Le leggi della dinamica

Fino ad ora abbiamo studiato il *moto del punto materiale* usando i concetti di posizione, velocità ed accelerazione.
La domanda che però si pone in maniera ovvia è:

Perché i corpi si muovono?

Problema studiato per secoli e con interpretazioni svariate.

Newton (1642 – 1727) compie uno studio sistematico che riassume (1687) nei suoi *Principia Mathematica Philosophiae Naturalis* (**Principia**).

Prima il concetto di Forza era legato al movimento:

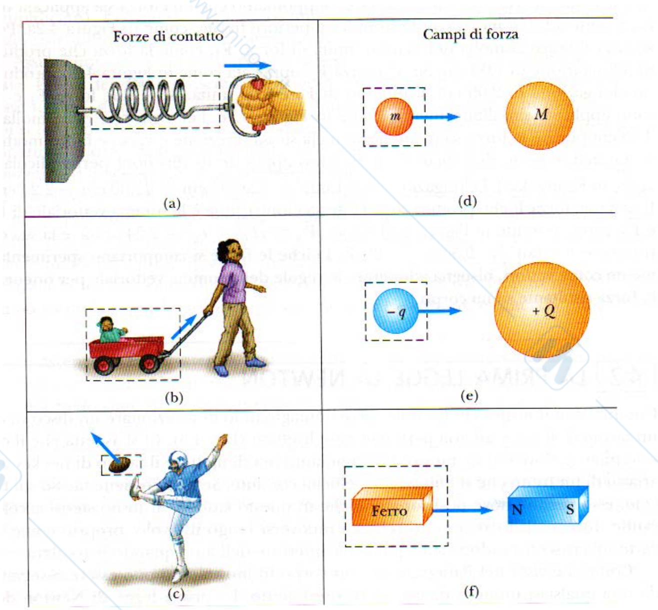
Se un corpo si muove è soggetto ad una forza

Se un corpo è fermo non è soggetto ad alcuna forza

Entrambe *deduzioni sbagliate*!
Quello che si può dire è che una **forza** causa una variazione del moto di un corpo. Se la forza cessa, il corpo *permane* nel suo stato di quiete o di moto (rettilineo uniforme).

Per ora faremo ancora riferimento ad un *punto materiale* (benchè come vedremo dotato di massa)

Possiamo dire, dalla nostra esperienza, che schematicamente esistono forze che avvengono per contatto e forze che avvengono a distanza:

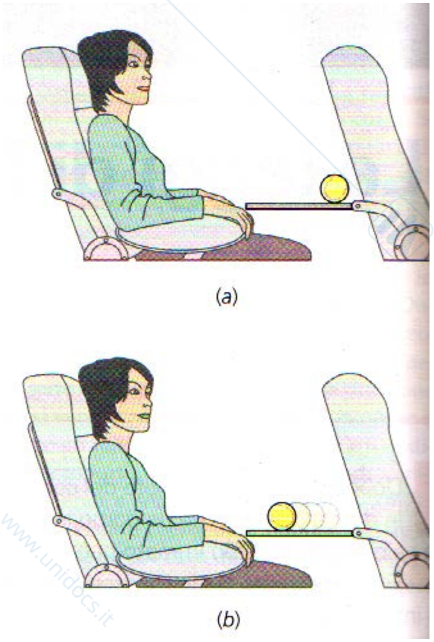


La **prima legge della Dinamica** (o prima legge di Newton), che viene dalle osservazioni di **Galileo** prima e di **Newton** poi, dice che (*legge d'inerzia*):

Un *corpo* in quiete *rimane* in quiete a meno che su di esso non agiscano **forze esterne**. Un *corpo* in moto *continua* il suo moto rettilineo con velocità costante a meno che su di esso non agiscano **forze esterne**

Si vede quindi che non esiste distinzione tra un *corpo in quiete* ed un *corpo in moto rettilineo uniforme*:

che sia in quiete od in moto rettilineo uniforme dipende solo dal *sistema di riferimento* in cui esso è osservato!



Se poniamo una pallina davanti a noi su un ripiano in un treno in moto rettilineo uniforme vediamo la pallina ferma, benché per un osservatore sulla Terra, noi la pallina ed il treno ci muoviamo. Se ora il treno *accelera* (o *decelera*), vediamo la pallina muoversi, anche se non è soggetta ad alcuna forza!

Nel sistema di riferimento accelerato, **non** vale la Prima Legge della Dinamica!

La Legge vale solo nei sistemi di riferimento *inerziali*

Possiamo anzi così definire un *sistema di riferimento inerziale*:

*se su un corpo **non** agisce alcuna **forza**,*
*un qualsiasi sistema di riferimento in cui la sua accelerazione rimane **nulla** è un*
sistema di riferimento inerziale

Con una certa approssimazione si può dire che:

un sistema di riferimento solidale alla superficie terrestre può considerarsi inerziale

Ad una **forza** si può quindi associare il concetto di *variazione* dello stato di moto di un corpo.

Si vede cioè che

$$a \propto F$$

o più correttamente

$$\vec{a} \propto \vec{F}$$

Se si applica la stessa forza a corpi diversi, le *accelerazioni* che i corpi acquistano sono in genere diverse. Si trova quindi che dobbiamo introdurre una proprietà dei corpi che si chiama massa e che è, **seconda legge della Dinamica** (o seconda legge di Newton),

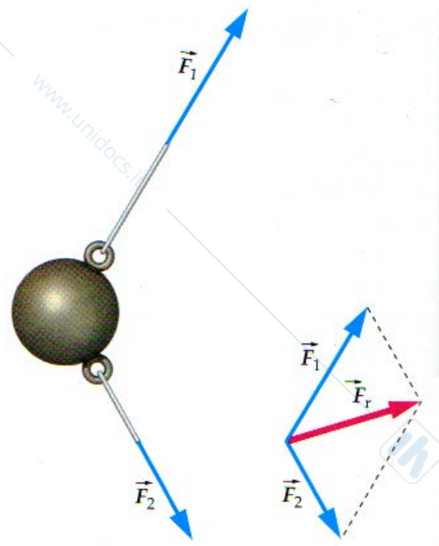
$$\vec{F} = m\vec{a}$$

L'accelerazione di un *corpo* è direttamente proporzionale alla ***forza*** *risultante* che agisce su di esso ed inversamente proporzionale alla sua **massa**.

È un principio di *causa - effetto*: se su un corpo agisce una forza risultante non nulla, il corpo accelera:

la forza risultante è la causa, l'accelerazione l'effetto.

Se su un corpo *agiscono **più** forze*, queste si *sommano vettorialmente* (regola del parallelogramma) e si determina quindi la ***forza risultante***:



è come se sul corpo agisse solo questa forza risultante, *somma vettoriale* di tutte le forza agenti sul corpo.

Più in generale quindi la Seconda Legge della Dinamica dovrebbe essere scritta come

$$\sum \vec{F} = m \sum \vec{a}$$

Se si applica la stessa forza a due corpi diversi, le *accelerazioni* stanno tra di loro come

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}$$

La **massa** è una *proprietà intrinseca* di un corpo ed è indipendente da ciò che lo circonda e dal metodo usato per misurarla.

Nel SI la massa è *unità fondamentale* e si misura in chilogrammi (kg).

Dimensionalmente è semplicemente:

$$[m] = [M]$$

In *fisica atomica e nucleare* si usa l'unità di massa atomica unificata (u) definita come 1/12 della massa dell'atomo di Carbonio-12 (^{12}C).
Si ha che:

$$1\,u = 1.660540 \times 10^{-27}\ kg$$

L'unità di misura della forza nel SI è il Newton (N):

$$1\ N = \left(1\ kg\right) \times \left(1\ m/s^2\right) = 1\ kg\ m/s^2$$

Dimensionalmente è:

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \Rightarrow$$

$$\left[F\right] = \left[M \frac{L}{T^2}\right] = \left[MLT^{-2}\right]$$

Si può poi *scomporre* la forza nelle sue componenti cartesiane:

$$F_x = ma_x$$

$$F_y = ma_y$$

$$F_z = ma_z$$

È poi opportuno notare che, se si assume la massa costante, ed essendo

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

La quantità:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

prende il nome di ***quantità di moto*** *di un corpo*, e la seconda legge della dinamica può quindi essere scritta come

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Dimensionalmente è:

$$[p] = \left[M\frac{L}{T}\right] = \left[MLT^{-1}\right]$$

Si può ora riprendere la prima legge della dinamica ed osservare che è

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{t-t_0}$$

Se $\vec{a} = 0$ allora

o $\vec{v}_0 = 0$ e allora anche $\vec{v} = 0$

oppure $\vec{v}_0 \neq 0$ e allora anche $\vec{v} = \vec{v}_0 \neq 0$

Considerando ora il moto circolare uniforme, e ricordando che per esso abbiamo scritto che:

$$a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

$$\Rightarrow \quad F = m\omega^2 r = m\frac{v^2}{r}$$

È una **forza** rivolta sempre verso il centro della circonferenza e prende il nome di ***forza centripeta***.

Abbiamo anche visto precedentemente l'accelerazione di gravità g.

Si può quindi dire che i corpi sono attratti verso terra e sono soggetti ad una forza detta ***Forza di Gravità***, che è quindi data da

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F} = \vec{P} = m\vec{g}$$

Si parla quindi di **Peso** di un corpo o di **forza-peso**.

Non si deve **confondere** il peso di un corpo con la sua massa!

Il **Peso** è una *forza* ed è una grandezza *vettoriale*.
Ovviamente **dipende** dal valore di g (che solo approssimativamente è costante!)

La **massa** è una grandezza *scalare* ed è una proprietà del corpo.

La **terza legge della Dinamica** dice che:

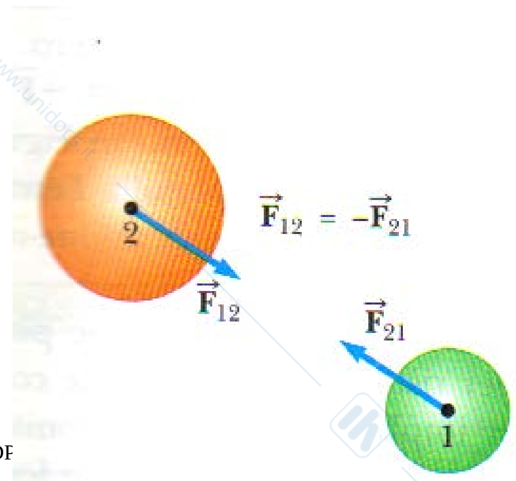
Se due corpi interagiscono, la forza esercitata sul corpo 1 dal corpo 2 è uguale ed opposta alla forza esercitata sul corpo 2 dal corpo 1

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$$

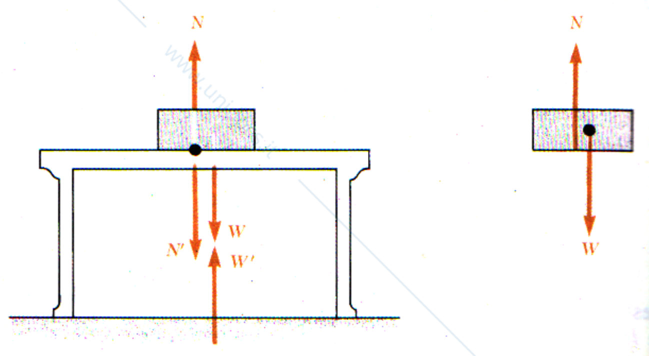
Le due **forze** hanno ugual modulo, però agiscono su *due corpi differenti* e quindi, essendo le loro masse diverse le accelerazioni impresse ai due corpi sono anche loro differenti!

Viene anche detto *principio di azione e reazione*

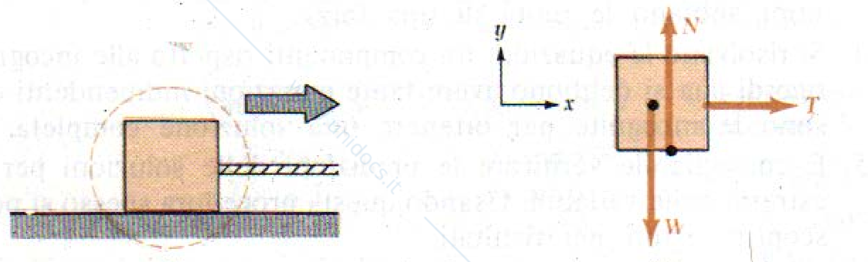
La forza di azione è uguale in modulo alla forza di reazione ed opposta in direzione. Le forze di azione e reazione agiscono su corpi differenti.



Si consideri un blocco posto su un tavolo, in *condizioni statiche* (cioè con **a** = 0)
Su di esso agiscono le forze (uguali e contrarie) **W**, forza di gravità esercitata dalla terra sul blocco ed **N** chiamata forza normale, ed esercitata dal tavolo sul blocco.
Oltre a questa coppia di forze bisogna poi considerare la forza **N’** esercitata dal blocco sul tavolo e la reazione **W’** della Terra sul blocco.
Si usa il termine *normale* perché la direzione delle forze **N** ed **N’** è sempre normale alla superficie.



Consideriamo ora il blocco in figura, che si muove su un piano liscio (cioè privo di attriti) orizzontale

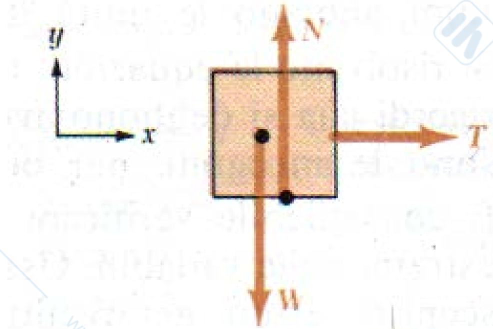


(a) (b)

Il blocco è tirato con una fune che esercita la tensione **T** e su di esso agiscono anche la forza peso **W** e la reazione normale **N**, come si vede nella parte destra dell figura in cui è rappresentato il ***diagramma di corpo libero.***

Applicando la seconda legge della dinamica per le componenti x ed y si può scrivere che:

$$\sum F_x = T = ma_x \quad \Rightarrow \quad a_x = \frac{T}{m}$$



Il corpo **non** ha accelerazione lungo la direzione y, quindi

$$a_y = 0 \quad \Rightarrow \quad \sum F_y = N - W = 0$$

$$\Rightarrow \quad N = W$$

Se **T** è una forza costante, allora anche l'accelerazione a_x è costante ed il corpo si muove di *moto rettilineo uniformemente accelerato*:

$$\Delta x = \mathrm{v}_0\, t + \frac{1}{2} a_x t^2 = \mathrm{v}_0\, t + \frac{1}{2}\left(\frac{T}{m}\right) t^2$$

$$\mathrm{v} = \mathrm{v}_0 + a_x t = \mathrm{v}_0 + \left(\frac{T}{m}\right) t$$

ESEMPIO 5.2. Un Semaforo Fermo

Un semaforo di peso 100 N pende da un cavo legato a due altri cavi trattenuti da un supporto come in Figura 5.9a. I cavi superiori formano due angoli di 37° e 53° con l'orizzontale. Determinare la tensione nei tre cavi.

Soluzione: Dapprima costruiamo il diagramma di corpo libero per il semaforo come in Figura 5.9b. La tensione nel cavo verticale T_3 supporta il semaforo, e così vediamo che $T_3 = W = 100$ N. Ora costruiamo un diagramma di corpo libero per il nodo che tiene assieme i tre cavi, come in Figura 5.9b. Conviene scegliere questo punto poiché tutte le forze in questione agiscono in questo punto. Scegliamo gli assi coordinati come mostrati in Figura 5.9c e risolviamo le forze nelle loro componenti x ed y:

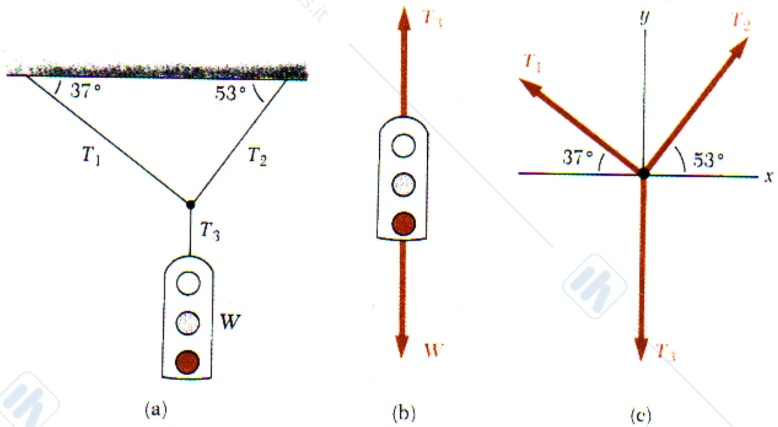


Fig. 5.9 (Esempio 5.2) (a) Un semaforo sospeso da fili. (b) Diagramma di corpo libero per il semaforo. (c) Diagramma di corpo libero per il nodo.

Forza	Componente x	Componente y
$\mathbf{T}_1$	$-T_1 \cos 37°$	T_1 sen $37°$
$\mathbf{T}_2$	$T_2 \cos 53°$	T_2 sen $53°$
$\mathbf{T}_3$	0	-100 N

La prima condizione per l'equilibrio ci dà le equazioni

(1) $\sum F_x = T_2 \cos 53° - T_1 \cos 37° = 0$

(2) $\sum F_y = T_1 \text{ sen } 37° + T_2 \text{ sen } 53° - 100 \text{ N} = 0$

Dalla (1) vediamo che le componenti orizzontali di $\mathbf{T}_1$ e $\mathbf{T}_2$ debbono essere uguali in modulo, e dalla (2) vediamo che la somma delle componenti verticali e di $\mathbf{T}_1$ e $\mathbf{T}_2$ deve bilanciare il peso del semaforo. Possiamo risolvere la (1) per $\mathbf{T}_2$ in termini di $\mathbf{T}_1$ ottenendo

$$T_2 = T_1 \left(\frac{\cos 37°}{\cos 53°} \right) = 1.33\ T_1$$

Questo valore per T_2 può essere sostituito nella (2) ottenendo

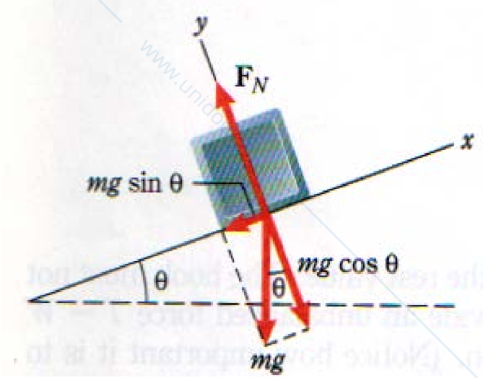
$$T_1 \text{ sen } 37° + (1.33\ T_1)(\text{sen } 53°) - 100 \text{ N} = 0$$
$$T_1 = 60.0 \text{ N}$$
$$T_2 = 1.33\ T_1 = 79.8 \text{ N}$$

Esercizio 2 In quale situazione sarà $T_1 = T_2$?

Risposta: Quando i cavi di supporto formano angoli uguali con il supporto orizzontale.

Moto di un corpo lungo un piano inclinato (*privo di attrito*).

Sul corpo agisce la **forza peso** P = mg che può essere *scomposta* lungo la direzione del piano inclinato e lungo la sua normale:



$$F_x = ma_x = mg\ sin\theta$$

$$F_y = ma_y = mg\ cos\theta$$

La componente F_y è bilanciata dalla reazione normale del piano inclinato F_N.

Lungo x viceversa agisce la forza F_x e quindi il corpo scivola lungo il piano inclinato con accelerazione:

$$a_x = \frac{F_x}{m} = \frac{mg\ sin\theta}{m} = g\ sin\theta$$

Il corpo si muove quindi di moto rettilineo uniformemente accelerato lungo il piano inclinato.

La sua velocità in un generico istante t, assumendo $v_i = 0$, sarà quindi

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ax \quad \Longrightarrow \quad v_f^2 = 2(g\ sin\theta)x$$

e la sua legge oraria sarà:

$$x = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}(g\ sin\theta)t^2$$

riassunto

I Legge di newton

Un corpo in moto permane nel suo stato di moto con velocità costante in modulo direzione e verso se la somma vettoriale delle forze che agiscono su di esso è nulla

Un'altra formulazione potrebbe essere la seguente

Se la forza totale che agisce su un corpo è zero, allora il corpo mantiene un moto costante. Se è a riposo permane nel suo stato di riposo, se è in moto continuerà a muoversi di moto rettilineo uniforme

Si deve poi introdurre il concetto di **inerzia**:

L' inerzia è la tendenza di un corpo a riposo a rimanere a riposo e di un corpo in moto a rimanere in moto con la sua velocità originale

Massa è il termine adoperato per misurare l'inerzia di un corpo e l'unità nel SI è il kilogrammo (kg). La massa è una quantità scalare.

A parità di forza applicata *maggiore è la massa* di un corpo minore sarà la sua accelerazione (cambiamento del suo stato di moto)

II Legge di newton

L'accelerazione di un oggetto è *direttamente proporzionale* alla forza risultante agente su di esso ed inversamente proporzionale alla sua massa

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

o meglio ancora

$$\sum \vec{F} = m \sum \vec{a}$$

Se la forza totale che agisce su un corpo è zero, allora il corpo mantiene un moto costante. Se è a riposo permane nel suo stato di riposo, se è in moto continuerà a muoversi di moto rettilineo uniforme

III Legge di newton

Se due corpi interagiscono, la forza esercitata sul corpo 1 dal corpo 2 è uguale ed opposta alla forza esercitata sul corpo 2 dal corpo 1, cioè

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$$