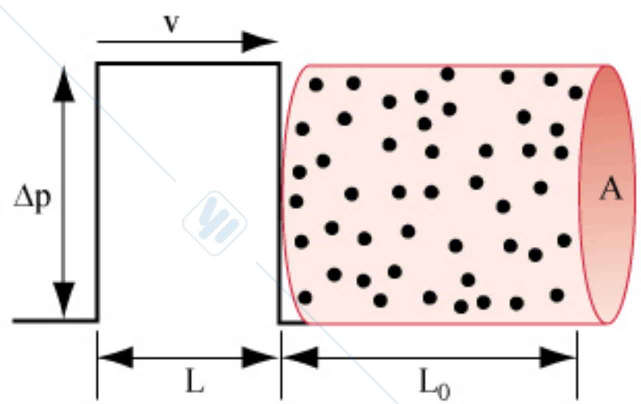
LEZIONE 3: ONDE SONORE

VELOCITÀ DEL SUONO

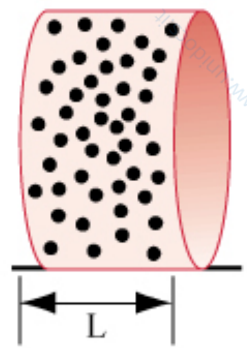
VELOCITÀ DELLE ONDE ACUSTICHE

- Vogliamo calcolare ora la velocità di fase delle onde acustiche che ci aspettiamo dipenda solo dalle caratteristiche del mezzo

- Consideriamo un impulso al tempo $t = 0$ subito prima che entri in un elemento di fluido di lunghezza L_0



- Al tempo t l'impulso avrà raggiunto l'estremità dx dell'elemento di fluido modificandone la lunghezza fino al valore L

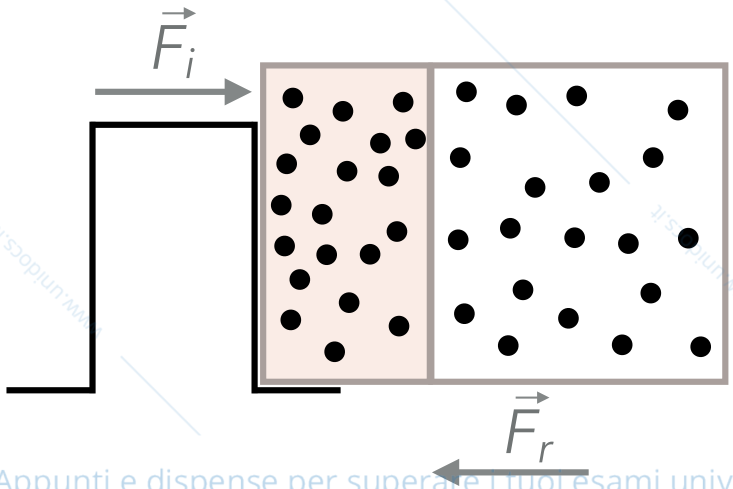


VELOCITÀ DELLE ONDE ACUSTICHE

- Sull'elemento di fluido nell'intervallo di tempo considerato agiscono due forze

- L'impulso di compressione esercita una forza $F_i = (p_0 + \Delta p)A$

- La parte restante di fluido esercita una forza $F_r = p_0 A$



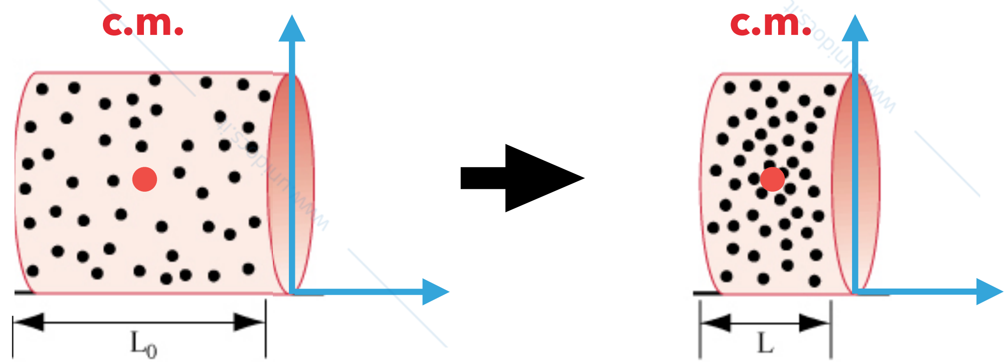
VELOCITÀ DELLE ONDE ACUSTICHE

- La forza netta risultate è verso destra ed ha modulo $\Delta p A$
- L'elemento di fluido è assimilabile ad un **sistema** di punti materiali

$$\sum F_{ext} = Ma_{cm}$$

- Consideriamo un sistema di riferimento (SR) solidale con la faccia dx dell'elemento di fluido
- In questo SR, il c.m. si muove

$$-L_0/2 \longrightarrow -L/2$$

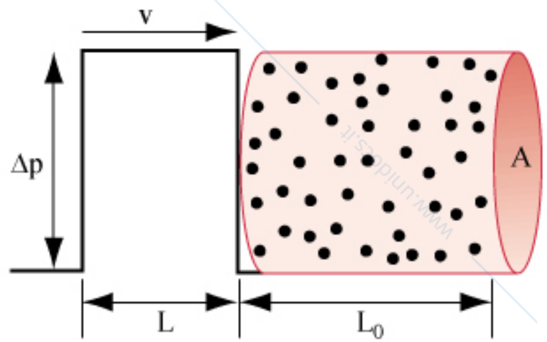


VELOCITÀ DELLE ONDE ACUSTICHE

- Al tempo $t = 0$ il c.m. era fermo ed è stato uniformemente accelerato dall'impulso fino al tempo t
- Per un moto uniformemente accelerato $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$
- $a_{cm} = \dfrac{2[(-L/2) - (-L_0/2)]}{t^2} = -\dfrac{\Delta L}{t^2}$ dove $\Delta L = L - L_0$
- Osservando che la massa totale dell'elemento di fluido è $M = \rho_0 A L_0$
- $\sum F_{ext} = M a_{cm} \longrightarrow \Delta p A = (\rho_0 A L_0)(-\frac{\Delta L}{t^2})$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari
www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

VELOCITÀ DELLE ONDE ACUSTICHE



- Ricordiamo che t è il tempo impiegato a percorrere la lunghezza dell'elemento di fluido
- Se la velocità v dell'onda è costante $t = \frac{L_0}{v}$
- $\Delta p A = (\rho_0 A L_0)(-\frac{\Delta L}{t^2}) \longrightarrow \Delta p A = (\rho_0 A L_0)(-\frac{v^2 \Delta L}{L_0^2})$

$$\longrightarrow v^2 = \frac{1}{\rho_0} \frac{-\Delta p}{\underbrace{\boxed{A\Delta L}}_{\Delta V} / \underbrace{\boxed{(A L_0)}}_{V}} \quad \text{ma} \quad B = \frac{-\Delta p}{\Delta V / V} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{B}{\rho_0}}}$$

Volume originario dell'elemento di fluido

VELOCITÀ DELLE ONDE ACUSTICHE

- Come per le onde trasversali su una corda tesa anche le onde acustiche (longitudinali) hanno **velocità di fase dipendente soltanto dalle caratteristiche del mezzo** e non dell'onda (es. frequenza)

- $v = \sqrt{\dfrac{B}{\rho_0}}$ vale **solo per fluidi** non per i solidi

- Infine, i gas non possono essere considerati come un mezzo continuo a causa degli spazi vuoti tra le molecole

- L'*energia cinetica media* delle molecole del gas influenza la velocità di propagazione del suono

VELOCITÀ DELLE ONDE ACUSTICHE

- Al crescere della temperature aumenta l'energia cinetica media e anche la velocità di propagazione del suono nel mezzo

- La velocità del suono in aria (secca) in funzione della temperatura

$$v \approx 331,4 + 0,6T_c \; m/s$$

- Anche l'umidità dell'aria (specialmente a basse pressioni) influenza la velocità del suono

Mezzo	v [m/s]
Aria (0° C)	331
Aria (20° C)	343
Elio	965
Idrogeno	1284
Acqua (0° C)	1402
Acqua (20° C)	1482
Acqua marina (20° C)	1522
Alluminio	6420
Acciaio	5941
Granito	6000

IL NUMERO DI MACH

- Il rapporto tra la velocità di un oggetto in un fluido e la velocità del suono nello stesso mezzo è detto **numero di Mach**

$$M_a = \frac{v}{a}$$

- Diversi caratteristiche del moto di un corpo in un fluido dipendono solamente da M_a indipendentemente dal mezzo

Regime subsonico	$M_a < 1$
Regime transonico	$0{,}8 < M_a < 1{,}2$
Regime sonico	$M_a = 1$
Regime supersonico	$M_a > 1$
Regime ipersonico	$M_a > 5$