La Fisica si basa sul metodo sperimentale (galileiano):
il criterio di verità è il risultato dell'osservazione e dell'esperienza

Premesse del metodo sperimentale:

- premessa filosofica: i fenomeni naturali si svolgono sempre con le stesse modalità quando vengono mantenute le medesime condizioni iniziali
- premessa tecnica: è possibile modificare con accorgimenti tecnici opportuni la scala dei fenomeni in modo da non alterarne la legge pur rendendoli accessibili alla misurazione (o osservazione)
- premessa matematica: una legge naturale è ritenuta vera se le conseguenze logiche che da essa si ricavano <u>matematicamente</u> vengono riscontate nella realtà

Una teoria fisica è un insieme coerente di leggi mediante le quali è possibile enunciare affermazioni <u>empiricamente</u> verificabili

Il rapporto teoria-esperimento è dialettico

Nello studio dei fenomeni ci si chiede COME e PERCHE' essi avvengano.

L'ORDINE di queste domande è importante!!

- Filosofia greca
- Teologie

PERCHE'? ⟹ Modello mentale del mondo
Schema aprioristico delle cose

Es.: Aristotele: perché cadono i corpi?
"perché ciascun corpo cerca la sua sede naturale…"

Galileo: COME? ⟹ Sperimentazione quantitativa

"perché il grande libro della natura è scritto in linguaggio matematico"

Metodo galileiano: studio di un fenomeno naturale

- osservazione, descrizione, confronto con altri fenomeni analoghi, classificazione
- analisi delle circostanze in cui il fenomeno si verifica e dei fattori che lo condizionano ⇒ individuazione degli aspetti fondamentali
- prova e riprova del fenomeno, nelle condizioni più semplici possibili, anche in modo artificiale (elevato numero di prove con eventuali variazioni)
- espressione numerica dei parametri che caratterizzano il fenomeno (es. creazione di tabelle)
- formulazione quantitativa: studio della correlazione tra i parametri ⇒ ricerca della legge che regola il fenomeno

OSSERVAZIONE: INTERAZIONE TRA OSSERVATORE E SISTEMA OSSERVATO

L'informazione è relativa allo stato del sistema *DURANTE* l'osservazione, a rigore non necessariamente uguale a quello *PRIMA* dell'osservazione

⇒ Ricerca dei metodi che minimizzino la perturbazione sul sistema osservato

La perturbazione può essere ridotta a zero?

- Fisica classica: SI
- Fisica quantistica: NO (principio di indeterminazione di Heisenberg)

GRANDEZZE FISICHE DEFINITE OPERATIVAMENTE

Per la descrizione di un fenomeno si devono usare solo quei parametri che sono trasformabili in numeri con la misurazione, cioè quei termini che sono definibili *OPERATIVAMENTE*, attraverso l'operazione metrica di *MISURAZIONE* (anche solo ideale) e che chiamiamo *GRANDEZZE FISICHE*.

Esempi: massa, forza, lunghezza di un segmento, durata di un intervallo temporale…..

- Grandezze fisiche scalari

(es. tempo, massa, temperatura, pressione, energia cinetica, carica elettrica, …)

Necessitano di un solo dato: il valore della grandezza fisica con la sua unità di misura.

- Grandezze fisiche vettoriali

(es. vettore spostamento, velocità, accelerazione, forza, campo, quantità di moto, …)

Necessitano di tre dati: il modulo della grandezza (con la sua unità di misura), la direzione e il verso

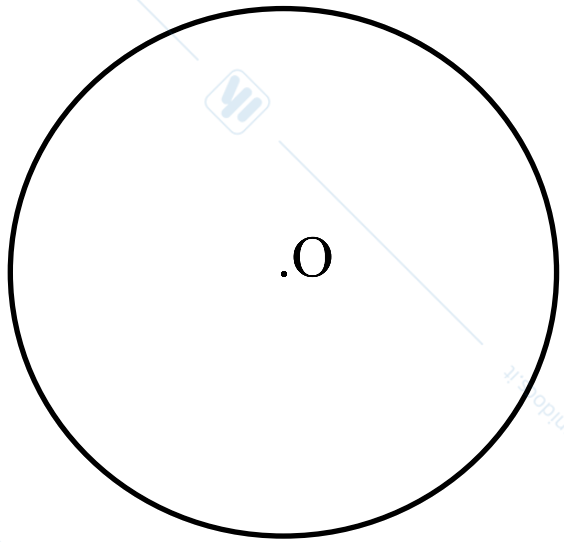
$$\text{VETTORE} \begin{cases} \text{modulo} \\ \text{direzione} \\ \text{verso} \end{cases}$$

<u>Perché lo spostamento deve necessariamente essere una grandezza vettoriale?</u>

Ipotizziamo di essere inizialmente in un punto dello spazio O

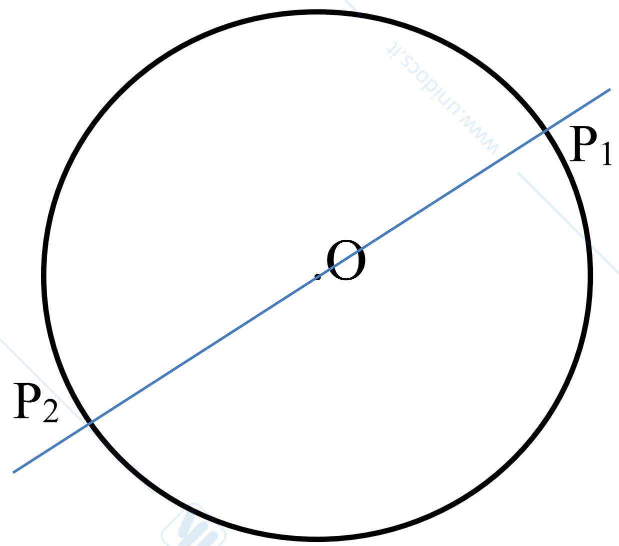
. O

1) Ipotizziamo di sapere che ci siamo spostati in un punto P dello spazio a L metri dal punto O.
Tutti i punti che stanno sulla superficie di una sfera centrata in O e di raggio L soddisfano tale ipotesi.



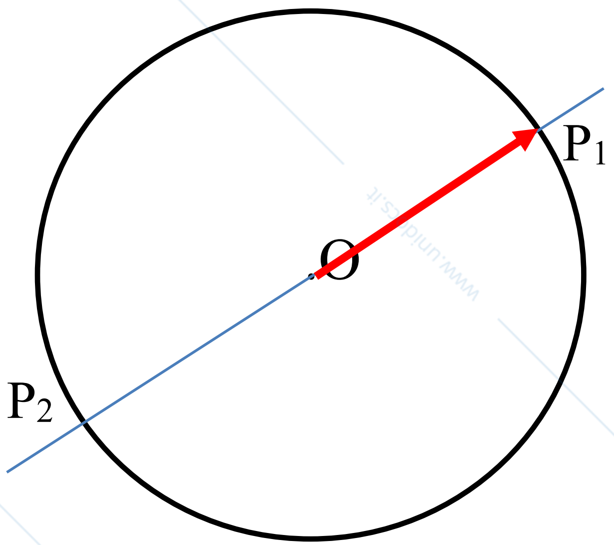
2) Ipotizziamo di sapere che ci siamo spostati verso P lungo una data direzione rispetto al punto O

I due punti di intersezione tra la sfera di prima e la retta passante per O che mi indentifica la direzione seguita, soddisfano tale ipotesi.



3) Ipotizziamo di saper lungo quale verso ci siamo spostati

Solamente un punto P dello spazio soddisfa tale ipotesi.



Sistemi di unità di misura

Le grandezze fisiche sono numerosissime : lunghezza, durata temporale, massa, velocità, accelerazione, frequenza, carica elettrica, intensità di corrente, ecc.

Non è conveniente scegliere un'unità di misura per ognuna di essa. Conviene invece sfruttare le correlazioni tra le varie grandezze e fissare delle u.m. solo per alcune di esse e utilizzare le suddette correlazioni per definire le atre unità.

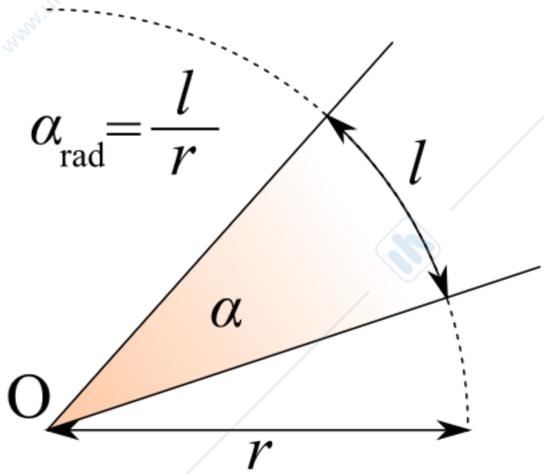
unità di misura **fondamentali**: specie di grandezze per le quale vengono fissate le unità

unità di misura **derivate**: specie che vengono ricavate dalle fondamentali

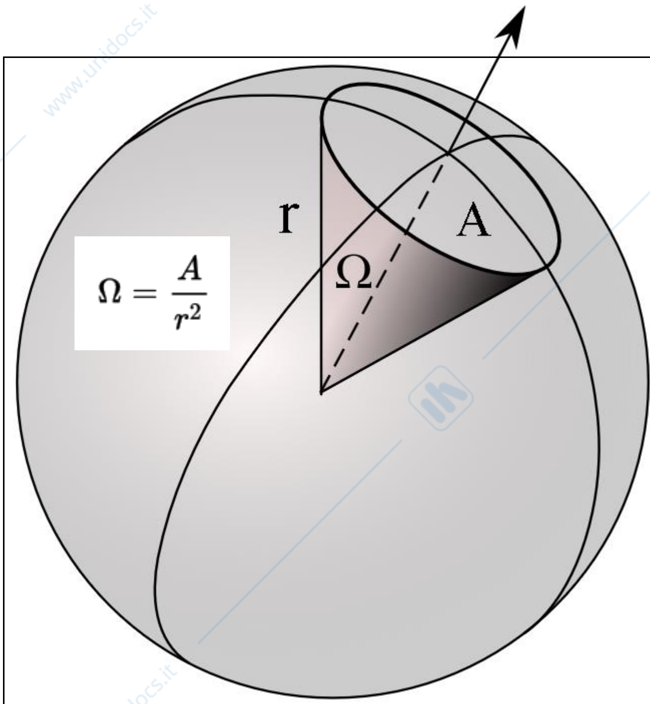
Sistema Internazionale (S.I)

E' il più diffuso sistema di unità di misura costituito dall'insieme delle unità di misura delle grandezze fondamentali

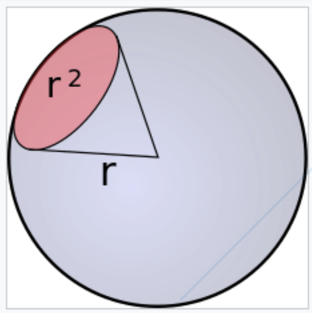
	Grandezze	Unità	Simbolo
Fondamentali	Lunghezza	Metro	m
	Massa	Kilogrammo	kg
	Intervallo di tempo	Secondo	s
	Intensità di corrente elettrica	Ampère	A
	Temperatura	kelvin	K
	Intensità luminosa	Candela	cd
	Quantità di materia	Mole	mol
Supplementari	Angolo piano	Radiante	rad
	Angolo solido	Steradiante	sr



se $l = r \Rightarrow \alpha_{rad} = 1$ rad



se $A = r^2 \Rightarrow \Omega = 1$ sr



Rappresentazione grafica di 1 steradiante

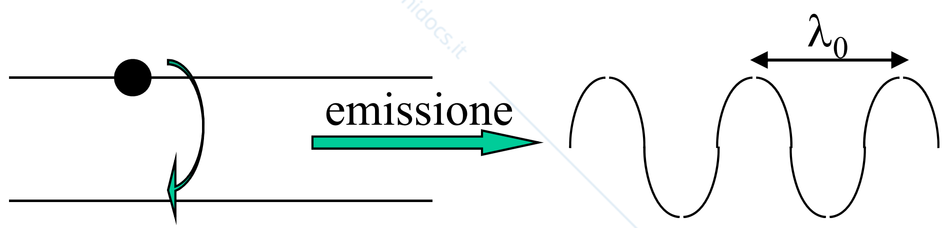
Per ogni unità di misura si realizzano dei **campioni** le cui caratteristiche devono essere facilmente riproducibili in qualunque luogo e ben conservabili.
(preferibilmente legate a COSTANTI NATURALI)

es. **il metro**

campione : sbarra di una lega di platino-iridio, mantenuto alla temp. di 0 °C

(dopo il 1960): lunghezza d'onda λ_0 nel vuoto della radiazione corrispondente alla transizione tra i livelli $2p_{10}$ e $5d_5$ dell'atomo di Kripton-86.

$$1m=1650763.73\ \lambda_0$$



(dopo il 1985): lunghezza del cammino percorso nel vuoto dalla luce in un intervallo di tempo di (1/299792458) s

Dimensione di una grandezza fisica

In generale, supponiamo che un sistema di unità comprenda le grandezze fondamentali: $X_1, X_2, \ldots\ldots X_n$

Sia G una grandezza derivata e si verifichi che, quando moltiplichiamo le unità delle grandezze fondamentali rispettivamente per $K_1, K_2, \ldots. K_n$, l'unità di G risulta moltiplicata per $K_G = K_1^{\alpha_1} K_2^{\alpha_2} \ldots\ldots K_n^{\alpha_n}$

Diremo allora che la grandezza G ha la dimensione α_1 rispetto a X_1, la dimensione α_2 rispetto a X_2, ecc.

Si può scrivere l'**equazione dimensionale**

$$[G] = [X_1^{\alpha_1} X_2^{\alpha_2} \ldots X_n^{\alpha_n}]$$

Esempi

Indichiamo con L, M, T, rispettivamente la lunghezza, la massa e l'intervallo di tempo (grandezze fondamentali nel SI), dalla relazione

$$v = \Delta s/\Delta t$$

che definisce la velocità media, risulta l'equazione dimensionale

$$[v]=[LT^{-1}]$$

Così, per l'accelerazione, la forza, l'energia cinetica

$a=\Delta v/\Delta t$ $\quad [a] = [LT^{-2}]$

$F=m\,a$ $\quad [F] = [MLT^{-2}]$ l'u.m. è il Newton ($1N=1Kg\ m\ s^{-2}$)

$K = \frac{1}{2}mv^2$ $\quad [K] = [ML^2T^{-2}]$ l'u.m. è il Joule ($1J=1\ Kg\ m^2\ s^{-2}$)

Relazione $\quad$ equazione dimensionale

Le equazioni dimensionali consentono di fare **l'analisi dimensionale** delle relazioni fisiche: sostituendo a ciascuna grandezza le sue dimensioni, e trattando i simboli delle grandezze fondamentali come quantità algebriche, la relazione può essere valida solo se ciascun membro della relazione stessa ha le medesime dimensioni (**principio di omogeneità**)

Se le dimensioni della grandezza a primo membro non sono le stesse di quella che compare al secondo membro la relazione è sicuramente sbagliata (non è detto il contrario)

L'analisi dimensionale consente inoltre la conversione delle misure da un sistema di unità ad un altro

Si sostituisce a ciascuna unità del vecchio sistema la corrispondente unità del nuovo moltiplicata per un **fattore di conversione**

Conversione delle unità di misura

Multipli

Talvolta le unità del Sistema Internazionale sono troppo piccole e per comodità si usano invece i loro multipli.
La tabella mostra i più comuni multipli con il relativo prefisso, la pronuncia, il fattore moltiplicativo a cui corrispondono, e quindi il significato.

prefisso	pronuncia	Fattore moltiplicativo	significato
da	deca	10	10
h	etto	100	100
k	chilo	1 000 = 10^3	1000
M	mega	1 000 000= 10^6	Un milione di…
G	giga	1 000 000 000=10^9	Un miliardo di…
T	tera	1 000 000 000 000=10^{12}	Mille miliardi di…

Esempi

- un decagrammo equivale a 10 grammi; un ettogrammo a 100 grammi e un chilogrammo a 1000 grammi. Si noti però che nel sistema internazionale è il chilogrammo l'unità fondamentale e non il grammo.
- 1 megajoule è uguale a un milione di Joule, ossia 10^6 Joule.
- Una frequenza di un GigaHertz è uguale a un miliardo di Hertz (dove l'Hertz è uguale all'inverso di un secondo ed è l'unità di misura della frequenza).
- Infine il prefisso "Tera" equivale a un fattore 10^{12}, pari a mille miliardi.

Sottomultipli

Altre volte capita che le unità del sistema internazionale siano troppo grandi rispetto al problema in esame; in questi casi per comodità si usano i loro sottomultipli indicati in tabella con il prefisso, la pronuncia, il fattore moltiplicativo cui corrispondono e il loro significato.

prefisso	pronuncia	Fattore moltiplicativo	significato
d	deci	0.1 = 10^{-1}	Un decimo
c	centi	0.01 = 10^{-2}	Un centesimo
m	milli	0.001 = 10^{-3}	Un millesimo
µ	micro	0.000 001= 10^{-6}	Un milionesimo
n	nano	0.000 000 001= 10^{-9}	Un miliardesimo
p	pico	0.000 000 000 001= 10^{-12}	Un millesimo di miliardesimo

Esempi

- Il significato di decimetro, centimetro e millimetro è chiaro ad ognuno di noi: essi corrispondono rispettivamente a un decimo, un centesimo, e un millesimo di metro. Analogamente, si parla di decigrammo, centigrammo e milligrammo e così via.
- In molte branche della scienza è comune usare il microgrammo, pari a un milionesimo di grammo, o il micrometro o micron, pari a un milionesimo di metro. Il fattore moltiplicativo che il prefisso "micro" sottintende è quindi 10 alla meno 6.
- Frazioni ancora più piccole, pari a un fattore 10 alla meno 9, si esprimono con il prefisso "nano" che significa un miliardesimo. Per esempio, le lunghezze d'onda della luce visibile sono comprese fra circa 400 e 700 nm.
- Infine, il prefisso "pico" significa un millesimo di miliardesimo. E' abbastanza comune per esempio parlare di capacità di qualche pico Farad.

Equivalenze

Un'equivalenza è un'uguaglianza tra due espressioni della stessa quantità in unità di misura diverse. Le equivalenze servono per convertire il valore numerico di una certa grandezza da una unità ad un'altra, naturalmente rimanendo sempre tra unità dello stesso tipo.

Esempi

100 micrometri (o brevemente micron) equivalgono a 0.1 mm

10^{-10} m equivalgono a 0.1 nm

123 GPa sono uguali a $123 \cdot 10^{9}$ Pa, ossia $1.23 \cdot 10^{11}$ Pa

18300 pF sono uguali a 18.3 nF o a $1.83 \cdot 10^{-8}$ F

Un'area di 5.24 micron quadrati si può esprimere in metri quadrati tenendo conto che un micron è pari a 10^{-6} m; elevando al quadrato si trova che 5.24 micron quadrati equivalgono a 5.24×10^{-12} metri quadrati.

Unità pratiche e conversioni.

Molto spesso nella pratica si usano unità di misura che non appartengono al sistema internazionale. In questi casi, prima di svolgere calcoli, è spesso opportuno trasformare le unità pratiche in unità del sistema internazionale.
Vi sono molti esempi di unità pratiche che usiamo molto spesso nella vita di tutti i giorni.
Per esempio, usiamo spesso i litri come unità di misura di volume, gli ettari come unità di misura di superfici molto estese, i pollici per indicare la lunghezza della diagonale di uno schermo televisivo, le calorie per esprimere l'energia contenuta nei cibi, i chilometri all'ora per esprimere le velocità, i gradi celsius per le temperature, e così via.

Esempi

- Un litro è pari a 1 dm^3. Poiché 1 dm = 10^{-1} m, 1 dm^3 è uguale a 10^{-3} m^3 cioè 1/1000 di metro cubo.

$$1\ L = 1\ dm^3 = (10^{-1} m)^3\ ) = 10^{-3}\ m^3$$

- Un ettaro (il cui simbolo è ha) è l'area di un quadrato di lato pari a 100 metri. In altre parole un ettaro equivale a 10 000 metri quadrati.

$$1 \text{ ha} = (100 \text{ m})^2 = 10000 \text{ m}^2$$

- Esistono anche altre unità di misura delle superfici, meno usate, come l'ara (pari a 100 metri quadrati) .

$$1 \text{ a} = (10 \text{ m})^2 = 100 \text{ m}^2$$

  In effetti, l'ettaro si chiama così perché è pari a 100 are.

- Supponiamo di dover convertire una temperatura di venti gradi Celsius in kelvin. Basta ricordare che, per definizione, la temperatura in Kelvin (T per convenzione) è uguale a quella in gradi Celsius (t) + 273.15. Pertanto, 20 gradi celsius corrispondono a 293.15 K.

$$T = t + 273.15 \text{ K} \rightarrow \quad 20°C = 293.15 \text{ K}$$

- Un pollice (abbreviato in) è uguale a 2.54 cm ossia 2.54 x 10^{-2} m. Pertanto, un televisore da 24 pollici ha la diagonale dello schermo uguale a 60.96 cm.

$$1'' = 1 \text{ in} = 2.54 \text{ cm} = 2.54 \ 10^{-2} \text{ m} \rightarrow \quad 24 \text{ in} = 24 \cdot 2.54 \text{ cm} = 60.96 \text{ cm}$$

- Una unità di misura pratica del calore (e quindi dell'energia) è la caloria. Una caloria è pari a 4,186 J. Invece, l'unità più usata per esprimere il contenuto energetico di cibi è la chilocaloria, che è uguale a 1000 cal e quindi pari a 4186 J.

$$1 \text{ cal} = 4.186 \text{ J}$$
$$1 \text{ kcal} = 4186 \text{ J}$$

- Un'altra unità di misura pratica dell'energia è il chilowattora (kWh). 1 kWh è pari al lavoro compiuto in un'ora da un motore o un altro dispositivo avente una potenza di un kW, ossia 1000 W. Poiché il W è pari a 1 J/s, e 1h = 3600 s, 1 kW h risulta essere uguale a 3 600 000J, cioè 3.6 MJ.

$$1 \text{ kWh} = 1\text{kW} \cdot 1 \text{ h} = 1000 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 3600000 \text{ J} = 3.6 \text{ MJ}$$

- Se un' auto ha una velocità di 36 chilometri all'ora, e vogliamo convertirla in metri al secondo, basta scrivere che un chilometro equivale a 1000 metri e un'ora a 3600 secondi. In tal modo si vede che una velocità di 1 km/h equivale a circa 0.28 m/s.

$$1 \text{ km/h} = \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 0.2\overline{7} \text{ m/s}$$

  Quindi 36 chilometri all'ora risultano uguali a dieci metri al secondo.

$$36 \text{ km/h} = 36 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 10 \text{ m/s}$$

- Una tonnellata è pari a 1000 kg; un quintale è pari a 100 kg

Esempi

Controllare dimensionalmente l'equivalenza tra impulso e quantità di moto

$$\int_{t_0}^{t} F dt = \int_{v_0}^{v} d(mv)$$

impulso: $[F\ t]=[MLT^{-2}][T]=[MLT^{-1}]$
quantità di moto: $[mv]=[MLT^{-1}]$ OK!

Supponiamo di voler esprimere in Km/h la velocità di un'automobile che viaggia a $12.5\ ms^{-1}$.
Poiché $1\ m= 10^{-3} Km$ e $1\ s=(1/3600)\ h$

$$v = 12.5\frac{m}{s} = 12.5\frac{10^{-3}\ Km}{(1/3600)h} = 12.5 \cdot 3.6\ Km/h = 45\ Km/h$$

Supponiamo che un corpo abbia energia cinetica 1.5 J. Nel sistema CGS (in cui L $\Longleftrightarrow$ cm, M $\Longleftrightarrow$ g, T $\Longleftrightarrow$ s) la sua energia sarà data da
$K=1.5\ Kg\ m^2\ s^{-2} = 1.5\ (10^3 g)(10^2 cm)^2\ s^{-2} = 1.5\ 10^7\ g\ cm^2 s^{-2}$

Il processo di misurazione è quindi alla base di ogni scienza sperimentale

Consideriamo un insieme di enti omogenei tra loro (es. insieme di cariche elettriche, di masse, ecc.). Tale insieme costituisce un insieme di grandezze fisiche se:

• presi due enti a caso A e B, si è sempre in grado di dire se $A>B$, $A<B$ o $A=B$

• si può definire la somma $A+B$

• si può definire uno degli enti come unità di misura

Si può definire **misura** di una grandezza fisica il numero che rappresenta il rapporto tra la grandezza considerata e quella fissata come unità.

La misurazione di una grandezza può essere fatta in tre modi:

1) misurazione diretta
2) misurazione indiretta
3) misurazione con strumenti tarati

1) **misurazione diretta**

i) confronto mediante un opportuno strumento di una grandezza G con un'altra della stessa specie [g] scelta come unità

ii) determinazione di quante volte G contiene [g] o una sua frazione.

La misura diretta di una grandezza è sempre un numero positivo razionale

Es. Lunghezza = 3.5 metri

Specie della grandezza

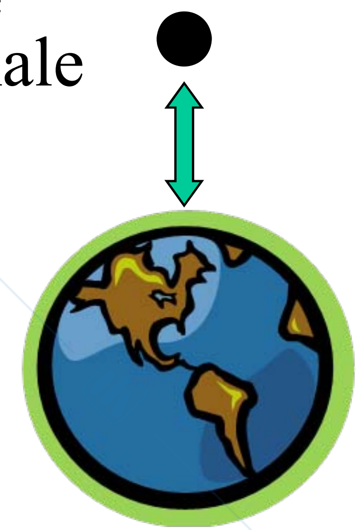
misura

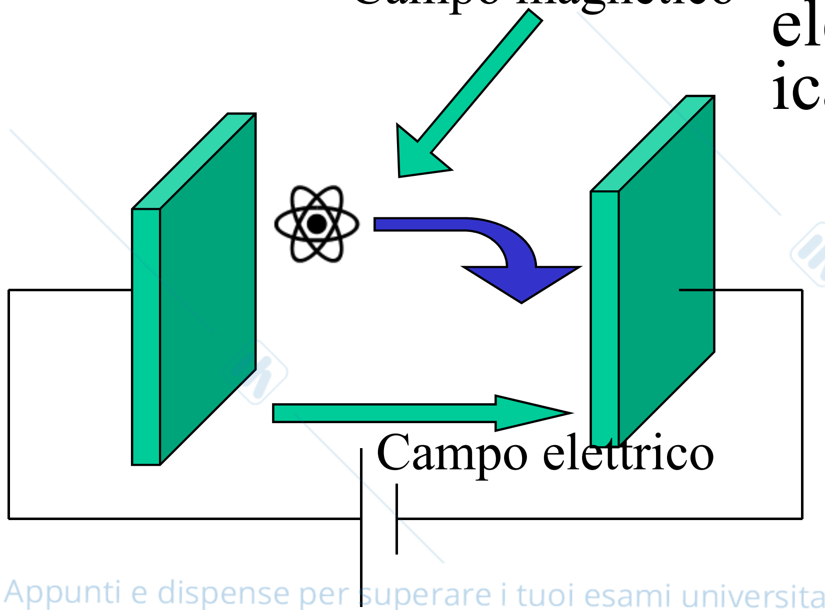
unità

2) **misurazione indiretta**:

Es. la massa di un oggetto è una grandezza che si può misurare direttamente con una bilancia. Tuttavia, se si volesse misurare la massa di un corpo celeste o di una particella piccola quale un atomo, è ovviamente impossibile utilizzare uno strumento quale la bilancia. Allora si fa ricorso ad una qualche relazione nota tra le masse di questi ed altre grandezze misurabili direttamente, e poi si risale dalle misure di queste a quella della massa in questione.

Interazione gravitazionale





Interazione elettromagnetica

In generale, se la grandezza **y** è una funzione conosciuta delle grandezze di specie diverse x_1, x_2,….,x_n tutte misurabili direttamente

$$y = f(x_1, x_2, \ldots\ldots x_n)$$

Si effettuano misure di x_1, x_2,….,x_n e, mediante la relazione, si risale alla misura di y.

Esempio: sapendo che l'area S del rettangolo di lati a e b è data da S =ab, per ottenere il valore dell'area si effettua la misura dei lati e si moltiplicano i risultati tra loro.

Misurare una grandezza fisica indirettamente significa:

1. trovare una legge fisica che la leghi ad altre grandezze misurabili direttamente
2. eseguire tali misure
3. sfruttare la relazione per calcolare il numero che esprime la misura cercata

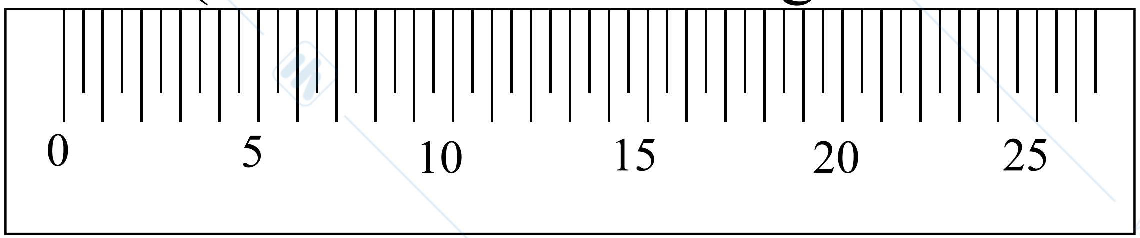
3) **misurazione con strumenti tarati:**

Strumento tarato $\rightarrow$ in grado di stabilire una corrispondenza biunivoca tra il valore di una certa grandezza fisica da misurare e un numero che si legge sullo strumento.

Esempi: bilancia, amperometro, voltmetro, cronometro, ecc.

L'uso degli strumenti tarati elimina l'inconveniente di disporre del campione dell'unità del caso misuraz. diretta, e della necessità di conoscere la relazione $y = f(x_1, x_2, \ldots\ldots x_n)$ nella misura indiretta.

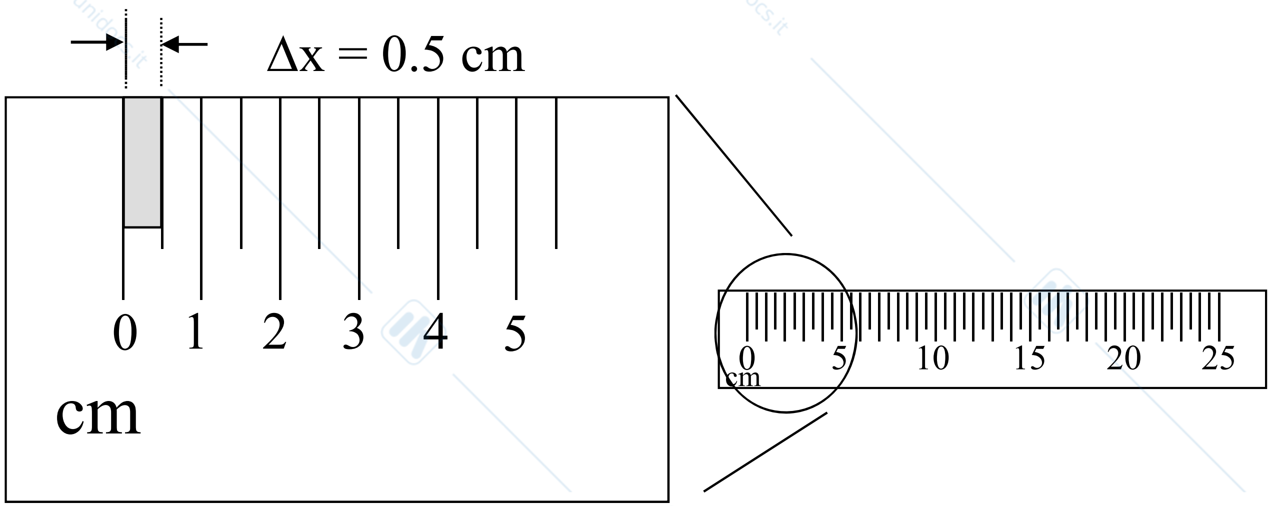
Ogni strumento è caratterizzato da una **curva di taratura o calibrazione** $\rightarrow$ funzione che pone in corrispondenza biunivoca il numero letto sulla scala con il valore della grandezza da misurare. Quando questa curva è una retta, lo strumento si dice lineare (la distanza tra 2 graduazioni successive è costante)

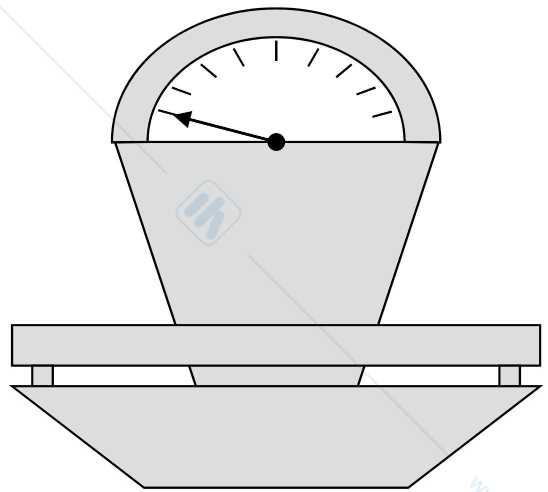


Scala graduata

La qualità di uno strumento di misura si giudica in base ad alcune sue caratteristiche principali:

- La **sensibilità** S → minima variazione della grandezza in misura Δx che è in grado di apprezzare [$S=1/\Delta x$]. Può essere costante o variare lungo la scala a seconda che la scala sia lineare oppure no.
- La **precisione** → dipende dagli errori introdotti dallo strumento durante la misurazione
- La **prontezza** → indica la rapidità con cui lo strumento è in grado di eseguire una misurazione
- La **portata** → indica il valore massimo misurabile





ANALISI DEGLI ERRORI (INCERTEZZE)

L'analisi degli errori è lo studio e il calcolo dell'incertezza nella misura.

L'errore consiste nell'inevitabile incertezza presente in ogni misura.

Nessuna misura può essere completamente libera da incertezze

ERRORE ≠ "SBAGLIO"

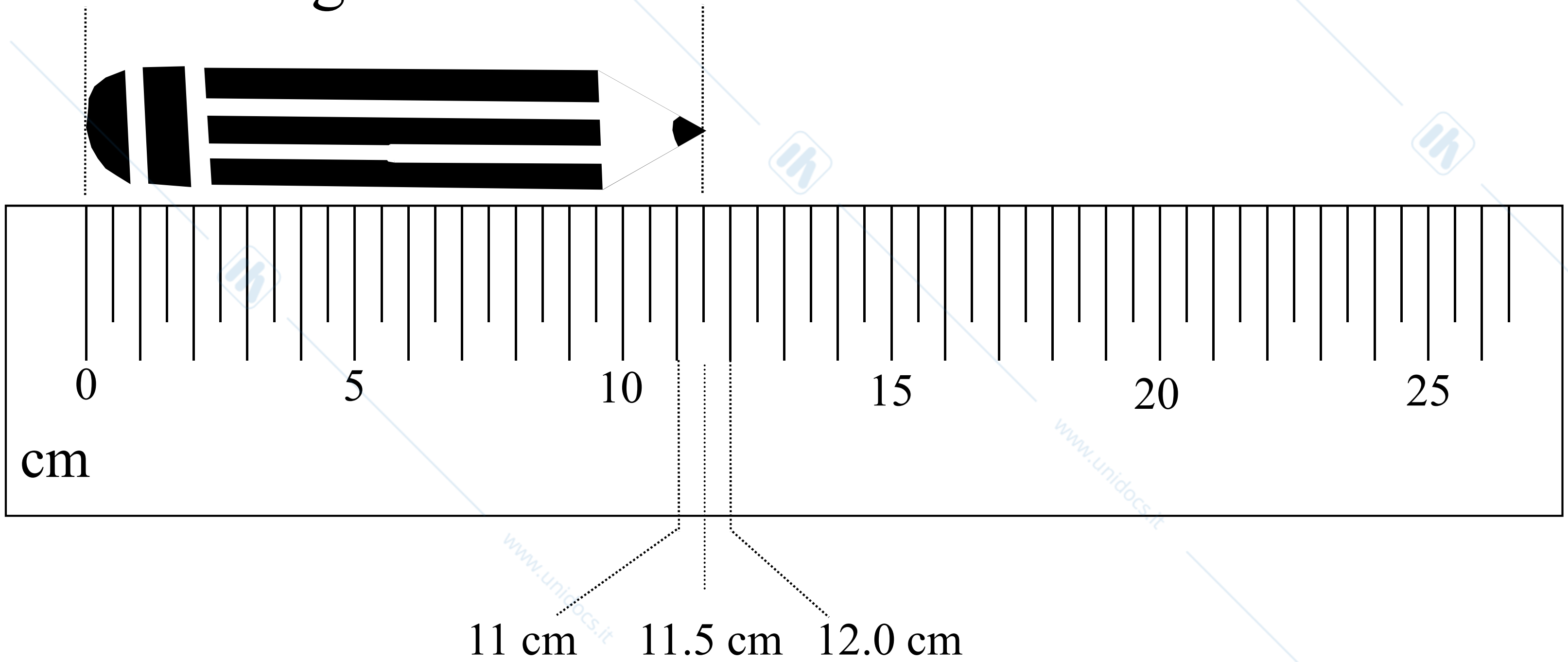
Le incertezze non si possono evitare totalmente operando con molta cura. Infatti, alcune sorgenti di errore sono intrinseche al processo di misura e non possono essere eliminate del tutto.

E' buona norma assicurarsi che le incertezze siano più piccole possibile, e avere una stima realistica di quanto esse siano grandi.

Esempi di valutazione dell'incertezza

Stima delle incertezze nella lettura di scale

i) Misura di lunghezza

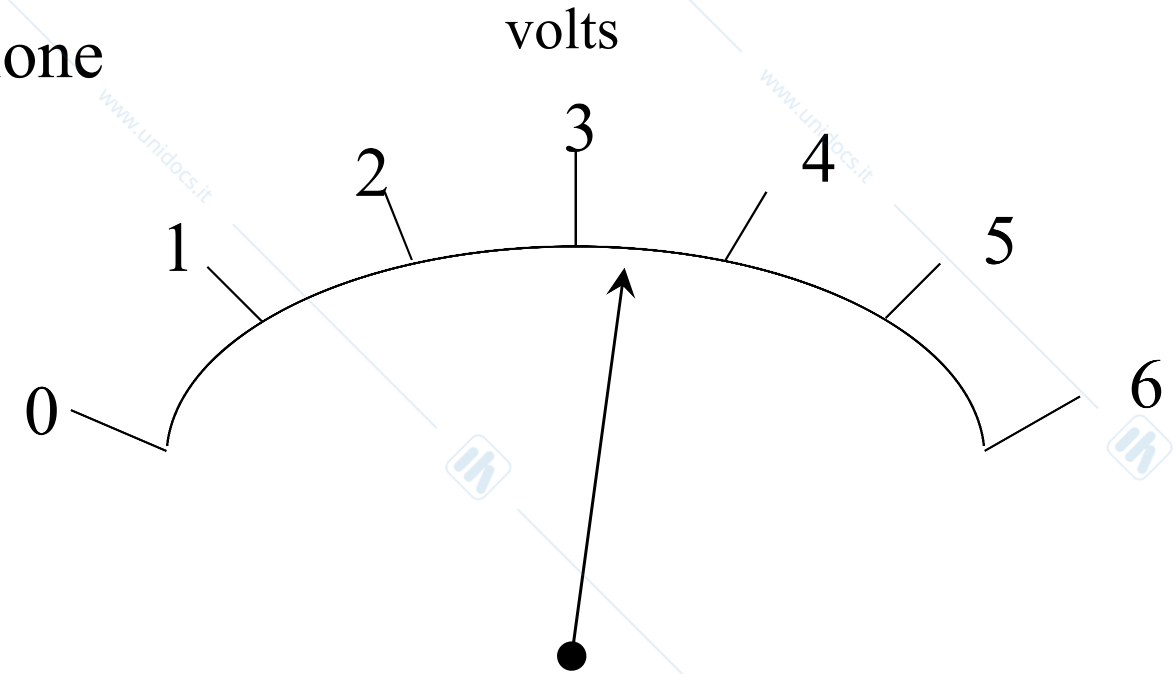


Nel caso in cui la punta della matita sia più vicina alla tacca degli 11.5 cm piuttosto che a quella degli 11.0 cm o dei 12.0 cm

Migliore stima della lunghezza = 11.5 cm

Intervallo probabile: da 11.25 a 11.75 cm

ii) Misura di tensione



La spaziatura tra le tacche è grande, quindi si può realisticamente stimare dove giace l'ago nello spazio tra le due divisioni

Migliore stima della tensione = 3.2 V

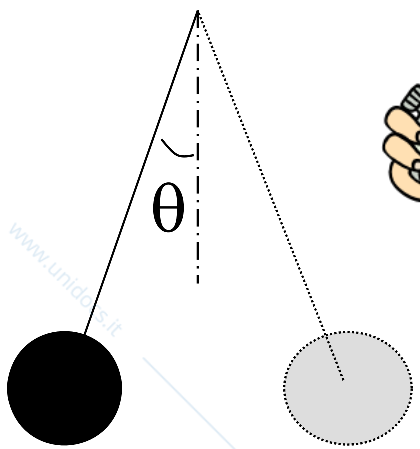
Intervallo possibile = da 3.1 V a 3.3 V

Il procedimento di valutare la posizione tra le incisioni di una scala è detta **interpolazione**.

Stima delle incertezze nelle misure ripetibili
(misura di un intervallo di tempo)

Se utilizziamo un cronometro, la principale sorgente di incertezza non è la difficoltà di leggere il quadrante, ma il tempo di reazione (incognito) nel far partire ed arrestare il cronometro.

Questo genere di incertezze possono essere ragionevolmente stimate qualora si ripeta la misura parecchie volte.



2.3 s	2.4 s	2.5 s	2.4 s

Miglior stima del periodo = 2.4 s (valor medio)

Intervallo probabile da $\underbrace{2.3}_{\text{min}}$ s a $\underbrace{2.5}_{\text{max}}$ s

Valore misurato del periodo = $(\underbrace{2.4}_{\text{miglior stima}} \pm \underbrace{0.1}_{\text{incertezza}})$ s

Rappresentazione di un risultato: *stima migliore* *incertezza*

Cifre significative

L'ultima cifra significativa in qualunque risultato dovrebbe essere dello stesso ordine di grandezza (nella stessa posizione decimale) dell'incertezza.

Esempio: se si ottiene il risultato 92.81
con un errore di 0.3, dovrebbe essere arrotondato a 92.8 0.3
con un errore di 3, dovrebbe essere arrotondato a 93 3
Con un errore di 30, dovrebbe essere arrotondato a 90 30

Le incertezze dovrebbero essere arrotondate a una o al massimo due cifre significative

In ogni caso, i numeri che devono essere usati nei calcoli dovrebbero in generale essere tenuti con più cifre significative rispetto a quelle richieste per il risultato finale. L'arrotondamento è bene farlo al termine dei calcoli.

Discrepanza: se due misure della stessa grandezza sono in disaccordo, allora vi è una discrepanza. La discrepanza può essere o non essere significativa.

Esempio: misura di una resistenza elettrica

Due operatori misurano la stessa resistenza ed ottengono

(40   5) ohm   e (42   8) ohm

La discrepanza (42-40) ohm = 2 ohm è minore delle loro incertezze → le 2 misure sono **consistenti**

Nel caso in cui si ottenga

(35   2) ohm   e (45   1) ohm

La discrepanza (45-35) ohm = 10 ohm è maggiore delle loro incertezze → le 2 misure sono **inconsistenti**

Valore vero (di una grandezza)

E' *un* valore che si dovrebbe poter ottenere da una misura perfetta.

Possono esistere svariati valori consistenti con la definizione di una data grandezza.

Il valore vero è, per sua natura, COMPLETAMENTE INDETERMINATO

“**valore accettato**” o “**valore convenzionale**”

per grandezze che sono state accuratamente misurate molte volte in precedenza, vi è in genere un “valore accettato” (molto più accurato di quello che lo studente può determinare), pubblicato sui libri. Esso è comunque affetto da incertezza.

Esempi: $c = 299792458 \pm 1$ m/s

g (a Torino) $= 9.80549 \pm 0.00001$ m/s^2

Confronto di valori misurati ed accettati.

Esempio: velocità del suono nell’aria

velocità accettata = 331 m/s

velocità misurata = 329 ± 5 m/s OK

velocità misurata = 345 ± 2 m/s verificare misure e calcoli

Incertezza (o errore) relativa

(valore misurato di x) = $x_{best} \pm \delta x$

dove x_{best} = miglior stima per x

δx = incertezza o errore nella misura

errore relativo = $\dfrac{\delta x}{|x_{best}|}$ (err.percentuale = $\dfrac{\delta x}{|x_{best}|} 100$)

L'errore relativo è un'indicazione approssimata della qualità di una misura

Ad esempio, per il nostro corso di laboratorio:

errore relativo $\geq 10\%$ misura "rozza"

errore relativo $< 10\%$ misura accurata

PROPAGAZIONE DELLE INCERTEZZE

La maggior parte delle grandezze fisiche non possono di solito essere misurate in una singola misura diretta.
In generale, se la grandezza q è una funzione conosciuta delle grandezze di specie diverse $x,\ldots,w$ tutte misurabili direttamente

$$q = f(x,\ldots,w)$$

si effettuano misure di $x,\ldots,w$ e, mediante la relazione, si risale alla misura di q.

Occorre stimare le incertezze nelle grandezze $x,\ldots,w$ e quindi trovare come questi errori si **propagano** attraverso i calcoli per produrre un'incertezza nel risultato finale.

Esempio: somma di due grandezze

Misurate le due grandezze x e y e ottenute le due stime

$$x_{best} \pm \delta x$$
$$y_{best} \pm \delta y$$

il più alto valore probabile di $q=x+y$ è $(x_{best}+ y_{best}) + (\delta x + \delta y)$
il più basso valore probabile di $q=x+y$ è $(x_{best}+ y_{best}) - (\delta x + \delta y)$
quindi:

$$q_{best}= (x_{best}+ y_{best}) \text{ e } \qquad \delta q \approx (\delta x + \delta y)$$

Quindi se le grandezze misurate sono sommate o sottratte "gli errori si sommano". Si può analogamente mostrare che se le grandezze sono moltiplicate o divise, "gli errori relativi si sommano"

In realtà si dimostra che le incertezze così calcolate possono essere ***sovrastimate****, specificatamente nel caso che gli errori originari siano "indipendenti" e "casuali".*
In ogni caso determinano un limite superiore per l'incertezza.
Vedremo che se le misure di x e y sono fatte indipendentemente e sono entrambe governate dalla distribuzione normale, allora gli errori vanno "sommati quadraticamente"

Se q è la <u>somma e differenza</u>, $q = x + \dots + z - (u + \dots + w)$

$$\delta q \begin{cases} \approx \delta x + \dots + \delta z + \delta u + \dots + \delta w & \text{(limite superiore per } \delta q\text{)} \\ = \sqrt{(\delta x)^2 + \dots + (\delta z)^2 + (\delta u)^2 + \dots + (\delta w)^2} & \text{(per errori indipendenti e casuali)} \end{cases}$$

Se q è il <u>prodotto e quoziente</u>, $q = \dfrac{x \dots z}{u \dots w}$

$$\delta q / |q| \begin{cases} \approx \dfrac{\delta x}{|x|} + \dots + \dfrac{\delta z}{|z|} + \dfrac{\delta u}{|u|} + \dots + \dfrac{\delta w}{|w|} & \text{(limite superiore per} \\ = \sqrt{\left(\dfrac{\delta x}{x}\right)^2 + \dots + \left(\dfrac{\delta z}{z}\right)^2 + \left(\dfrac{\delta u}{u}\right)^2 + \dots + \left(\dfrac{\delta w}{w}\right)^2} & \text{(per errori indipendenti e casuali)} \end{cases}$$

Se $q = B\,x$, dove B è noto esattamente, allora

$$\delta q = |B|\,\delta x$$

Se q è una funzione di una variabile, $q(x)$, allora

$$\delta q = \left|\frac{dq}{dx}\right| \delta x$$

Se q è una potenza, $q = x^n$, allora

$$\frac{\delta q}{|q|} = |n| \frac{\delta x}{|x|}$$

Se q è una funzione di parecchie variabili, $x, \ldots z$, allora

$$\delta q = \sqrt{\left(\frac{\partial q}{\partial x}\delta x\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\partial q}{\partial z}\delta z\right)^2}$$

(per errori indipendenti e casuali)

$$\delta q = \left|\frac{\partial q}{\partial x}\right| \delta x + \ldots + \left|\frac{\partial q}{\partial z}\right| \delta z$$

(per errori NON indipendenti e casuali)

Esempi di derivata parziale:

1) $q(x,y,z) = x \cdot y \cdot z$

$$\frac{\partial q}{\partial x} = yz, \qquad \frac{\partial q}{\partial y} = xz, \qquad \frac{\partial q}{\partial z} = xy,$$

2) $q(x,y,z) = x \cdot y + z^2$

$$\frac{\partial q}{\partial x} = y, \qquad \frac{\partial q}{\partial y} = x, \qquad \frac{\partial q}{\partial z} = 2z,$$

3) $q(x,y,z) = \frac{1}{x} \ln\left(\frac{y}{z}\right)$

$$\Rightarrow q(x,y,z) = \frac{1}{x} \ln\left(\frac{y}{z}\right) = \frac{1}{x}\left(\ln y - \ln z\right)$$

$$\frac{\partial q}{\partial x} = -\frac{1}{x^2} \ln\left(\frac{y}{z}\right), \qquad \frac{\partial q}{\partial y} = \frac{1}{x}\frac{1}{y}, \qquad \frac{\partial q}{\partial z} = \frac{1}{x}\left(-\frac{1}{z}\right),$$

Esempio: misura di g con un pendolo semplice

Periodo del pendolo: $T = 2\pi\sqrt{l/g}$

Se l e T vengono misurati, si può ricavare g come $g = 4\pi^2 l/T^2$

L'errore in T^2 è il doppio che in T: $\frac{\delta(T^2)}{T^2} = 2\frac{\delta(T)}{T}$

L'errore in g sarà $\frac{\delta g}{g} = \sqrt{\left(\frac{\delta l}{l}\right)^2 + \left(2\frac{\delta T}{T}\right)^2}$

Utilizzando le derivate parziali si otterrebbe:

Di conseguenza: $\delta g = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial \ell}\right)^2 (\delta\ell)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)^2 (\delta T)^2} = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{T^2}\right)^2 (\delta\ell)^2 + \left(\frac{8\pi^2 \ell}{T^3}\right)^2 (\delta T)^2}$

$$= \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{(1.93)^2}\right)^2 (0.001)^2 + \left(\frac{8\pi^2 \cdot 0.925}{(1.93)^3}\right)^2 (0.005)^2} = 0.0519$$

da cui: $g = (9.80 \pm 0.05)$ m/s^2 .

In alternativa poiché la formula [1] è una formula monomia, per ottenere il valore dell'incertezza su g è possibile utilizzare la seguente relazione semplificata:

Nel caso in cui le incertezze non si possano considerare casuali ed indipendenti si deve calcolare l'incertezza su g mediante la formula: $\delta g = \left|\frac{\partial g}{\partial \ell}\right| \delta\ell + \left|\frac{\partial g}{\partial T}\right| \delta T$ da cui alla fine si ottiene $g = (9.80 \pm 0.06)$ m/s^2.

Tipi di incertezza sperimentale

Le incertezze sperimentali si possono essenzialmente distinguere in:

incertezze di tipo A) **valutate con metodi statistici**
incertezze di tipo B) **valutate con altri metodi**
(oppure anche "accidentali" e sistematiche")

Incertezze di tipo A (errori statistici, o casuali)

Essi sono dovuti a cause di varia natura che agiscono in modo del tutto casuale (aleatorio), ora in un senso ora nell'altro.

Esempi di sorgenti di errore: condizioni ambientali variabili (temperatura, tensione della rete elettrica, ecc.), disturbi meccanici (vibrazioni prodotte dal traffico cittadino), cattiva stima nella lettura strumentale, ecc.

Tali incertezze sperimentali possono essere rivelate ripetendo le misure e possono essere valutate statisticamente.

Incertezze di tipo B (errori sistematici)

Essi sono dovuti a difetti del metodo o delle apparecchiature sperimentali utilizzate.

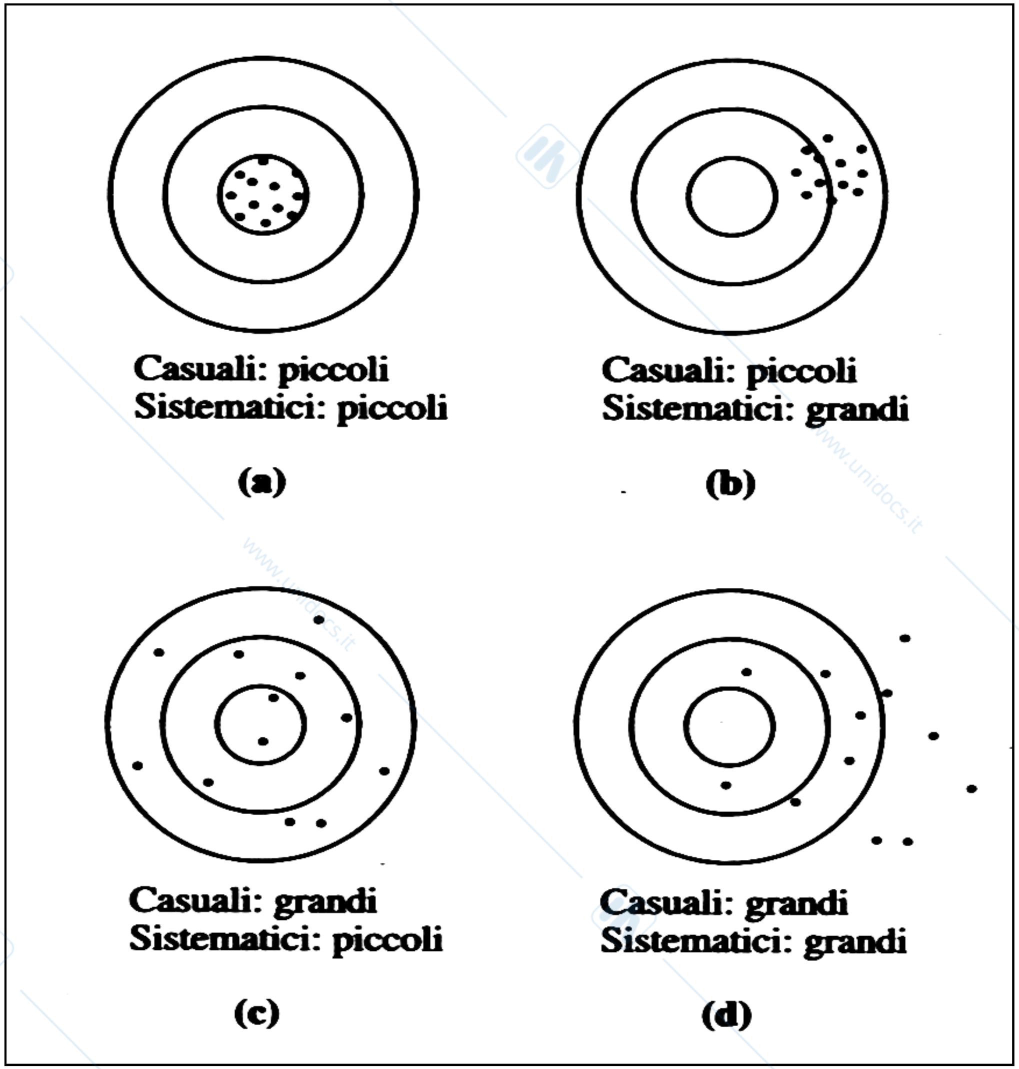
Esempio: nella misura di un intervallo temporale con il cronometro, il fatto che il cronometro marci più lentamente o più rapidamente di quanto dovrebbe è sorgente di errore sistematico

Tali errori possono essere ridotti mediante una accurata analisi della tecnica di misura e adottando opportuni accorgimenti (ad esempio confrontare gli strumenti con gli standard accettati, ….)

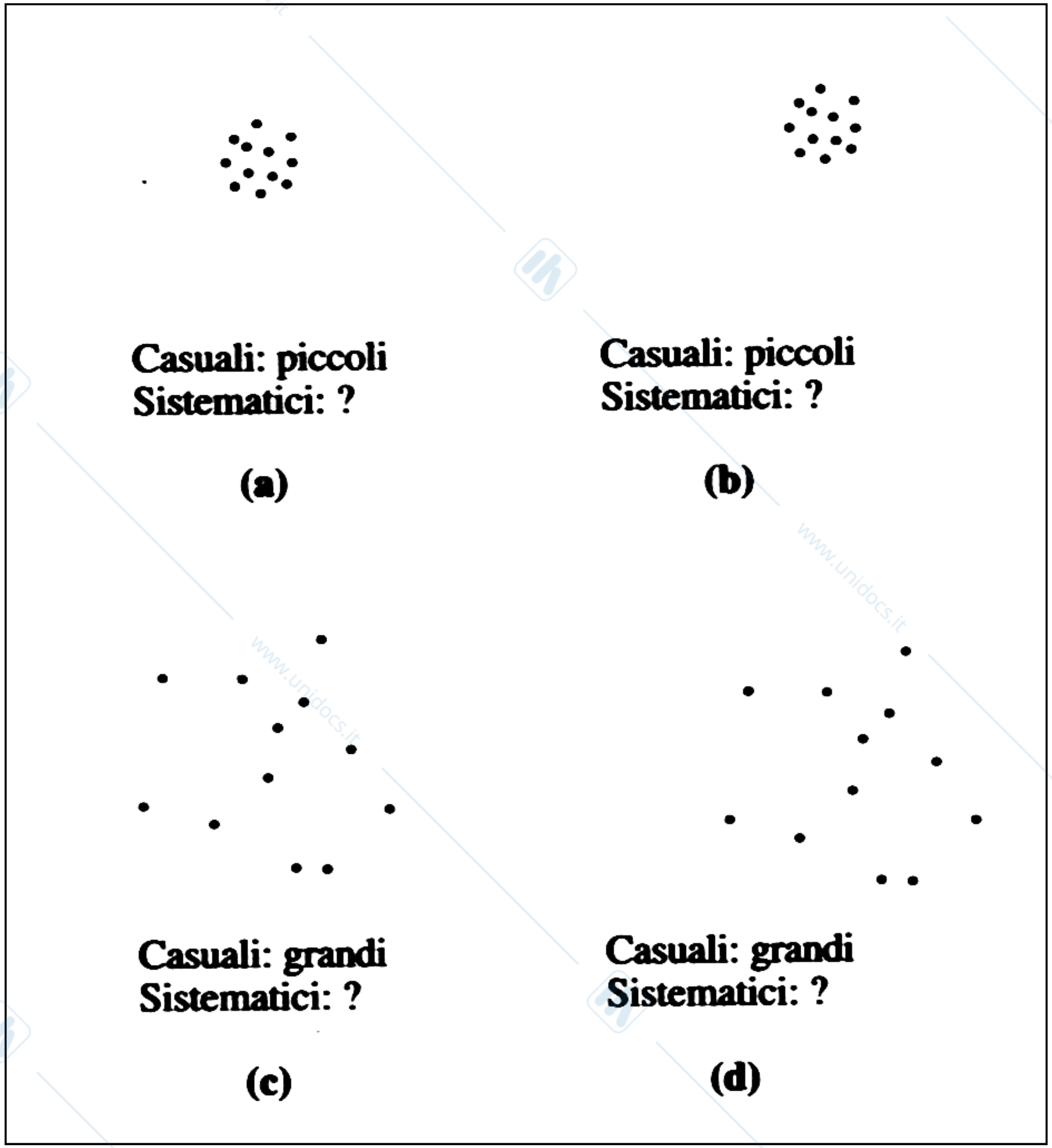
Errori strumentali

I risultati di diverse misurazioni possono, a volte, risultare tutti uguali tra loro. Se ciò si verifica, la circostanza è da attribuirsi al fatto che lo strumento utilizzato è talmente poco sensibile che le fluttuazioni casuali della misura non possono essere apprezzate. In questo caso si valuta come errore massimo la più fine divisione della scala (l'ultima cifra di lettura negli strumenti digitali).

TIRO AL BERSAGLIO: Incertezze di tipo A (casuali o accidentali) e di tipo B (sistematiche)



SENZA BERSAGLIO:
situazione più vicina a quella di un esperimento



ANALISI STATISTICA DEGLI ERRORI CASUALI

la miglior stima della grandezza x è la **media**

$$x_{best} = \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_N}{N} = \frac{\sum x_i}{N}$$

la deviazione standard delle misure $x_1, \ldots, x_N$ è una stima della "incertezza media":

i	x_i	$d_i = x_i - \bar{x}$	d_i^2
1	71	-0.8	0.64
2	72	0.2	0.04
3	72	0.2	0.04
4	73	1.2	1.44
5	71	-0.8	0.64
	$\bar{x} = 71.8$	$\sum d_i = 0$	$\sum d_i^2 = 2.80$

media dei quadrati delle deviazioni: **varianza**

estraendo la radice quadrata: **deviazione standard**

$N \longrightarrow N\text{-}1$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum (x_i - \bar{x})^2}$$

La deviazione standard σ_x caratterizza l'incertezza media delle singole misure $x_1, \ldots, x_N$ da cui è stata calcolata.

Tuttavia $x_{best} = \bar{x}$ rappresenta una combinazione opportuna di tutte le N misure $\Rightarrow$ l'incertezza di $\bar{x}$ è minore dell'incertezza delle singole misure ed è determinata dalla **deviazione standard della media**:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

N.B.: la giustificazione teorica di questi concetti statistici verrà data quando sarà discussa la curva di distribuzione normale