Lavoro ed energia

$$L = \vec{F} \cdot \vec{\Delta s} = F \cdot \Delta s \cdot \cos\theta$$

se >0 motore

<0 resistente

comporta uno spostamento.

13.1

PROBLEMA d. 895 cm = max. dist.

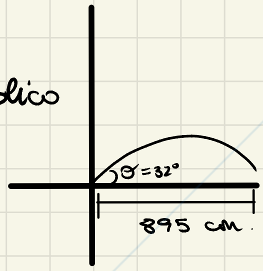
θ 32° = angolo di stacco

? v. inizio salto

? se v.cost, dopo quanti sec. tocca terra

? dist. con θ ottimale.

moto parabolico



→ Formula gittata $R = \frac{V_0^2}{g} \sin 2\theta$

$$V_0 = \sqrt{\frac{Rg}{\sin 2\theta}} = \sqrt{\frac{8.95 \cdot 9.81}{\sin 64°}} = \sqrt{\frac{87,79}{0,9}} = \sqrt{97,54} = 9,87 \text{ m/s}$$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{8.95}{9.87} = 0,91 \text{ s}$$

Angolo ottimale: $45° = \frac{\pi}{4}$ $\quad R = \frac{V_0^2}{g} \cdot \frac{1}{\sin 90} = \frac{(9.87)^2}{9.81} = 9.93 \text{ m}$

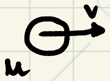
ENERGIA → capacità di un corpo di compiere lavoro.

può essere
1 cinetica: movimento di un corpo;
2 potenziale: posizione di un corpo;
3 ass. alla massa;
4 termica.

Ogni processo naturale coinvolge trasformazioni di energia.

PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE → sistema isolato: non scambia energia con l'ambiente circostante.

→ **Cinetica**:



$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA

Il lavoro TOTALE compiuto su un corpo che si sposta da A a B è uguale alla variazione della sua energia cinetica

$$L = E_{c,fin} - E_{c,ini} = \Delta E_c$$

Lavoro totale = lavoro compiuto dalla risultante di tutte le forze agenti sul corpo.

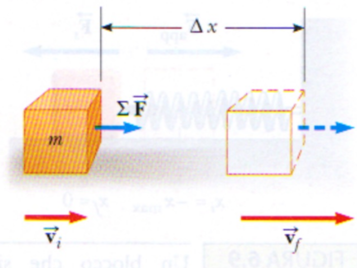
Energia cinetica e *teorema dell'energia cinetica*

l'energia è la capacità a compiere un lavoro

Dato un corpo di massa m che si muove di moto rettilineo con velocità iniziale v_i. Ad esso viene applicata una forza **F** per un tratto Δx che lo accelera e porta la sua velocità a v_f.

Il lavoro compiuto dalla forza è

$$L = F \cdot \Delta x$$



Ricordando poi l'equazione per un moto rettilineo uniformemente accelerato:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a\,\Delta x \quad \Rightarrow \quad a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2\Delta x}$$

$$L = F \cdot \Delta x = ma\,\Delta x = m\left(\frac{v_f^2 - v_i^2}{2\Delta x}\right)\Delta x$$

$$L = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

Viene definita **energia cinetica** *traslazionale* T la quantità

$$T = \frac{1}{2} m v^2$$

Questa espressione è valida per qualunque moto traslazionale in tre dimensioni e anche se la forza F è variabile.

Si può quindi scrivere che è

$$L = T_f - T_i = \Delta T$$

Teorema dell' energia cinetica (o delle forza vive)

Il lavoro totale compiuto su un corpo è uguale alla variazione della sua energia cinetica

Per vedere che è vero anche se la forza è variabile, si osserva che:

$$L = \int_{x_i}^{x_f} F_x\, dx = \int_{x_i}^{x_f} ma\, dx$$

Si può poi scrivere che:

$$a = \frac{d\,v}{dt} = \frac{d\,v}{dx}\frac{dx}{dt} = v\frac{d\,v}{dx}$$

$$L = \int_{x_i}^{x_f} ma\, dx = \int_{x_i}^{x_f} m v \frac{d\,v}{dx}\, dx = \int_{v_i}^{v_f} m v\, d\,v$$

$$L = \int_{v_i}^{v_f} m v\, d\,v = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

Dal *teorema dell'energia cinetica* si deduce ovviamente che l' energia cinetica si misura in joule (J) e che *dimensionalmente* è

$$[T] = \left[\frac{1}{2} m v^2\right] = [ML^2T^{-2}]$$

ha cioè ovviamente le *stesse dimensioni del lavoro*!

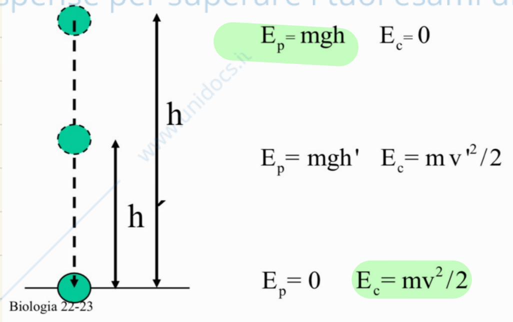
es: $F = 600\,N$
$S = 10\,m$
$L? \rightarrow L = F \cdot S = 6000\,J$

se no attrito
$v_0 = 0$
$E_c? \rightarrow L = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v_f^2 - \overbrace{\frac{1}{2} m v_0^2}^{0}$ = sempre 6000 J.

se $m = 1200\,kg$
$v? \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = 3{,}3\, m/s$

→ Potenziale gravitazionale

- L'oggetto ad una certa altezza cade per effetto della gravità.
- Lo spostamento sarà solo verticale.



PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA.

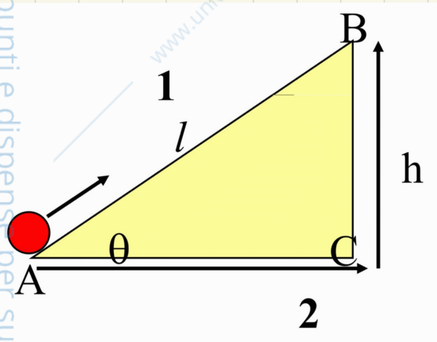
$E_T = cost = E_c + E_p$.

Esempio ⇒ $m = 50$ kg
$h = 10$ m

E_c? → $E_c = \frac{1}{2}mv^2$, ma $E_c = E_p$
allora $mgh = \frac{1}{2}mv^2$
Quindi $E_c = mgh = 500 \cdot 9.81 = 4900$ J.

v_m prima di toccare terra?
↓
① $E_c = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = 14$ m/s
② $mgh = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{2gh} = 14$ m/s

Caso del piano inclinato



$F_{A \to B}$: contraria a F_{p_x}

$l = \frac{h}{\sin\theta}$ ipotenusa

$F_g = mg\sin\theta$
↓
$L_1 = F \cdot s = mg\sin\theta \, \frac{h}{\sin\theta} = mgh$

$L_2 = F \cdot s = L_{AC} + L_{BC} = 0 + mgh$

Rendimento di una macchina

$\eta = \frac{L\ utile}{E\ Tot}$

Trasforma energia in lavoro meccanico.

($\eta < 1$, per forza un po' di energia viene dissipata.)

esempio: $L = 25\ J$. $\eta = 20\% = 0.2$

En. consumata $= E_{tot} = \frac{L}{\eta} = \frac{25}{0.2} = 125\ J$

→ Potenza meccanica

[W]

$P = \frac{L}{\Delta t} \longrightarrow P = \frac{E}{\Delta t}$

esempio. $m = 70\ kg$
$h = 30\ m$
$t = 60\ s$
L?
P_{mecc}?
E se $\eta = 15\%$?

$L = mgh = 20580\ J$

$P = \frac{L}{\Delta t} = 343\ W$

$E = \frac{L}{\eta} = 137200\ J$

η → 0.15

L'energia consumata si puo' anche misurare in kcal.

1 kcal = 4186 J

$1\ J = \frac{1}{4186}\ kcal$

$E = 1{,}37 \cdot 10^5\ J = \frac{1{,}37 \cdot 10^5}{4{,}186 \cdot 10^3}\ kcal = 0{,}33 \cdot 10^2\ kcal = 33\ kcal$

esempio. $m = 1000\ kg$
$V_0 = 20\ m/s$
$V_f = 30\ m/s$
L?

$L = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = 2.5 \cdot 10^5\ J.$

Se $V_i = 60\ km/h$
si ferma $d = 20\ m$
Se $V = 120\ km/h$, d? Aumenta di 4 volte, quindi $d = 80\ m$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari